Новый универсальный подход для изучения процессов синхронизации в сетях активных элементов на основе адаптивной меры синхронизации*

О. А. Догонашева[1,2✉], *Б. Гуткин*[1,2], *Д. Г. Захаров*[1]

[1]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва
[2]École Normale Supérieure PSL* University, Paris, France
✉ odogonasheva@hse.ru

Изучение процессов синхронизации в сетях активных элементов на протяжении долгого времени привлекает внимание исследователей. Особенно это касается выявления химерных состояний, представляющих собой сосуществование кластеров когерентной и некогерентной активности в сетях идентичных элементов. В настоящее время существует несколько различных подходов для решения подобных задач. Это, например, параметр порядка Курамото [1], сила некогерентности [2], χ^2-параметр [3] и некоторые другие. Однако, все эти параметры имеют различные ограничения. Параметр порядка требует корректного определения фазы, что часто бывает сложным для релаксационных систем, например, таких как спайковые и берстовые нейронные сети. Два других параметра более универсальны, но они не могут различать все типичные состояния сетей, и/или имеют внутренние параметры, которые, вообще говоря, для достижения корректных результатов, необходимо настраивать для каждого режима отдельно. Таким образом, сейчас не существует универсального метода изучения сетевой синхронизации, который можно было бы использовать для автоматического сканирования пространства параметров и его разбиения на области различных динамических режимов.

В нашей работе мы предлагаем новую характеристику – адаптивную меру когерентности (adaptive coherence measure, ACM), которая представляет собой модифицированный параметр χ^2. Напомним, что если $\chi^2 = 0$, то система десинхронизована, если $\chi^2 = 1$, то система демонстрирует глобальную синхронизацию, а при $0 < \chi^2 < 1$ могут наблюдаться химерные состояния. Фактически, мы предлагаем, по аналогии с подходом

*Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

из [4], решать задачу максимизации этого параметра относительно фазовых сдвигов элементов сети:

$$R^2 = \max_{\Delta\mathbf{t}=(\Delta t_1,\Delta t_2,..,\Delta t_L)} \chi^2(\{V_i(t-\Delta t_i)\}_{i=1}^N), \tag{1}$$

Здесь $\Delta\mathbf{t} = (\Delta t_1, \Delta t_2, .., \Delta t_L)$ – вектор уникальных временных сдвигов, L – длина этого вектора, R^2 – адаптивная мера когерентности (adaptive coherent measure, ACM).

Пара (R^2, L) однозначно определяет динамический режим системы (Таблица 1).

Режим	ACM	dim($\Delta\mathbf{t}$)	# кластеров
Асинхронное состояние	$R^2 = 0$	–	–
Глобальная синхронизация	$R^2 = 1$	$L = 1$	L
Кластерная синхронизация	$R^2 = 1$	$1 < L \ll N$	L
Бегущая волна	$R^2 = 1$	$L = N$	–
Химера	$0 < R^2 < 1$	–	L_{lsg}

Таблица 1. Значения параметров R^2 и L для индентификации различных динамических режимов

Таким образом, предложенный нами подход свободен от большей части недостатков, присущих другим подходам, полностью алгоритмизируется и позволяет производить автоматическое сканирование пространства параметров и его разбиения на области различных динамических режимов: состояния глобальной и кластерной синхронизации, химеры, бегущих волн, а также определять количество и размер синхронных кластеров. Несмотря на то, что подход ACM разрабатывался для спайковых нейронных сетей, он универсален и демонстрирует отличные результаты для разных классов сетей активных элементов.

Список литературы

1. *Abrams Daniel M. and Strogatz Steven H.* Chimera states for coupled oscillators // Physical review letters 2004. Vol. 93, no. 17. 174102.
2. *Gopal R. and Chandrasekar V.K. and Venkatesan A. and Lakshmanan M.* Observation and characterization of chimera states in coupled dynamical systems with nonlocal coupling // Physical Review E 2014. Vol. 89, no. 5. 052914.
3. *Golomb D. and Hansel D. and Mato G.* Mechanisms of synchrony of neural activity in large networks // Handbook of biological physics 2001. Vol. 4. P. 887–968.
4. *Rosenblum Michael G. and Pikovsky Arkady S. and Kurths Jürgen*. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Physical Review Letters 1997. Vol. 78, no. 22. 4193.