Реализация сохраняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора*

Е. Е. Чилина

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
k.chilina@yandex.ru

Пусть $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ – унимодулярная целочисленная матрица. Тогда она индуцирует отображение $f_A : \mathbb{T}^2 \to \mathbb{T}^2$, заданное формулой

$$f_A : \begin{cases} \overline{x} = ax + by \pmod 1, \\ \overline{y} = cx + dy \pmod 1, \end{cases}$$

которое является *алгебраическим автоморфизмом двумерного тора*.

Гомеоморфизмы $f, f' : \mathbb{T}^2 \to \mathbb{T}^2$ называются *топологически сопряженными*, если существует сохраняющий ориентацию гомеоморфизм $h : \mathbb{T}^2 \to \mathbb{T}^2$ такой, что $f' = hfh^{-1}$.

Отличный от тождественного гомеоморфизм f называется *периодическим*, если существует такое $n \in \mathbb{N}$, что $f^n = id$. Наименьшее из таких n называется периодом f.

В [1] получены необходимые и достаточные условия топологической сопряженности периодических преобразований ориентируемых поверхностей. Основным результатом данной работы является реализация сохраняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора в виде следующей теоремы:

Теорема 1. *В каждом классе топологической сопряженности сохраняющих ориентацию периодических не гомотопных тождественному гомеоморфизмов двумерного тора существует алгебраический автоморфизм, индуцированный в точности одной из следующих матриц:*

*Публикация подготовлена в ходе проведения исследования (№ 21-04-004) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2021–2022 гг.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};\ A_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};\ A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};\ A_6 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ A_7 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В докладе также будут представлены периодические данные каждого периодического отображения f_{A_i}, $i \in \overline{1,7}$.

Список литературы

1. *J. Nielsen* Die struktur periodischer transformationen von flachen, Math.-fys. Medd. Danske Vid. Selsk. 15 (1937).