

## Двухпараметрический анализ одномерного отображения вблизи шильниковской петли седло-фокуса: семейство окон устойчивости типа «Crossroad area»

*Д. М. Сухарев*

Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород  
✉ dmsukharev@edu.hse.ru

В работе [1] изучается спиральный хаос – один из часто встречающихся типов хаоса в приложениях. Данный тип хаоса был открыт в работе Шильникова [2], где было установлено хаотическое поведение траекторий в любой окрестности гомоклинической петли состояния равновесия типа седло-фокус. В данной работе изучается структура бифуркационных диаграмм вблизи шильниковской петли.

Данная работа посвящена изучению возникновения окон устойчивости, а также их структур внутри шильниковских спиральных аттракторов, а также квазиаттракторов других типов. В работе исследуются характерные структуры «Crossroad area» и «Spring area», которые демонстрируются на примере следующих отображений:

$$x_{n+1} = a + bx_n - x_n^3 \quad (1)$$

$$x_{n+1} = a - bx_n + x_n^3 \quad (2)$$

$$x_{n+1} = c + (1 + a)x_n + bx_n^2 + x_n^4 \quad (3)$$

$$\bar{z} = \mu + Ax^+ z^p \cos(\omega Ln \frac{d}{z} - \beta) + O(z^{2p}) \quad (4)$$

(1) – кубическое отображение I; (2) – кубическое отображение II; (3) – отображение четвертой степени; (4) – одномерное отображение негрубой неподвижной точки для отображения Шильникова.

При исследовании многих модельных систем, а также их приложений, особое внимание уделяется исследованию предельного поведения траекторий на различных аттракторах, т.е. на замкнутом инвариантном устойчивом множестве. Аттракторы разделяются на два типа – регулярные (устойчивые состояния равновесия, предельные циклы и инвариантные торы) и хаотические (с положительным показателем Ляпунова). В работе [3] предложена классификация хаотических аттракторов: ква-

зиаттракторы и псевдогиперболические аттракторы. Псевдогиперболические аттрактор характеризуется тем, что любая его траектория при малых изменениях сохраняет положительный показатель Ляпунова. Квазиаттрактором называют такой аттрактор, который содержит в себе устойчивые периодические движения или устойчивые периодические движения высоких периодов. Это определение приведено согласно работе [4].

При изучении карт режимов, построенных для таких аттракторов, в области хаоса наблюдаются однотипные структуры, в которых точка имеет устойчивый периодический режим. Аналогично работам [5] и [6] был проведен бифуркационный анализ для нескольких отображений, для которых были найдены границы окон устойчивости – линии бифуркаций, а также численно получены карты режимов.

### Список литературы

1. Гонченко С. В. и др. Математическая теория динамического хаоса и её приложения: обзор часть 2. Спиральный хаос трехмерных потоков // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27, № 5.
2. Shilnikov L. P. A case of the existence of a denumerable set of periodic motions // Doklady Akademii Nauk. Russian Academy of Sciences, 1965. Т. 160, № 3. С. 558–561.
3. Gonchenko S. V., Kazakov A. O., Turaev D. Wild pseudohyperbolic attractors in a fourdimensional Lorenz system // arXiv preprint arXiv:1809.07250. 2018.
4. Turaev D. V. and Shilnikov L. P. Pseudohyperbolicity and the problem on periodic perturbations of Lorenz-type attractors // In Doklady Mathematics. 2008. Vol. 77, No. 1. P. 17–21. MAIK Nauka/Interperiodica.
5. Carcasses J. P. et al. «Crossroad area–spring area» transition (I) parameter plane representation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 1991. Т. 1, № 01. С. 183–196.
6. Mira C. et al. «Crossroad area–spring area» transition (II) foliated parametric representation // International Journal of Bifurcation and Chaos. 1991. Т. 1, № 02. С. 339–348.