

Влияние силы параметрической накачки на динамику двух связанных осцилляторов ван дер Поля – Матъе*

И. Р. Рамазанов[✉], *И. А. Корнеев*,
Т. Е. Вадивасова, *А. В. Слепнев*

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ ibadulla.ramazanov@yandex.ru

Параметрические колебательные системы являются важным классом динамических систем изучаемых в теории колебаний. Устройства, основанные на эффекте параметрического резонанса, широко используются в качестве малошумящих усилителей радио- и микроволнового диапазона частот, в СВЧ-электронике, для понижения частоты лазерного излучения и т.д.

Кроме подобных параметрических систем существуют автогенераторы, демонстрирующие эффект параметрического резонанса. Например, на основе модели генератора ван дер Поля – Матъе проводится моделирование динамики заряда частиц пыли в плазме [1], а также микроэлектромеханических систем (МЭМС) [2, 3]. Кроме того, проводились исследования динамики осцилляторов типа ван дер Поля – Матъе под действием вынуждающей силы [4, 5].

В качестве развития данного направления можно рассмотреть систему двух связанных генераторов ван дер Поля – Матъе. Уравнения описывающие данную систему выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (\varepsilon - x_1^2) y_1 - w_1^2 (1 - A_{p1} \sin w_{p1} t) x_1 + k (y_2 - y_1), \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (\varepsilon - x_2^2) y_2 - w_2^2 (1 - A_{p2} \sin w_{p2} t) x_2 + k (y_1 - y_2), \end{cases} \quad (1)$$

где ε — параметр диссипации, w_1 и w_2 — собственные частоты осцилляторов, A_{p1} и A_{p2} — амплитуды параметрического воздействия, w_{p1} и w_{p2} — частоты параметрического воздействия, k — коэффициент связи.

Динамика такой системы определяется либо его автоколебательной, либо параметрической составляющей. Поэтому рассматриваются все возможные сочетания: оба осциллятора в автоколебательном режиме; оба

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и DFG в рамках научного проекта № 20-52-12004.

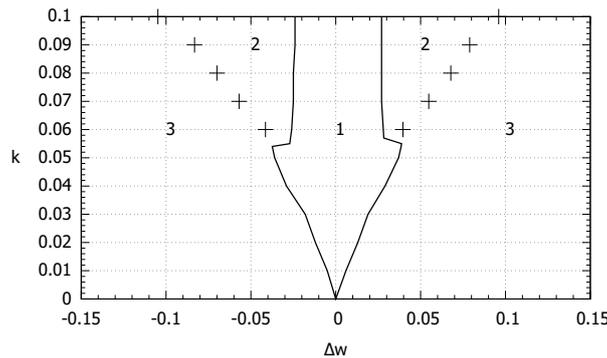


Рис. 1. Диаграмма режимов при $A_{p1} = 0.1$, $A_{p2} = 0.001$, $w_1 = 1$, $w_{p1,2} = 2w_{1,2}$, $\varepsilon = 0.1$

осциллятора в параметрическом режиме; один осциллятор в автоколебательном режиме, другой — в параметрическом.

Исследование показало, что при слабом параметрическом воздействии динамика системы похожа на динамику двух связанных генераторов ван дер Поля. Введение большого параметрического воздействия приводит к образованию новых режимов колебаний. На рис. (1) представлена диаграмма режимов при $A_{p1} = 0.1$, $A_{p2} = 0.001$ на плоскости параметров Δw и k , где $\Delta w = w_2 - w_1$.

Область синхронизации в данном случае разбита на две области с различным характером колебаний: область параметрических колебаний (1) и область фазо-частотной синхронизации (2). В области (3) наблюдаются несинхронные колебания. Кроме того, на границе областей (3) и (2) система демонстрирует хаотические колебания, что подтверждается наличием положительного старшего показателя Ляпунова.

Список литературы

1. *Momeni M.* A Van der Pol–Mathieu equation for the dynamics of dust grain charge in dusty plasmas / M. Momeni, I. Kourakis, M. Moslehi-Fard, P.K. Shukla // *J. Phys. A: Mathematical and Theoretical*. 2007. Vol. 40, No. 24.
2. *Pandey M.* Frequency locking in a forced Mathieu-van der Pol–Duffing system / M. Pandey, R.H. Rand, A. Zehnder // *Nonlinear Dynamics*. 2008. Vol. 54. P. 3–12.
3. *Pandey M.* Analysis of frequency locking in optically driven MEMS resonators / M. Pandey, K. Aubin, M. Zalalutdinov, A. Zehnder, R. Rand // *JMEMS*. 2006. Vol. 15, No. 6. P. 1546–1554.
4. *Warminski J.* Synchronisation effects and chaos in the van der Pol–Mathieu oscillator // *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2001. Vol. 39, I. 4. P. 861–884.
5. *Houri S.* Direct and parametric synchronization of a graphene self-oscillator / S. Hour, S. J. Cartamil-Bueno, M. Poot, P. G. Steeneken, H. S. J. van der Zant, W. J. Venstra // *Applied Physics Letters*. 2017. Vol. 110, I. 7.