

## Бифуркации, меняющие тип гетероклинических кривых 3-диффеоморфизма Морса–Смейла\*

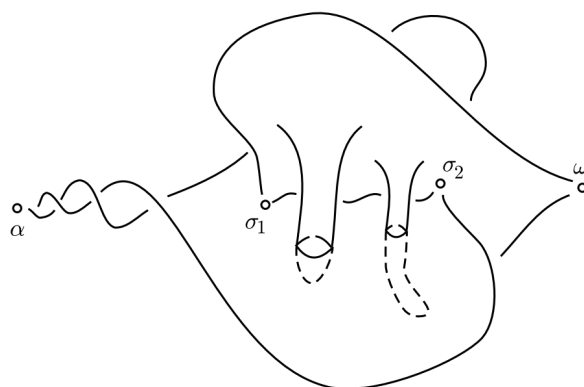
О. В. Починка, В. И. Шмуклер✉

Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород  
✉ shmukler9797@mail.ru

В работе рассмотрен класс  $G$  сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса–Смейла, заданных на замкнутом 3-многообразии, неблуждающее множество которых состоит в точности из четырех точек попарно различных индексов Морса. Известно, что двумерные седловые сепаратрисы любого такого диффеоморфизма всегда пересекаются и их пересечение необходимо содержит некомпактные гетероклинические кривые, но может содержать и компактные. Основным результатом работы является построение пути в пространстве диффеоморфизмов, соединяющего диффеоморфизм  $f_0 \in G$  с диффеоморфизмом  $f_1 \in G$ , не имеющим компактных гетероклинических кривых. Полученный результат является важным шагом в решении открытой проблемы описания топологии 3-многообразий, допускающих градиентно-подобные диффеоморфизмы с дико вложенными седловыми сепаратрисами. Рассмотрим класс  $G$  сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса–Смейла  $f$ , заданных на замкнутом многообразии  $M^3$ , неблуждающее множество которых состоит в точности из четырех точек  $\omega, \sigma_1, \sigma_2, \alpha$  с положительными типами ориентации и с индексами Морса (размерностями неустойчивых многообразий) 0, 1, 2, 3, соответственно.

Не смотря на простое устройство неблуждающего множества, в рассматриваемом классе существуют диффеоморфизмы с дико вложенными седловыми сепаратрисами [2] (см. Рис. 1). В работе [1] доказано, что для любого диффеоморфизма  $f \in G$  множество  $H_f = W_{\sigma_1}^s \cap W_{\sigma_2}^u$  не пусто и содержит как минимум одну некомпактную гетероклиническую кривую. Согласно работе [3], в случае ручного вложения замыканий одномерных сепаратрис диффеоморфизма  $f \in G$ , несущее многообразие  $M^3$  допускает разложение Хегора рода 1 и, следовательно, является линзовым

\*Работа выполнена при поддержке Международной Лабораторией Динамических Систем и Приложений НИУ ВШЭ НН, грант Правительства Российской Федерации, номер контракта № 075-15-2019-1931.

Рис. 1. Динамика диффеоморфизма  $f \in G$ 

пространством. В случае дикого вложения описание топологии несущего многообразия является открытой проблемой, сформулированной в [1].

В настоящей работе сделан важный шаг в решении этой проблемы, именно, доказан следующий факт.

**Теорема 1.** Пусть многообразие  $M^3$  допускает диффеоморфизм  $f_0 \in G$ . Тогда это же многообразие допускает диффеоморфизм  $f_1 \in G$ , блуждающее множество, которого не содержит компактных гетероклинических кривых.

### Список литературы

1. Grines V. Z., Zhuzhoma E. V., Medvedev V. S. On Morse–Smale Diffeomorphisms with Four Periodic Points on Closed Orientable Manifolds // Mathematical Notes 2003. Vol. 74, No. 3. P. 352–366.
2. Bonatti C., Grines V., Pochinka O. Topological classification of Morse–Smale diffeomorphisms on 3-manifolds // Duke Mathematical Journal. 2019. Vol. 168, No. 13. P. 2507–2558.
3. Grines V. Z., Zhuzhoma E. V., Medvedev V. S. New relations for Morse–Smale systems with trivially embedded one-dimensional separatrices // Math. sb. 2003. Vol. 194, no. 7. P. 25–56.