Необходимые и достаточные условия топологической сопряжённости n-кратных декартовых произведений грубых преобразований окружности*

И. В. Голикова✉, *О. В. Починка*

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Нижний Новгород
✉ ivgolikova@edu.hse.ru

Результаты были получены совместно с О.В. Починкой и посвящены топологической классификации n-кратных декартовых произведений грубых преобразований окружности.

Как показал А. Г. Майер в [1], класс топологической сопряжённости сохраняющего ориентацию грубого преобразования окружности однозначно определяется параметрами m, k, l, где k – период периодических точек, $2m$ – число периодических орбит, $\frac{l}{k}$ – число вращения преобразования. Таким образом, любой такой диффеоморфизм топологически сопряжён некоторому модельному преобразованию $\phi_{m,k,l} : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$.

В данной работе рассматривается класс G^n n-кратных декартовых произведений грубых сохраняющих ориентацию преобразований окружности. Соответственно, каждое такое грубое преобразование является градиентно-подобным диффеоморфизмом на n-мерном торе $\mathbb{T}^n$, топологически сопряжённым модельному преобразованию из класса $MG^n \subset G^n$, которое представлено n-кратным декартовым произведением $\phi = \phi_1 \times \times \phi_2 \times \cdots \times \phi_n : \mathbb{T}^n \to \mathbb{T}^n$ модельных диффеоморфизмов $\phi_i = \phi_{m_i,k_i,l_i}$, $i = 1, \ldots, n$. При этом каждый такой модельный диффеоморфизм имеет $2^n m_1 m_2 \cdot \ldots \cdot m_n k_1 k_2 \cdot \ldots \cdot k_n$ периодических точек, а их период равен $q = HOK(k_1, k_2, \ldots, k_n)$.

Основным результатом работы является доказательство следующей теоремы.

*Доклад подготовлен в ходе проведения исследования (№ 21-04-004) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2021–2022 гг., также исследование поддержано Лабораторией ДСП, НИУ ВШЭ, грант правительства РФ, договор № 075-15-2019-1931.

Теорема 1. *Диффеоморфизмы* $\phi,\ \phi' \in MG^n$ *топологически сопряжены тогда и только тогда, когда существует подстановка* $\xi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ \xi_1 & \xi_2 & \ldots & \xi_n \end{pmatrix}$ *индексов из множества* $\{1,\ 2, \ldots,\ n\}$, $\xi(i) = \xi_i$, *такая, что диффеоморфизмы* ϕ_i *и* ϕ'_{ξ_i} *топологически сопряжены для* $i = 1, \ldots, n$.

Аналогичный результат для декартова произведения грубых преобразований окружности следует из работы [2], в которой установлено, что модельные диффеоморфизмы $\phi_1 \times \phi_2,\ \phi'_1 \times \phi'_2$ на торе T^2 топологически сопряжены тогда и только тогда, когда либо ϕ_1 топологически сопряжён с ϕ'_1 и ϕ_2 топологически сопряжён с ϕ'_2, либо ϕ_1 топологически сопряжён с ϕ'_2 и ϕ_2 топологически сопряжён с ϕ'_1.

Список литературы

1. *Майер А. Г.* Грубое преобразование окружности в окружность // Учён. зап. ГГУ. 1939. № 12. С. 215–229.
2. *Гуревич Е. Я., Зинина С. Х.* О топологической классификации градиентно-подобных систем на поверхностях, являющихся локально прямыми произведениями // СВМО. 2015. Т. 17 № 1. С. 37–45.