

Солитонные химерные состояния в системе нелокально связанных фазовых осцилляторов с диффузионной связью*

М. И. Болотов¹✉, Д. И. Болотов¹, Л. А. Смирнов^{1,2},
Г. В. Осипов¹, А. Пиковский^{3,1}

¹Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

² Институт прикладной физики РАН

³ Университет г. Потсдам, Германия

✉ maksim.bolotov@itmm.unn.ru

Химерные состояния в популяциях нелокально связанных осцилляторов представляют собой нетривиальные пространственно-временные структуры, сочетающие в себе области с синхронной и асинхронной динамикой. Со времени первого наблюдения Курамото и Баттогтоха [1] был достигнут значительный прогресс в теоретическом и экспериментальном исследовании химер [2]. Химеры были обнаружены как в популяциях, состоящих из конечного числа элементов, так и в непрерывных распределенных осцилляторных средах.

В данной работе рассмотрена описываемая фазой $\varphi(x, t)$ среда нелокально связанных идентичных фазовых осцилляторов, расположенных на кольце длины L :

$$\partial_t \varphi = \omega + \text{Im} \left(H e^{-i(\varphi + \alpha)} \right), \quad (1)$$

$$\tau \partial_t H = \partial_{xx}^2 H - H + e^{i\varphi}, \quad (2)$$

где ω – собственная частота вращения осцилляторов, α – фазовый сдвиг, $H(x, t)$ – комплексное среднее поле, действующее на каждую точку среды и определяющее степень когерентности элементов системы. Параметр τ определяет диффузию среднего поля $H(x, t)$ [3]. С помощью процедуры редукции Отта–Антонсена, можно получить динамические уравнения относительно локального параметра порядка $Z(x, t)$, характеризующего степень когерентности элементов в окрестности точки x . Там, где $|Z(x, t)| = 1$, поведение соседних элементов среды синхронно. Если же $|Z(x, t)| < 1$, то фазовые осцилляторы вращаются асинхронно. Динамика $Z(x, t)$ описывается системой

$$\partial_t Z = i\omega Z + (e^{-i\alpha} H - e^{i\alpha} H^* Z^2) / 2, \quad (3)$$

$$\tau \partial_t H = \partial_{xx}^2 H - H + Z. \quad (4)$$

* Аналитические результаты поддержаны РНФ, грант № 17-12-01534. Численные результаты поддержаны РФФИ, грант № 19-52-12053.

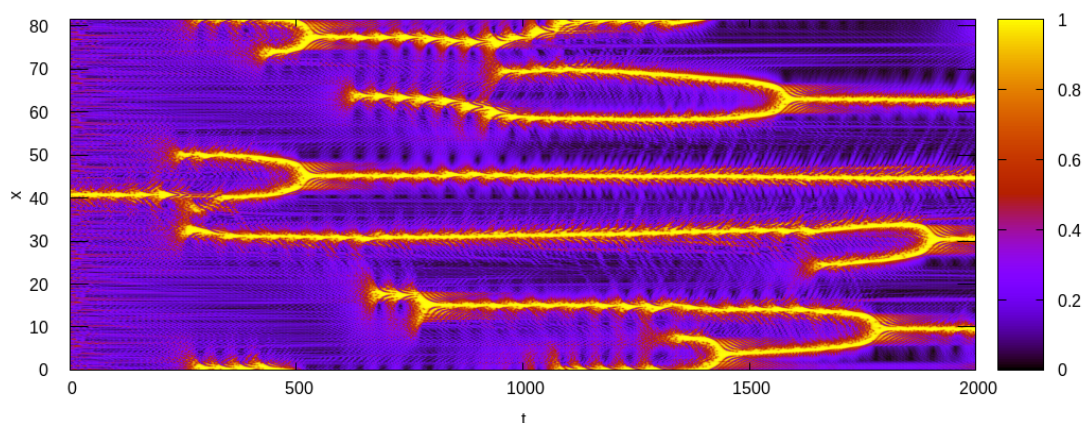


Рис. 1. Пространственно-временная диаграмма абсолютного значения комплексного локального параметра порядка $Z(x, t)$ для режима слабой солитонной турбулентности при $L = 82$, $\omega = 0$, $\alpha = 1.78$, $\tau = 0.5$

В ходе изучения долговременной эволюции системы (1), (2) большой длины L была обнаружена возможность формирования устойчивых солитоноподобных химерных состояний с уединенным когерентным кластером на асинхронном фоне. Анализ данных солитонных химер составляет основную задачу представляемой работы. Разработан оригинальный метод поиска солитонных химер как гомоклинических траекторий вспомогательной системы обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, полученной из самосогласованных уравнений в частных производных (3), (3) для мезоскопических характеристик среды. Установлено, что стабильные долгоживущие солитоноподобные химерные состояния в безграничной среде реализуются в случае отталкивающего взаимодействия между осцилляторами ($\alpha > \pi/2$), там, где асинхронный режим становится устойчивым. Кроме того, численное моделирование показало, что при изменении параметра фазового сдвига можно перейти к режиму слабой солитонной турбулентности, когда вдоль среды нерегулярным образом образуются и исчезают узкие (практически уединенные) области с синхронным поведением элементов (рис. 1).

Список литературы

1. Kuramoto Y., and Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators // *Nonlinear Phenom. Complex Syst.* 2002. Vol. 5. P. 380.
2. Omel'chenko O. E. The mathematics behind chimera states // *Nonlinearity*. 2018. Vol. 31. P. R121-R164.
3. Smirnov L. A., Osipov G. V., Pikovsky A. Chimera patterns in the Kuramoto-Battogtokh model // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2017. Vol. 50. P. 08LT01.