

Особенности синхронизации в двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений в условиях разреженной межслойной связи

Т. Р. Богатенко, А. В. Бух, Г. И. Стрелкова

Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского

✉ trbogatenko@gmail.com

В последние десятилетия особое внимание исследователей уделяется динамике и взаимодействию сложных ансамблей, поскольку такие процессы могут наблюдаться в самых разных областях знаний от физики и химии до нейродинамики и социологии [1]. Одним из самых примечательных явлений при взаимодействии сложных структур является синхронизация. Известно, что синхронизация может играть как положительную [2], так и отрицательную роль [3] в динамике сложных структур.

Стоит отметить, что в реальных системах могут иметь место разрывы связи между элементами взаимодействующих ансамблей, поэтому не всегда полученные теоретические результаты могут корректно отражать реальные процессы. В связи с этим представляется целесообразным изучить динамику сложных структур в условиях разреженной связи. В одном из ранних исследований по данной теме были рассмотрены двуслойные структуры осцилляторов Рёсслера [4, 5]. В данной же работе предлагается изучить влияние дефектов межслойной связи на явления внешней и взаимной синхронизации в двуслойной сети нелокально связанных логистических отображений. Уравнения исследуемой модели имеют вид:

$$\begin{aligned} x_i^{t+1} &= f_i^t(x_i^t) + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_j^t(x_j^t) - f_i^t(x_i^t)] + \gamma_{21}(i)F_i^t, \\ y_i^{t+1} &= g_i^t(y_i^t) + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [g_j^t(y_j^t) - g_i^t(y_i^t)] + \gamma_{12}(i)G_i^t. \end{aligned} \quad (1)$$

где x и y – динамические переменные, i – номер элемента, $i = 1, \dots, N = 1000$ – количество элементов в каждом слое, t представляет собой дискретное время. Поведение индивидуальных элементов системы (1) описывается логистическими отображениями $f_i^t(x_i^t) = \alpha_1 x_i^t(1 - x_i^t)$, $g_i^t(y_i^t) = \alpha_2 y_i^t(1 - y_i^t)$ с бифуркационными параметрами α_1 и α_2 . В данной работе принимаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 3.8$, что соответствует хаотической динамике

в каждом отображении. P и R определяют количество соседних элементов справа и слева от i осциллятора в каждом слое. σ_1 and σ_2 определяют силу внутрислойной связи между элементами каждого из ансамблей.

Оценка степени синхронизации структур в исследуемых ансамблях производится с помощью среднеквадратичного отклонения по времени и элементам ансамбля:

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_i(k) - x_i(k))^2}}. \quad (2)$$

где N – количество элементов в слое, а n – время усреднения.

В исследовании были рассмотрены различные модели разреженной межслойной связи, а именно модели случайно и равномерно распределенных дефектов, и кластерная связь, при которой взаимодействие ансамблей осуществляется только через отдельные группы осцилляторов. В ходе исследования была установлена общая закономерность снижения степени синхронности системы с увеличением количества дефектов межслойной связи при случайно и равномерно распределенных дефектах. В случае кластерной связи система может демонстрировать различную степень синхронности в зависимости от того, какую динамику демонстрирует кластер осцилляторов, через которые связаны ансамбли. Так, например, при связи через некогерентные кластеры в системе можно наблюдать явление эффективной синхронизации с минимальной наблюдаемой точностью 0.08.

Список литературы

1. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление // М.: Техносфера, 2003.
2. *Downey A. B., Olin F. W.* The Little Book of Semaphores // Green Tea Press, 2016.
3. *Uhlhaas P., Singer W.* Abnormal neural oscillations and synchrony in schizophrenia // Nat. Rev. Neurosci. 2010. Vol. 11. P. 100–113.
4. *Sevilla-Escoboza R., Sendiña-Nadal I., Leyva I., Gutierrez R., Buldú J. M., Boccaletti S.* Inter-layer synchronization in multiplex networks // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2015. 26. 10.1063/1.4952967.
5. *Leyva I., Sevilla-Escoboza R., Sendiña-Nadal I., Gutiérrez R., Buldú J. M., Boccaletti S.* Inter-layer Synchronization in Non-Identical Multi-Layer Networks // Sci. Rep. 2017. 7. 45475.