МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ, СОДЕРЖАЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Павел Михайлович Зиновьев
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры начального естественно-математического образования ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
pmzinoviev@mail.ru

Аннотация. В статье обсуждается возможность организации исследовательской работы младших школьников при решении примеров и задач начального курса математики.
Ключевые слова: исследовательская работа, математические задания, младшие школьники.

MATHEMATICAL TASKS FOR JUNIOR SCHOOLCHILDREN CONTAINING RESEARCH ELEMENTS

P. M. Zinoviev
candidate of physics and mathematics, associate professor of the Department of Elementary Natural and Mathematical Education, Saratov State University
pmzinoviev@mail.ru

Abstract. The article discusses the possibility of organizing research work of younger schoolchildren in solving examples and problems of the initial course of mathematics.
Keywords: research work, math assignments, younger schoolchildren

Многие годы целью обучения математике в начальной школе было требование научить хорошо считать, то есть сформировать у младших школьников умения и навыки применять вычислительные умения в различных ситуациях. С введением государственных образовательных стандартов цели начальной математической подготовки изменились. На первый план выходят требования всестороннего развития личности, в частности в плане математической подготовки «овладение логическими действиями сравнения, анализа синтеза, обобщения, классификации по родовидовым признакам, установление аналогий и причинно-следственных связей, построение рассуждений, отнесения к известным понятиям» [1]. Во вновь утвержденном стандарте, введенным в действие с 1 сентября 2022 г., эти требования ещё более конкретизируются. Однако в учебниках математики для начальной школы все еще преобладают учебные задания репродуктивного характера, цель которых − закрепить конкретный вычислительный приём или навык. Между тем, если предложить учащимся выполнить дополнительные задания, можно достичь целей полноценного математического развития обучающихся.

Приведем примеры возможной работы с заданиями обучающего характера, которые можно превратить в задания с элементами исследования, о которых говорится в Федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования (ФГОС НОО) .

Задание репродуктивного характера [2, с. 9]:

Реши примеры: $11 - 8$ $\quad 17 - 9 \quad 6 + 6 \quad 18 - 10 \quad 70 - 30$
$11 - 9 \quad 17 - 8 \quad 5 + 6 \quad 13 - 10 \quad 80 - 20$

В этом задании требуется найти результат, оно направлено на выработку вычислительных умений и, безусловно, полезно. Но если задание расширить, то можно добиться тех требований, которые заявлены в ФГОС НОО. А дополнить задание можно так: *1) Сравни ответы в примерах и назови столбики, где получились двузначные числа. 2) На какие группы можно разбить эти примеры (какими признаками можно воспользоваться?)? 3) Среди ответов найди самое большое число и самое маленькое.*

Итак, ответ на первый вопрос предполагает сначала выполнение вычислительных действий, а затем осуществление сравнения и разбиения множества примеров на 2 группы (два класса). С классификацией связан и ответ на второй вопрос, причем за основание классификации можно выбрать разные варианты, на что прямо указано в скобках. Например, можно разбить примеры на группы, как в ответе на первый вопрос: ответы однозначные или двузначные числа. Можно классифицировать по арифметическим действиям: примеры на вычитание либо на сложение. Очень часто значения числовых выражений разбивают на четные и нечетные числа (в этом примере это можно сделать и даже полезно, чтобы закреплять понятие «четного числа»). Наконец, можно увидеть, что в первом и втором столбиках первые компоненты одинаковы, а в других столбиках − разные. Третий вопрос к заданию направлен на закрепление действия сравнения чисел.

Следует отметить, что в современных учебниках стали чаще появляться учебные задания с элементами исследования. Например [2, с. 45]:

1) Сравни выражения в каждом столбике и объясни, как получено каждое следующее из предыдущего.

7 + 8 + 3 + 2	*3 + 4 + 2 + 1*
7 + 3 + 8 + 2	*(3 + 4) + (2 + 1)*
(7 + 3) + (8 + 2)	*7 + 3*
10 + 10	

2) Вычисли значения выражений в каждом столбике и сравни их.

В этом задании отрабатываются не только вычислительные навыки, но и такие свойства сложения как коммутативность и ассоциативность (школьники их называют переместительным и сочетательным свойствами). Рассуждения ведутся от общего к частному: «Мы знаем, что от перестановки слагаемых сумма не изменится, поэтому можно поменять местами слагаемые 3 и 8 так дальше нам будет удобнее складывать. Мы знаем правило − если соседние слагаемые заменить их суммой, то результат не изменится − поэтому заменяем 7 и 3, 8 и 2 их суммой и легко находим, что 10 + 10 = 20». Второе задание напрямую связано со сравнением чисел, выполнение его тоже можно представить как цепочку логических действий: «Мы нашли, что значения выражений в первом и втором столбиках 20 и 10. Из двух чисел то меньше, которое раньше встречается при счете. 10 встречается раньше, чем 20, поэтому 10 < 20».

Большие возможности для проведения исследовательской работы заложены в текстовых задачах. Некоторые задания прямо указывают на необходимость исследования. Например: *В мотке было 30 м ленты, одной девочке продали 5 м, а другой − 7 м ленты. Сколько метров ленты осталось? Реши задачу разными способами* [2, с. 77]. Некоторые ученики могут предложить решение в виде: 30 − 5 = 25, 25 − 7 = 18 или 30 − 7 = 23, 23 − 5 = 18. Но будет ли это решение разными способами? Ведь над числами 30, 5 и 7 выполняются одни и те же действия, только в разном порядке. Следует искать новый способ, где действия над числами были бы другими. И этот новый способ находится: сначала надо сложить числа 5 и 7, а потом вычесть их сумму из 30.

Если в задаче нет прямого указания на исследование, то это не значит, что его нельзя провести. Очень наглядным в этом плане является следующий пример. *В библиотеке на одной полке стояло 32 книги, а на другой − 40 книг. Детям выдали 20 книг. Сколько книг осталось на этих полках?* [2, с. 78.]

Предполагая, что все книги взяли с первой полки, получим одно решение, если же считать, что все 20 книг взяли со второй полки, получим другое решение с тем же ответом. Но ведь можно предположить, что 10 книг взяли с первой полки, а 10 − со второй, и получим решение задачи другим способом. Можно обсудить с учащимися, какие варианты еще могут быть. Кроме того, решение задачи можно представить в виде выражений, например, 32 − 20 + 40, 40 − 20 + 32, 32 + 40 − 20, (32 − 10) + (40 − 10) и т. д. и обсудить с учащимися, что эти выражения означают.

Организация исследовательской работы может быть осуществлена при решении задач методом предположения (см., например, [3]). Обратимся к примеру из Всероссийской проверочной работы по математике. *Андрей вырезал из бумаги несколько пятиугольников и шестиугольников. Всего у вырезанных фигурок 27 вершин. Сколько пятиугольников вырезал Андрей?* Ясно, что количество пятиугольников заключается между числами 1 и 4. Предположим, что пятиугольников было 4, а шестиугольник один. Тогда вершин будет 20 + 6 = 26, что не совпадает с условием задачи. Делаем следующее предположение: 3 пятиугольника и 2 шестиугольника, тогда вершин будет 15 + 12 = 27, что соответствует условию задачи. Для окончательного решения задачи нужно проверить, что варианты 2 пятиугольника и 3 шестиугольника, 1 пятиугольник и 4 шестиугольника не подходят. Таким образом, исследование заключается в переборе нескольких случаев. Для справедливости заметим, что существует общий метод решения таких задач. Рассмотрим его на данном примере. Предположим, что были вырезаны одни пятиугольники, тогда разделим 27 на количество сторон пятиугольника, получим 5 и в остатке 2. Деление нацело не произошло, потому что кроме пятиугольников есть еще и шестиугольники. Количество сторон у шестиугольника на одну больше, чем у пятиугольника. Мы получили остаток 2, который и означает, что кроме пятиугольников есть еще два шестиугольника, следовательно, шестиугольников 2, а пятиугольников 3. Другое решение получается из предположения, что вырезали только шестиугольники.

Задания, содержащие геометрический материал, в большинстве своем, предполагают выполнение элементов исследования. Например: *На рисунке представлена ломаная из трех звеньев: 3, 4 и 5 см. Узнай длину этой ломаной и начерти треугольник, периметр которого равен длине ломаной.* [2, с. 40]. Исследование заключается в том, как построить треугольник с такими сторонами. Выполнить построение с помощью одной линейки не удастся. Ученики должны воспользоваться циркулем. Сначала можно построить отрезок длиной 5 см, а из его концов, как из центов построить окружности радиусов 3 и 4 см. Точка пересечения окружностей будет вершиной треугольника. Внимательные ученики могут решить задачу и по-другому. Ведь в условии задачи не сказано, что стороны треугольника должны быть именно 3, 4 и 5 см. Важно, чтобы периметр был таким же, как у ломаной 12 см. Тогда в качестве решения можно построить равносторонний треугольник со стороной 4 см. А далее и возникает вопрос: какими могут быть стороны треугольника, если его периметр равен 12 см. Это уже серьезное задание, требующее выдвижения гипотезы и ее доказательства. Как известно, сумма длин любых двух сторон треугольника должна быть больше длины третьей стороны.

Итак, исследовательскую работу младших школьников при изучении математики можно успешно реализовать, если учитель будет творчески подходить к работе над каждым математическим заданием. Тогда вместе с необходимыми умениями и навыками будут развиваться умения рассуждать, сравнивать, делать предположения, проверять их справедливость и находить правильные решения.

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования / М-во образования и науки Рос. Федерации. М.: Просвещение, 2010. 31 с.

2. Математика. 2 класс. Учебник для общеобразовательных организаций. В 2 ч. Ч. 1 / Сост. М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова и др. М.: Просвещение, 2015. 96 с.

3. Зиновьев П.М. Решение задач методом предположения // Начальная школа. 2003. № 9. С. 59 – 62.