



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»  
(СГУ)**

### **Программа**

**вступительного испытания в магистратуру на направление подготовки  
02.04.01 «Математика и компьютерные науки»  
(«*Математические основы компьютерных наук*»,  
«*Тополого-геометрические методы в машинном обучении и  
исследовании данных*»)**

**Саратов – 2022**

## Пояснительная записка

Вступительное испытание направлено на выявление степени готовности абитуриентов к освоению магистерских программ «Математические основы компьютерных наук», «Тополого-геометрические методы в машинном обучении и исследовании данных» направления подготовки 02.04.01 «Математика и компьютерные науки». В ходе вступительного испытания оцениваются обобщенные знания и умения по дисциплинам указанного направления; выявляется степень сформированности компетенций, значимых для успешного освоения соответствующих магистерских программ.

Вступительное испытание проводится в форме устного междисциплинарного экзамена по дисциплинам направления «Математика и компьютерные науки».

## Содержание программы

### 1. Математический анализ

1. Различные определения непрерывной функции. Компакт и его непрерывный образ.
2. Равномерная непрерывность, теорема Кантора.
3. Производная функции действительной переменной, ее геометрический смысл. Теорема о среднем Лагранжа.
4. Интеграл Римана от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Теорема об интегрируемости модуля интегрируемой функции.
6. Формула Тейлора, различные формы записи остаточного члена.
7. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма) и достаточные условия экстремума.
8. Числовой ряд, абсолютная и условная сходимость. Интегральный признак сходимости числового ряда.
9. Функциональный ряд, понятие равномерной сходимости. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций.
10. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда.
11. Тригонометрический ряд Фурье и интеграл Фурье. Теорема Римана-Лебега о коэффициентах Фурье.
12. Теорема Фейера о суммируемости ряда Фурье методом средних арифметических. Теоремы Вейерштрасса о приближении функции тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
13. Пространство  $L^2$ . Ортонормированные системы функций, неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Замкнутые и полные ортонормированные системы в гильбертовом пространстве.

Литература

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [учебник в 2 ч.] – 8-е изд., М. ; Краснодар : Лань, 2006. – 463 с. – ISBN 5-9511-0010-0.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. учебник: в 3 т. – Москва: Дрофа, 2006. – 702. ISBN 5-358-00355-X.

## **2. Комплексный анализ**

1. Аналитические функции комплексного переменного, конформность отображения, задаваемого аналитической функцией.
2. Теорема о сумме вычетов функции. Вычисление вычетов.
3. Интегральная формула Коши.
4. Теорема о разложимости аналитической функции в степенной ряд.
5. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

### **Литература**

1. Евграфов М.А. Аналитические функции. 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008. - 447 с. - - ISBN 978-5-8114-0809-.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. . – М. :ФИЗ МАТЛИТ, 2004. – 335 с. – ISBN 5-9221-0133-1.
3. Шабунин М.И..Сидоров Ю.В. Теория функций комплексного переменного . – М. : БИНОМ. Лаб. Знаний, 2010. – 246.- ISBN 978-5-94774-005-9.

## **3. Фундаментальная и компьютерная алгебра**

1. Понятие определителя  $n$ -го порядка, его свойства.
2. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
3. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
4. Теорема об изоморфизме двух евклидовых пространств одинаковой размерности.

### **Литература:**

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. – 431 с. - ISBN 978-5-8114-0521-3
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008.

## **4. Стохастический анализ**

1. Случайная величина. Функция распределения, ее свойства.  
Непрерывная сл. величина. Плотность распределения, ее свойства.  
Пример непрерывного распределения (равномерное, экспоненциальное и нормальное).
2. Числовые характеристики случайных величин и их свойства.  
(Математическое ожидание (МО). Дисперсия и моменты.

Ковариация. Определение ковариации сл. величины и ее свойства. Коэффициент корреляции, его свойства.)

3. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.

Центральная предельная теорема.

4. Оценки и их свойства. Несмещенность, эффективность, состоятельность оценок. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Неравенство Рао-Крамера.

5. Статистические гипотезы. Простые и сложные гипотезы. Статистический критерий. Ошибки 1-го и 2-го рода при проверке статистических гипотез. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.

Литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Юрайт-Издат. Высш. образ., 2009г.
2. Ширяев А. Н. Вероятность, В 2-х тт. Т.1,2, изд.4, доп. и перераб. - М., Наука, 2007. 928 с.
3. Боровков А.А. Теория вероятностей. Изд.5. М.: Физматлит, 2009. 656 с.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. 3-е изд., испр. М.: Физматлит, 2007. – 703 с.

## 5. Дифференциальные уравнения

1. Определение матричной экспоненты. Сходимость матричного ряда, определяющего экспоненту.
2. Метод вариации произвольных постоянных для линейного дифференциального уравнения n- порядка (метод Лагранжа).

Литература:

1. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] : учебник / В. А. Треногин. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 311, [1] с. : рис. - Библиогр.: с. 308-311 (68 назв.). - Предм. указ.: с. 306-307.
2. Корнев В.В., Гуревич А.П. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений/Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2013. 176 с.

## 6. Функциональный анализ

1. Теорема Банаха-Штейнгауза.
2. Теорема о ряде Неймана.
3. Теорема о проекции.

Литература:

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 570, [2] с. : рис. - (Классический университетский учебник / пред. ред. совета В. А. Садовничий). - Предм. указ.: с. 548-570

## 7. Базы данных

1. Реляционная алгебра. Выборка. Проекция. Переименование атрибутов. Объединение. Пересечение. Разность. Декартово произведение. Естественное соединение. Свойства операций.
2. Целостность реляционных баз по состоянию. Ограничения уровней атрибута, кортежа, отношения, базы данных. Правила поддержания ссылочной целостности.
3. Реляционный язык запросов SQL. Реализация операций реляционной алгебры.
4. Нормальные формы реляционных баз данных (1НФ, 2НФ, 3НФ).

Литература

1. Дунаев В.В. Базы данных. Язык SQL. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2007 г.

## 8. Аналитическая геометрия

1. Смешанное произведение векторов: основные свойства и выражение в координатах.
2. Основная теорема о плоскости. Угол между двумя плоскостями.
3. Определение эллипса и его основные свойства.

Литература

- 1). [Беклемишев. Д. В.](#) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст]: учебник / Д. В. Беклемишев. - 11-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 307с.

## 9. Дискретная математика и математическая логика

1. Тавтологии логики высказываний и их применения.
2. Основные тавтологии логики предикатов с кванторами.
3. Упорядоченные множества и решетки; решетки как упорядоченные множества и как алгебраические системы.
4. Планарность графов: основные понятия; теорема Понтрягина-Куратовского.

Литература

- 1) Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов [Текст]: учеб. пособие / В. И. Игошин. - 2-е изд., стер. - М.: Академия, 2008. - 446 с.
- 2) Осипова В.А. Основы дискретной математики [Текст] : учеб. пособие / В. А. Осипова. - Москва: Форум: ИНФРА-М, 2006. - 158 с.

## 10. Дифференциальная геометрия и топология

1. Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе.
2. Топологические пространства. Открытые и замкнутые множества. Топология метрического пространства.

Литература

1). [Мищенко. Александр Сергеевич](#). Курс дифференциальной геометрии и топологии [Электронный ресурс]: учебник / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. - Москва: Лань, 2010. - 502 с.

### **11. Дополнительные главы геометрии и алгебры, ч.1**

1. Аксиомы аффинного пространства. Аффинные отображения. Подпространства аффинного пространства. Характеризация аффинных подпространств.

2. Координаты в аффинном пространстве. Запись аффинных отображений в координатах. Задание аффинных подпространств уравнениями.

Литература

1). Кострикин, А. И. Линейная алгебра и геометрия [Текст] : учеб. пособие / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин; - 4-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 302 с.

### **12. Дополнительные главы геометрии и алгебры, ч. 2**

1. Теорема о существовании и единственности нормальной жордановой формы матрицы.

2. Теорема о собственных значениях функции от матрицы. Определитель матричной экспоненты.

Литература:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Краснодар: Лань, 2007 г., - М.: Физматгиз, 2007 г.

2. Д. К. Фаддеев. Лекции по алгебре СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007

### **13. Уравнения математической физики**

1. Задача Коши для уравнения колебания струны. Метод бегущих волн.

2. Решение смешанной задачи о колебаниях струны методом разделения переменных.

3. Теорема о максимуме и минимуме для уравнения теплопроводности.

4. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Интеграл Пуассона.

5. Основная интегральная формула для гармонических функций

Литература:

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики, 2 изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008

2. Юрко В.А. Уравнения математической физики. Саратов, Изд-во Саратов. ун-та, 2010.

### **14. Численные методы**

1. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.

2. Свойства интерполяционных многочленов Лагранжа. Оценка погрешности аппроксимации.

3. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.

Литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – 5 изд. М.: БИНОМ, 2008

2. Самарский А.А. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2005

Программа утверждена Ученым советом механико-математического факультета и согласована с Отделом по организации приема на основные образовательные программы СГУ

Начальник отдела по организации приема  
на основные образовательные программы,  
ответственный секретарь Центральной  
приемной комиссии СГУ



С.С. Хмелев