

**ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В
РАДИОФИЗИКЕ, ЭЛЕКТРОНИКЕ И СПЕКТРОСКОПИИ**

Издательский центр «Рата»

2013

УДК 519; 378
ББК 2
П64

Редакционная коллегия: доктор физико-математических наук, профессор Железовский Б.Е.,
доктор физико-математических наук, профессор Клинаев Ю.В., кандидат физико-
математических наук, доцент Гаманюк В.Б.

П64 Прикладные аспекты исследований в радиофизике, электронике и спектроскопии

Сб. научных ст. – Саратов: ООО Издательский Центр «Рата», 2013 – 100с.

ISBN 978-5-91659-114-9

Сборник включает в себя исследования по физике, по методике её преподавания, а также ряд вопросов по анализу физических процессов и явлений в области других естественных наук.

Сборник предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов соответствующих специальностей.

Рецензенты: профессор Куликов М.Н.,
профессор Шаповалов А.С.

УДК 501
ББК 2

ISBN 978-5-91659-114-9

© Авторы статей, 2013

О некоторых аспектах современного состояния исследований структуры и свойств биомолекул методами оптической спектроскопии

Бурова Т.Г., Тен Г.Н., Нурлыгаянова М.Н., Яковлева А.А.

Исследование свойств и структурного состава биологически значимых молекул и их комплексов с водой представляет собой одну из актуальных задач оптики живых систем, биофизики и молекулярной биологии. Структурный состав вещества может быть исследован различными методами. Спектроскопия – не только наиболее традиционный, но и на сегодняшний день один из самых мощных методов исследования структуры молекул. Однако, нельзя считать вопрос определения структурного состава биологически значимых молекул решённым, поскольку возникают сложности, связанные с интерпретацией колебательных спектров, являющихся суперпозицией спектров нескольких таутомеров. Определение структурного состава также часто усложняется присутствием очень небольшого количества той или иной структурной формы в смеси веществ. В этом случае дополнение эксперимента расчётом теоретических спектров является одним из наиболее эффективных методов определения состава вещества. Помимо изучения структурного состава изолированных молекул, большой интерес вызывает исследование влияния растворителя на их структуру. Важной средой для биологически значимых молекул является вода. Следует заметить, что вода не только взаимодействует с растворёнными молекулами, но и, например, выполняет ряд важных функций, связанных с процессами самоорганизации, упорядочения и со стабилизацией структуры ДНК.

С помощью анализа колебательных и электронных спектров можно показать наличие той или иной структуры, в частности таутомерной формы оснований нуклеиновых кислот (ОНК) [1-8]. В результате расчёта параметров таутомерного равновесия, для стабилизации канонических форм ОНК в водном растворе необходимо либо изменение температуры (увеличение или уменьшение от стандартных условий 25⁰С), либо смещение рН среды в щелочную область [9]. Кроме того, смещение рН в щелочную область необходимо и для исключения образования редких комлементарных пар ОНК.

Рассмотрим результаты теоретических и экспериментальных исследований одного из оснований нуклеиновых кислот – цитозина. Экспериментальные спектры комбинационного рассеяния (КР) водного раствора цитозина при разных рН (0.5, 7, 12.5) представлены в работе [10]. По выполненному качественному анализу частот и интенсивностей с учётом характеристичности их проявления было высказано предположение, что в

кислотном растворе цитозина (растворитель – дейтерированная вода) помимо катиона может присутствовать одна из иминных таутомерных форм, а в щелочной среде доминирующей структурой является анион цитозина.

Спектры резонансного комбинационного рассеяния (РКР) цитозина и других оснований нуклеиновых кислот в силу своей научной и практической значимости также неоднократно являлись объектами изучения [11-15]. Одним из первых и наиболее подробных исследований является работа [11], в которой получены спектры РКР водного и D₂O раствора дезоксицитодин-5-монофосфата при возбуждении лазерным излучением с длинами волн 266, 218 и 200 нм в диапазоне от 550 до 1700 см⁻¹. Хотя доказано [12-15], что наиболее интенсивные линии связаны именно с возбуждением колебаний цитозинового фрагмента, при сравнении результатов расчета молекулы цитозина с данными эксперимента [11] наблюдаются несоответствия отдельных частот, а само такое сравнение может использоваться лишь для предварительного описания распределения интенсивности [16]. Анализ же таутомерного состава цитозина при различных условиях, безусловно, требует проведения эксперимента именно для водного раствора цитозина.

Исследование спектра РКР цитозина в воде при возбуждении лазерным излучением с длиной волны 257 нм и рН=0.3–13.0 описано в работе [17]. Отнесение линий базируется на результатах расчетов методами DFT и MP2 из работы [18]; расчетов относительных интенсивностей линий спектров не проводилось. Особенностью этой работы является исследование изменения электронной структуры при изменении рН-фактора. Отмечено, что при значениях рН между 4 и 12 происходит делокализация электронов во всей области молекулы. При рН ниже 4 происходит центрирование на кольце, а при рН выше 12 – делокализация вне кольца. Таким образом, к настоящему моменту нет однозначного решения вопроса о таутомерном составе цитозина в водном растворе. В этой связи представляется весьма перспективным проведение комплексного теоретического и экспериментального исследования оптических спектров цитозина в различных условиях (при разных температурах и уровнях рН).

Кроме молекул ОНК существует и ряд других молекул, имеющих важное биологическое значение. Так, например, индол и его замещенные, хотя и не относятся к основаниям нуклеиновых кислот, но играют в процессе функционирования весьма важную роль. В организме человека индол и скатол образуются в кишечнике в результате разрушения триптофана и являются неотъемлемыми продуктами жизнедеятельности. Известно воздействие скатола на нервную систему человека и животных, отмечены его геморрагические и радиозащитные свойства [19]. Не удивительно, что структура скатола и его спектральные характеристики неоднократно являлись объектами как

теоретических, так и экспериментальных исследований, например, [20-28]. В работе [20] был выполнен расчёт длин связей изолированного скатола методом DFT (приближения B3LYP и MP2) с использованием различных базисных наборов (6-31G(d,p), 6-31+G(d,p)). В [21] наряду со структурой изолированного скатола методом DFT в приближениях HF и B3LYP с разным набором базисных функций (6-31G(d) и 6-311++G(d,p)) изучена структура комплекса скатол-вода, а также рассмотрено влияние растворителя на структуру скатола. Показано, что образование водородной связи приводит к расширению бензольного кольца скатола и уменьшению связей, прилегающих к атому азота, а также угла $C_2N_1C_8$. Кроме того, в работе [21] были проведены расчеты частот нормальных колебаний как в гармоническом, так и в ангармоническом приближениях, что позволило уточнить интерпретацию отдельных линий ИК спектра скатола, ранее предложенную в [22]. Более ранние экспериментальные исследования спектров ИК поглощения и комбинационного рассеяния индола и его замещенных отражены в [23-25]. Несомненный интерес представляют работы [26-28], содержащие главным образом результаты экспериментальных исследований спектров резонансного комбинационного рассеяния (РКР) скатола, индола и триптофана. В [26] получены спектры РКР скатола и индола в метаноле и в водном растворе, возбуждаемые лазерным излучением с длинами волн 230 нм, а также спектры нерезонансного КР. В [27] приводятся спектры РКР скатола, полученные при возбуждении лазерным излучением с длинами волн 260 и 235 нм в метаноле, бутаноле, циклогексане и воде в области $1000-1600\text{ см}^{-1}$, а также возбуждаемые излучением с длинами волны 229 и 257 нм в области $700-1800\text{ см}^{-1}$ в гексане и с добавлением 0.08% гексаметилтриамидофосфата (ГМТФ), являющегося сильным акцептором, стимулирующим образование водородных связей. В [28] содержится краткий обзор работ по исследованию спектров РКР триптофана и продуктов его распада.

Сложность исследования свойств индола в воде заключается в том, что он является гидрофобным молекулярным соединением [29]. В естественных условиях связывание индола с полярной молекулой глюкокуроновой кислоты придаёт этим неполярным (гидрофобным) соединениям высокую растворимость, что облегчает процесс их выведения из организма [30,31]. При постановке эксперимента по исследованию, например, влияния водородных связей на спектры индола для стимуляции образования водородных связей в неполярный раствор индола обычно добавляют небольшой процент вещества, являющегося сильным акцептором, например, гексаметилтриамидофосфата [32].

Теоретическое исследование влияния водного раствора на колебательные

спектры индола предполагает два способа проведения расчётов: первый состоит в использовании модели самосогласованного реактивного поля (для воды диэлектрическая проницаемость $\epsilon=78.39$, модель SCRF), второй – в расчёте межмолекулярного комплекса индола с молекулой воды (1:1), позволяющего непосредственно учесть влияние водородной связи. Обе эти модели ранее были использованы для моделирования колебательных спектров индола в воде, что позволило выполнить их полную интерпретацию [33].

В работе [34] был проведён расчёт колебательных спектров изолированного индола методом DFT в гармоническом и ангармоническом приближениях, квантово-механический расчёт спектров РКР индола в приближении Герцберга-Теллера, проанализировано влияние водородной связи на структуру и колебательные (КР, РКР) спектры индола. В последующем [35], выполнен квантово-механический расчёт относительных интенсивностей линий в спектрах резонансного комбинационного рассеяния (РКР) изолированного скатола и комплекса скатол-вода, рассмотрено влияние межмолекулярного взаимодействия на спектры, проведено сравнение особенностей распределения интенсивностей в спектрах РКР индола и скатола.

Таким образом, решение задачи определения структуры и свойств биомолекул методами оптической спектроскопии представляется весьма перспективным, т.к. исследование спектров позволяет не только ответить на вопрос о колебательных и электронных параметрах молекулы, но и сделать выводы о таутомерном составе в различных фазовых состояниях. Однако, в настоящее время возможности, предоставляемые современными методами теоретического и экспериментального исследования оптических спектров, используются не в полной мере, о чем свидетельствуют приведенные выше результаты. Расширение сферы использования методов теоретической и экспериментальной спектроскопии позволит разрешить остающиеся пока открытыми вопросы структуры и таутомерных свойств биомолекул.

-
1. Nowak M.J., Lapinski L., Fulara J. // *Spectrochim. Acta*. 1989. V. 45 A. P. 229.
 2. Радченко Е.Д., Плохотниченко А.М., Иванов А.Ю., Шеина Г.Г., Благой Ю.П. // *Биофизика*. 1986. Т. 31. С. 373.
 3. Szczepaniak K., Szczesniak M.M., Kwiatkowski J.S., KuBulat K., Person W.B. // *J. Am. Chem. Soc.* 1988. V. 110. P. 8319.
 4. Wioriewicz-Kuczera J., Karplus M. // *J. Amer. Chem. Soc.* 1990. V. 112. P.5324.
 5. Stepanian S.G., Sheina G.G., Radchenko E.D. and Blagoi Yu.P. // *J. Mol. Struct.* 1985. V. 131. № 3-4. P. 333.
 6. Kwiatkowski J.S., Leszczynski J. // *J. Mol. Struct. Theochem.* 1990. V. 208. № 1-2. P. 35.

7. Nowak M. J., Rostkowska H., Lapinski L., Kwiatkowski J. S., Leszczynski J. // J. Phys. Chem. 1994. V. 98. P. 2813.
8. Majoube M., Henry M., Vergoten G. // J. Raman Spectr. 1994. V. 25. P.233.
9. Тен Г.Н., Баранов В.И. Исследование таутомерного равновесия оснований нуклеиновых кислот в водном растворе. Журнал структурной химии. 2007.- 48, №5.-С.934-941.
10. Lord R.C., Thomas G.J. Raman spectral studies of nucleic acids and related molecules – I. Ribonucleic acid derivatives. // Spectrochim. Acta. - 1967. - 23A. - P. 2551-2591.
11. Fodor S., Rava R., Hays T., Spiro T.// J. Amer. Chem. Soc. 1985. V.107. P.1520-1529.
12. Susi H., Ard J.S.// Spectrochim. Acta. 1971. 27A. P.1549-1562.
13. Podolyan Y., Rubin Y., Leszczynski J. // J.Phys.Chem. 2000A. V.104. P.9964-9970.
14. Shukla M., Mishra P.// Chem.Phys. 1999. V.240. P.319-329.
15. Biological application of Raman Spectroscopy. V.2. Resonance Raman Spectroscopy / T.Spiro, E.Wiley. New York. 1987. P.149-159.
16. Бурова Т.Г., Тен Г.Н., Кучерова В.В. // Оптика и спектр. 2004.Т.97, №1.-С.1-4.
17. Billinghamurst B.E., Oladepo S.A., Loppnow G.R. J.Phys.Chem. B. 2009. V.113,N20. P.7392-7397.
18. Gaigeot, M. P.; Leulliot, N.; Ghomi, M.; Jobic, H.; Coulombeau, C.; Bouloussa, O. Chem. Phys. 2000, 261, 217–237.
19. Jensen G.M., Goodin D.B., Bunte S.W. // J Phys. Chem. 1996. V. 100. P. 954.
20. Тен Г.Н., Яковлева А., Березин В.И., Баранов В.И. //Журн. прикл. спектр. 2011. Т. 79, № 2. С. 173.
21. Bunte S.W., Jensen J.M., McNesby K.L., Goodin D.B., Chabalowski C.F., Nieminen R.M., Subai S., Jalkanen K.J. // Chemical Physics. 2001. V. 265. P. 13.
22. Majoube M., Vergoten G. // J. Raman Spectroscopy. 1992. V. 23. P. 431.
23. Korter T.M., Küpper J., Pratt D.W. // J. Chem. Phys. 1999. V.111. P. 3946.
24. Sammeth D.M., Siewert S.S., Spangler L.H., Callis P.R. // Chem. Phys. Lett. 1992. V. 193. P. 532.
25. Schlamadinger D., Gable J., Kim J. // J.Phys.Chem. B. 2009. V. 113. P.14769.
26. Matsuno M., Takeuchi H. // Bull.Chem.Soc.Japan. 1998. V. 71, N 4. P. 851.
27. Takeuchi H. // Analytical Sciences. 2011.V. 27. P. 1077.
28. Бурова Т.Г. // Хим.физика. 1994. Т. 13, № 3. С. 29.
29. Общая органическая химия./ под. ред. акад. Н.К. Кочеткова. М.: Химия. 1985. Т.8. 752 с.
30. Иноятова Ф.Х., Эргашов А.Т., Орипов О.А. Биохимические основы

процессов биотрансформации. <http://tma.uzsci.net/library/metod/metod/11.doc>

31. Кутенов Д.Е., Семёнов В.Н., Денисов А.Ю., Пасечник И.Н. // Вестник интенсивной терапии. 2004. № 2. С. 65.
32. Bunte S.W., Jensen G.M., McNesby K.L., Goodin D.B., Chabalowski C.F., Nieminen R.M., Subai S., Jalkanen K.J. // Chemical Physics. 2001. V. 265. P.13.
33. Тен Г.Н., Яковлева А.А., Бурова Т.Г., Березин В.И., Баранов В.И. // Журнал прикладной спектроскопии. 2010. Т.77. № 4. С. 542.
34. Тен Г.Н., Бурова Т.Г., Березин К.В., Яковлева А.А., Нурлыгаянова М.Н., Баранов В.И. // Опт. и спектр. 2012. Т.113, №5. С. 539-547.
35. Т.Г. Бурова, М.Н. Нурлыгаянова, Г.Н. Тен, А.А. Яковлева Квантово-механический расчет распределения интенсивностей в спектрах изолированного скатола и комплекса скатол-вода // Опт. и спектр. 2013. Т.114, №3 (в печати)

Простой двуполярный стабилизированный регулируемый лабораторный источник питания от сети переменного тока 42 вольт

Гаманюк В.Б., Недогреева Н.Г., Тверикин К.С.

В работах [1,2] для питания постоянным током учебной лаборатории от сети 42 В разработаны электрическая схема и конструкция импульсного стабилизированного регулируемого источника. В основе работы подобных устройств лежит принцип преобразования постоянного напряжения в переменное достаточно высокой частоты с регулируемой скважностью и его обратное преобразование в постоянное (выпрямление). Указанные сложности позволяют осуществлять регулировку напряжения, а, значит, и энергии, передаваемой в нагрузку с высоким КПД. Такие источники можно рекомендовать для использования при значительных (более 20 Вт) мощностях нагрузок. При этом экономия энергии вполне будет оправдывать относительную сложность изготовления устройства.

Когда для проведения учебных исследований не требуется больших токов, регулируемый источник постоянного тока (ИПТ), работающий от сети переменного напряжения 42 В, может быть создан на основе линейных интегральных стабилизаторов (ЛИС). Поскольку энергия к потребителям учебных аудиторий поступает от понижающего трансформатора, гальваническая развязка входа и выхода ИПТ не требуется. Для такой сети на выходе бестрансформаторного мостового выпрямителя с емкостным фильтром напряжение постоянного тока составляет примерно 60 В. Как показывает анализ справочной литературы, ЛИС, рассчитанные на столь высокое напряжение, являются пока большой редкостью, в то время как микросхемы, работающие при входных

напряжениях в диапазоне 30 – 40 В, широко распространены и к тому же имеют низкую стоимость (не более 20 руб.). Указанные обстоятельства натолкнули авторов на идею получения двух напряжений разной полярности по 30 В путем создания искусственной средней точки с помощью двух последовательно соединенных электролитических конденсаторов большой емкости. При этом если в каждое плечо такой схемы включить *ЛИС*, то получим лабораторный двуполярный стабилизированный *ИПТ* с достаточно широкими функциональными возможностями.

Принципиальная электрическая схема предлагаемого *ИПТ* приведена на рис. 1. В качестве DD1 и DD2, например, можно использовать комплементарную пару микросхем LM317Т (плечо положительной полярности) и LM337Т. Каждая из них может работать при входном напряжении до 37 В, токе нагрузки до 1,5 А и имеет встроенную защиту от короткого замыкания. Поскольку тепловая мощность рассеивания P этих микросхем ограничена величиной в 20 Вт, всегда должно выполняться условие $I_H(30 - U_H) < 20$, где I_H и U_H ток нагрузки и напряжение на ней соответственно. Повысить мощность источника можно используя интегральные стабилизаторы, рассчитанные на большие токи, например, пару LM350Т и LT1033СТ, способные работать до 3 А при $P = 25$ Вт, или же с помощью дополнительного регулирующего транзистора. Более подробные сведения о параметрах перечисленных микросхем и особенностях их применения можно получить на соответствующих сайтах интернета по запросу *datasheet*.

Заметим, что в любом случае во избежание перегрева силовые элементы *ИПТ* следует снабдить радиаторами охлаждения. В частности общим радиатором может служить металлический корпус самого источника.

На входе электронных стабилизаторов допускается уровень пульсаций около 2%. Поэтому емкость конденсаторов $C1$ и $C3$ можно рассчитывать по формуле $C \geq 5 \cdot 10^3 \cdot I_H$. Здесь I_H задается в амперах, а емкость C – в микрофарадах. Резисторы $R1$, $R2$ одинаковой величины выравнивают напряжения на конденсаторах. Керамические конденсаторы $C2$, $C4$ одинаковой емкости (от 10 до 100 нФ) шунтируют $C1$ и $C3$ по высокой частоте. Электролитические конденсаторы $C7$ и $C8$ на выходе источника имеют небольшую емкость (обычно от 1М0 до 10М), величина которой определяется максимальным током нагрузки.

Выходное напряжение каждого плеча изменяется независимыми регуляторами $R3$ и $R4$. Это позволяет при необходимости получать несимметричное двуполярное напряжение. Подключая нагрузку между клеммами 1 и 3, можно повысить максимальную величину выходного напряжения в два раза.

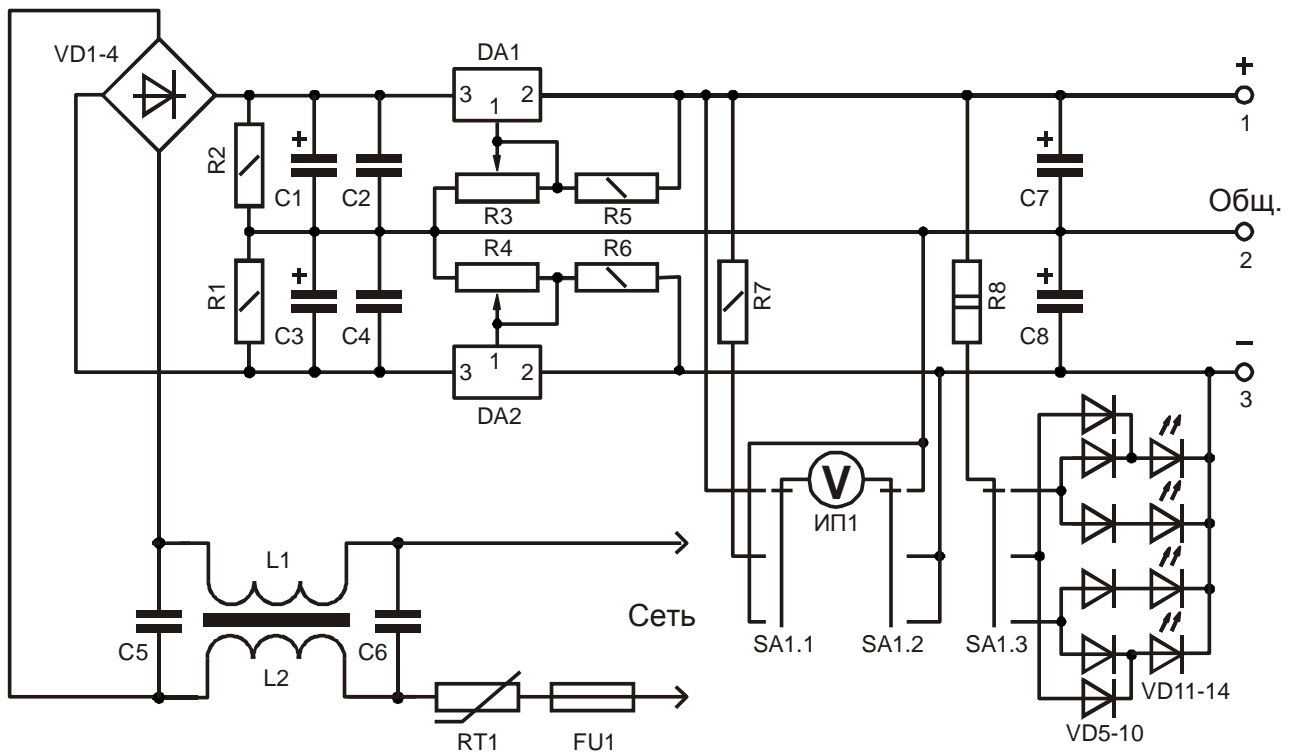


Рис. 1

Контроль выходного напряжения осуществляется вольтметром *ИП1* со шкалой 30 В. С помощью переключателя *SA1* на три положения и три направления производится изменение полярности вольтметра и подключение к нему дополнительного резистора *R7* для увеличения вдвое цены деления шкалы. Вместе с этим коммутируются пары светодиодов *VD11-14*, которые для удобства пользователя «подсвечивают» те клеммы, к которым в данный момент подключен вольтметр и одновременно служат индикаторами включения прибора. Для того чтобы яркость свечения *VD11-14* при регулировках выходного напряжения не изменялась, их питание организовано от выпрямленного напряжения сети через резистор *R8*. С этой же целью предусмотрены два диода, последовательно присоединенные к двум средним светодиодам.

Так как емкости *C1* и *C2* имеют весьма большую величину, сеть подключается через термистор *RT1*, ограничивающий бросок зарядного тока через диоды *VD1-4*, в качестве которых целесообразно использовать однофазный мост, рассчитанный на ток, не меньший чем максимально возможный ток нагрузки.

В заключение отметим, что себестоимость описанного в настоящей работе источника невелика, его электрическая схема достаточно простая, и он содержит только серийно выпускаемые промышленностью узлы и детали, большую часть которых можно использовать и от списанной аппаратуры. Таким образом, изготовление *ИПТ* под силу самим учащимся в рамках физического практикума. Тем самым достигается определенный педагогический эффект: учащиеся посредством своей практической деятельности будут иметь представление об

уровне развития электронной техники и получают знания, актуальные на сегодняшний день.

1. Гаманюк В.Б., Недогреева Н.Г., Тверикин К.С. Бестрансформаторный импульсный регулируемый стабилизированный источник постоянного тока для проведения учебных лабораторных работ. «Актуальные направления развития современной физики и методики ее преподавания в вузе и школе»: Материалы VII международной научно-практической конференции г. Борисоглебск, 29-30 марта 2012 г. – С.18-23.

2. Гаманюк В.Б., Тверикин К.С. «Источник питания постоянного тока для проведения лабораторных работ». Заявка на получение патента на полезную модель №2912118928 от 04.05.2012 г. Решение о выдаче патента от 02.10.2012 г.

«Электронный» реостат

Гаманюк В.Б., Недогреева Н.Г., Тверикин К.С.

Как при проведении лабораторных исследований, так в технике и даже быту требуется изменять среднюю величину силы постоянного тока. В качестве примеров можно привести регулирование тока зарядных устройств, изменение яркости свечения ламп накаливания, изменение частоты вращения электродвигателей. Для этих целей в школьных и вузовских практикумах традиционно используются реостаты, принцип действия которых состоит в создании дополнительного падения напряжения на самом реостате, включенном в цепь последовательно с нагрузкой. Тем самым в сознании учащихся создается убеждение в том, что данный способ регулирования является единственно возможным. Однако следует заметить, что, несмотря на очевидную простоту, использование реостата порой сопряжено с недопустимо большими потерями энергии. К тому же он имеет значительные габариты и массу и при работе может нагреваться до опасно высоких температур. Безусловно, современная элементная база позволяет заменить реостат мощным транзистором, однако такая модернизация принципа регулирования не изменит.

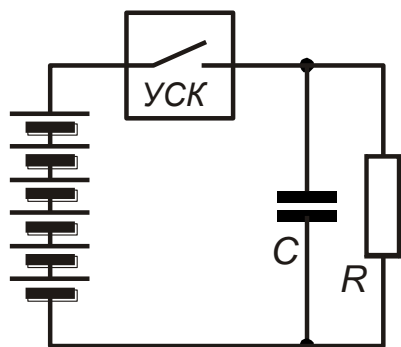


Рис. 1

По определению среднее значение силы тока равно $I_{cp} = \Delta q / \Delta t$, где Δq – заряд, прошедший по цепи за время Δt . Если с помощью управляемого силового ключа (УСК) (Рис. 1)

нагрузку присоединять к источнику периодически с частотой $f = 1/T$ и продолжительностью τ , то за время, равное $\Delta t = nT$, величина заряда станет $\Delta q = I\tau n$. Следовательно, $I_{cp} = I\tau/T = I\tau f$. Здесь $I = U/R$, U – напряжение на зажимах цепи, R – сопротивление потребителя. Из этой формулы видно, что изменяя τ и f , можно управлять средним током через нагрузку. Если ключ имеет низкое сопротивление r , то потери энергии практически отсутствуют и коэффициент полезного действия преобразования будет близок к 100%. Конденсатор C достаточно большой емкости, шунтирующий нагрузку, уменьшает пульсации выходного напряжения ключа. Повышение частоты f способствует уменьшению амплитуды пульсаций. На таких частотах электромеханические ключи (электромагнитные реле, вибропреобразователи и тому подобные), несмотря на весьма малую величину r , малопригодны. К тому же их контактные группы быстро выходят из строя вследствие «подгорания». Поэтому гораздо эффективнее использовать электронные устройства, например, так называемые интеллектуальные ключи верхнего плеча. Поскольку целью настоящей работы является лишь ознакомление с возможностями импульсного управления током, функцию простейшего *УСК* вполне может выполнить биполярный или полевой транзистор, включенный последовательно с нагрузкой, на управляющий электрод которого подаются прямоугольные импульсы переменной скважности или изменяемой частоты. Выбор типа транзистора определяется величинами напряжения и тока коммутации и способом подачи управляющего сигнала. На невысоких частотах предпочтительнее полевые структуры, отличающиеся низким сопротивлением открытого канала и высоким значением входного сопротивления.

Для демонстрации возможностей импульсного управления током предлагается установка, схема которой приведена на рис. 2. В ней используются промышленно выпускаемые источник постоянного тока (*ИПТ*) и генератор прямоугольных импульсов (*ГПИ*). В качестве нагрузки целесообразно взять лампу

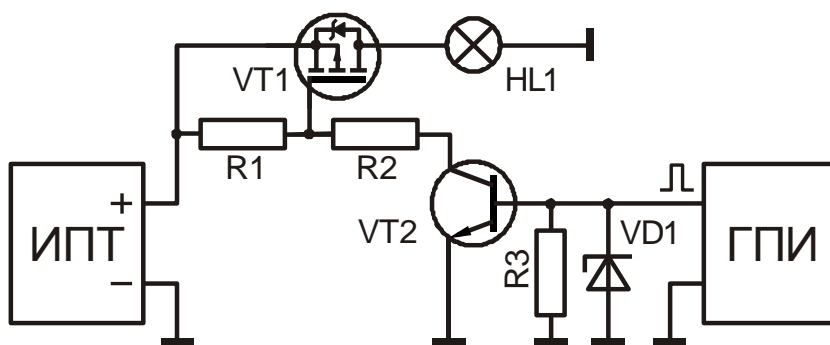


Рис. 2

накаливания, поскольку в этом случае по яркости её свечения можно судить о величине тока в цепи. Если в качестве таковой выбрать стандартную автомобильную лампу *HL1* мощностью 4 Вт, рабочее напряжение которой составляет 12 – 14, в распоряжении достаточно иметь источник питания до 15 В с

составляет 12 – 14, в распоряжении достаточно иметь источник питания до 15 В с

выходным током 0,5 А. Так как выбранная нагрузка обладает большой инерционностью по отношению к изменениям тока, нет необходимости шунтировать её конденсатором.

Полевой транзистор $VT1$ с каналом p - типа и биполярный транзистор $VT2$ n - p - n типа должны быть рассчитаны на напряжение питания не менее 20 В. При этом необходимо, чтобы максимально допустимый ток стока $VT1$ – превышал ток нагрузки, а выбрать исполнение желательно в корпусах ТО220 или ТО251А, которые наиболее удобны для монтажа. Резисторы $R1$ и $R2$ имеют одинаковую величину – 5к1–10к, а $R3$ – 1к0–2к0. $VT2$ выполняет функцию ключа, замыкающего резистор $R3$ на «землю» с частотой и скважностью импульсов $ГПИ$. Им может быть любой маломощный транзистор из серий КТ312, КТ315, КТ3102 или их аналогов. Диодом $VD1$, ограничивающим напряжение на базе транзистора $VT1$, служит стабилитрон на напряжение стабилизации 1,8-2,0 В.

При отсутствии $ГПИ$ в арсенале кабинета физики эффект управления током можно обнаружить даже при использовании генератора синусоидальных колебаний ($ГСК$).

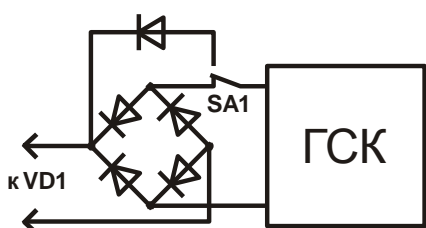


Рис. 3

Для этого следует изготовить приставку, согласующую $ГСК$ с генератором. Её схема дана на рис. 3. Когда синусоидальные колебания проходят через один диод, на его выходе возникают «положительные полуволны» с частотой генератора, а при использовании диодного моста их частота удваивается.

При увеличении амплитуды сигнала на базе $VT1$ сначала его будет открывать только верхняя часть «синусоиды». Значит, величина τ будет заметно меньше $T/2$. С ростом амплитуды, τ станет увеличиваться, и, кроме того, начнет усиливаться фактор ограничения сигнала, что приведет к приближению его формы к прямоугольной, а скважности к единице. Таким образом, изменяя выходное напряжение $ГСК$ от нуля до значений 10–15 В, можно регулировать средний ток через нагрузку в довольно широких пределах. С помощью тумблера $SA1$ частота управляющего сигнала скачком изменяется вдвое при сохранении всех прочих условий. Эта манипуляция позволяет продемонстрировать зависимость I_{cp} от f . Заметим, что в схеме на рис. 3 нужно использовать не выпрямительные, а высокочастотные диоды.

1. Кублановский Я.С. Тиристорные устройства. М.: Радио и связь, 1987.

2. Жуков В., Косенко В., Косенко С. ШИ-стабилизатор тока. «Радио», 5, 1999.

3. Бар. В.И. Основы преобразовательной техники. Курс лекций. Тольяттинский государственный университет, Тольятти 2002.

Увеличение чувствительности измерительной установки по наблюдению пятна Пуассона в 3^х сантиметровом диапазоне

Васильев А.Е., Рачков В.А.

В работе [1] предложено модернизированное учебно-наглядное пособие (УНП) по изучению свойств электромагнитных волн в СВЧ диапазоне. Однако для наблюдения ряда опытов (явление интерференции, наблюдение пятна Пуассона и др.) необходимо повышать чувствительность установки. Предлагается простой вариант такой установки с использованием в качестве индикатора электромагнитного излучения демонстрационного гальванометра М1032 со световым указателем. (Цена деления по току 200 нА/дел)

Блок – схема установки приведена на рис. 1.

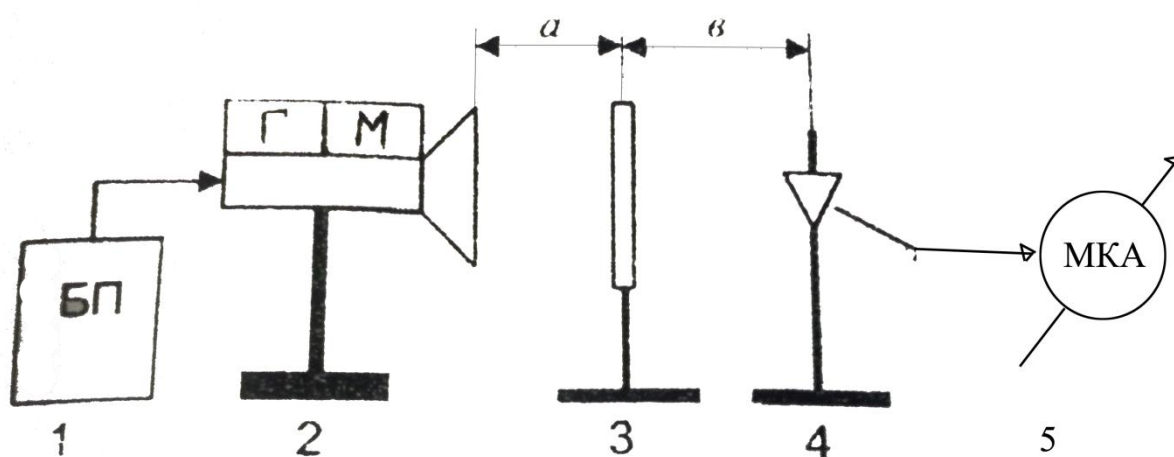


Рис. 1. (1 – блок питания, 2- генератор сантиметровых волн, 3 – диск металлический из набора комплекта, диаметр которого больше поперечных размеров рупорной антенны, 4 – дипольная антенна, 5- гальванометр М-1032).

Расстояния a и b подбираются в процессе опыта из соображений наиболее лучшего наблюдения пятна Пуассона.

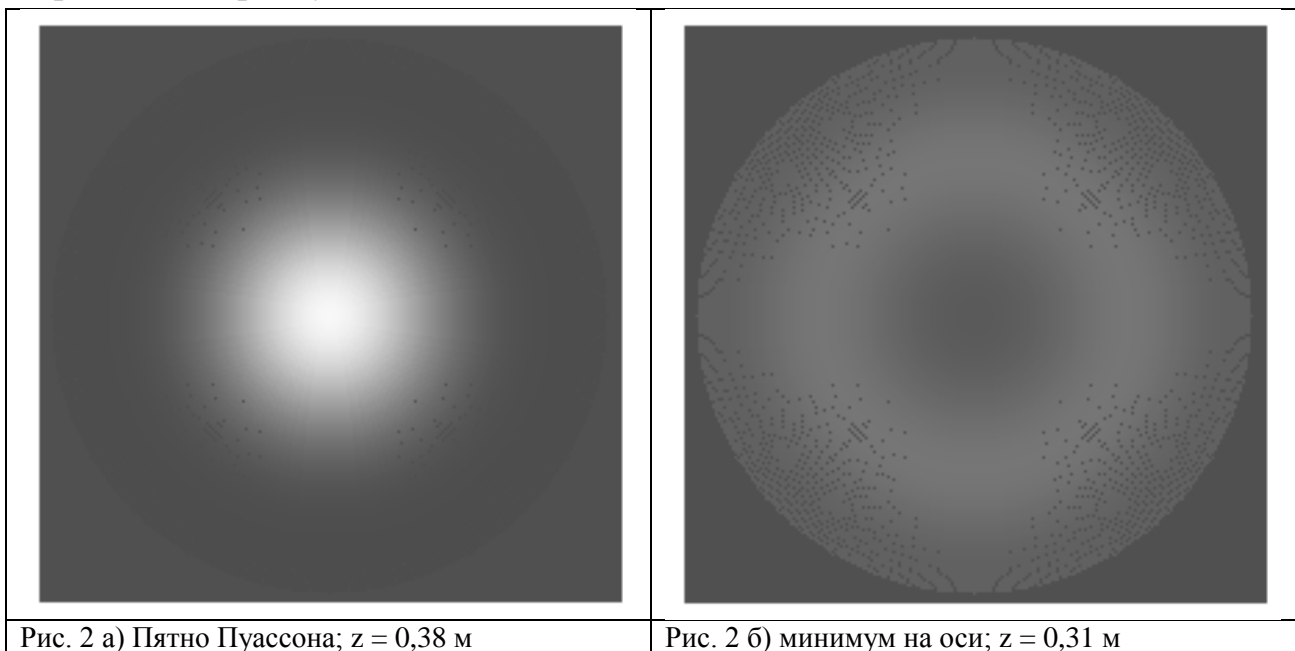
Следует отметить возможность постановки такого опыта в оптическом диапазоне (с использованием лазера) [2], однако подобные демонстрационные физические опыты зачастую встречают затруднения из-за сложности экспериментальной установки. С помощью установки (рис. 1) демонстрация пятна Пуассона получается достаточно просто и не требует кропотливой настройки установки.

Представляло определенный интерес рассчитать наблюдаемые физические явления, связанные с пятном Пуассона. Такие расчеты были проведены с использованием пакета прикладных математических программ Mathcad15. В ее основе лежит принцип Гюйгенса-Френеля; на диск по нормали падает плоская электромагнитная волна, что вполне соответствует условиям проведения эксперимента на установке (рис. 1).

Вторичные когерентные волны, попадающие в определенную точку наблюдения на экране, можно выразить в комплексной форме: $E = E_0 \frac{f(\alpha)}{\lambda \cdot r} \cdot e^{i \frac{2\pi}{\lambda} r}$, где $f(\alpha)$ – некоторая функция угла α между нормалью к фронту волны и направлением на точку наблюдения, близкая 1 при малых углах; r – расстояние до точки наблюдения. Дифракционная картина на экране формируется в результате интерференции вторичных волн; но в отличие от общепринятого подхода с использованием зон Френеля результат интерференции в некоторой точке наблюдения можно получить непосредственным численным интегрированием приведенной функции по открытой поверхности волнового фронта [3].

Так называемое «пятно Пуассона» – светлое пятно в области геометрической тени – соответствует максимуму интенсивности при $z = 38$ см и $x_2 = 0$. Значения параметров в экспериментах $r_0 = 90$ мм; $\lambda = 3$ см. Зависимость (интенсивность) на оси системы ($x_2 = 0$) от расстояния z между диском и плоскостью наблюдения имеет явно выраженный осциллирующий характер.

На рис. 2 представлены расчетные изображения дифракционной картины в плоскости наблюдения для $z = 0,38$ м – максимум (пятно Пуассона), и $z = 0,31$ м – минимум интенсивности. «Действительный» размер изображения на экране имеет радиус 4 см.



Сопоставительный анализ расчета и эксперимента показывает, что различие результатов, полученных разным путем, невелико и позволяет расчетным путем найти варианты интересных опытов по дифракции, связанных с пятном Пуассона.

1. Рачков В.А., Лебедев Е.Л. Применение электронного осциллографа в школьном физическом эксперименте. Методические рекомендации для учителей и студентов педагогических ВУЗов. СарИПКРО, 1994.

2. Уокер Дж. Физический фейерверк: - 2-е изд. Пер. с англ. Под ред. И.Ш. Слободецкого – М.: МИР. 1988.

3. Васильев А.Е., Рачков В.А. Использование пакета прикладных математических программ MATHCAD 15 для демонстрации пятна Пуассона в СВЧ диапазоне. Сб. научных ст.- Саратов: ООО Издательский центр «Наука», 2012, ISBN 978 – 5 – 9999 – 1198 – 8.

Анализ прохождения белого шума через фильтр типового радиотехнического звена в нелинейной теории электроннолучевого СВЧ-усилителя

Б.Е. Железовский, А.П. Козырев

Из многочисленных вопросов нелинейного усиления сигналов в СВЧ усилителях в периодической печати наиболее слабо освещён вопрос усиления шумовых сигналов.

По всей видимости, наиболее последовательно этот вопрос рассматривался в работах [1-3], в которых проводилось статистическое численное моделирование набора случайных монохроматических сигналов и последовательное рассмотрение их усиления в электроннолучевых усилителях с продольным и поперечным взаимодействием. Анализ основывался на решении системы нелинейных многочастотных уравнений методом крупных частиц [4].

Имеются также различные приближенные нелинейные и аналитические теории, интересны расчёты, проводившиеся для достаточно узкополосного шума и при переходе к приближению медленно меняющихся амплитуд.

Так или иначе, но известные методы во многом себя исчерпали, и требуется новый взгляд на возможные пути решения проблемы усиления шумовых сигналов.

Одним из возможных перспективных подходов к проблеме описания нелинейного взаимодействия в СВЧ приборах можно считать радиотехнический подход, изложенный в [5], в основе которого лежит представление нелинейного усилителя в виде типового радиотехнического звена, состоящего из входного и выходного фильтров и находящегося между ними нелинейного элемента.

Поскольку в теории усиления регулярных сигналов модель ТРТЗ проявила себя достаточно надёжно, то представлялось интересным применить её и для усиления сигналов сложного спектрального состава.

В настоящей работе основное внимание уделяется достаточно общим вопросам прохождения через радиотехнические устройства сигналов, характеризующихся случайным характером их изменения. Обсуждаются вопросы описания случайных процессов, и приводится анализ использования

общей теории для описания прохождения через входной фильтр ТРТЗ белого шума.

Если случайный процесс $X(t)$ образован совокупностью случайных величин $x_1(t)$, $x_2(t)$ и так далее, то вероятность того, что при $t = t_1$ величина $x_k(t_1)$ при измерении попадает в некоторый заданный интервал (a, b) определяется выражением [6]:

$$P_{t_1}(a < x \leq b) = \int_a^b P(x; t_1) dx,$$

где функция $P(x; t_1)$ представляет собой дифференциальный закон распределения для случайных величин $x(t_1)$ и называется одномерной плотностью вероятности, а P_{t_1} - интегральной вероятностью.

При таком характере функции $P(x; t_1)$ выполняется равенство

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} P(x; t_1) dx = 1,$$

где x_{min} и x_{max} - границы возможных значений $x(t_1)$.

Задание одномерной плотности вероятности $P(x; t_1)$ позволяет произвести статистическое усреднение как самой величины x , так и любой функции $f(t)$. Под статистическим усреднением подразумевается усреднение по ансамблю в какой-либо «сечении» процесса, то есть в фиксированный момент времени.

Для практических приложений наиболее значимы следующие параметры случайного процесса:

математическое ожидание (среднее значение):

$$\langle x(t_1) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x P(x; t) dx;$$

средний квадрат

$$\langle x^2(t_1) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 P(x; t) dx$$

средний квадрат функции (дисперсия)

$$\sigma_x^2(t_1) = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - (\langle x \rangle)^2$$

В этих выражениях угловые скобки означают операцию усреднения по ансамблю.

Одномерная плотность вероятности для полной характеристики случайного процесса недостаточна, так как она даёт вероятностное представление о случайном процессе $X(t)$ только в отдельные фиксированные моменты времени.

Большой интерес при описании случайных сигналов представляет двумерная плотность вероятности $P(x_1, x_2; t_1, t_2)$, позволяющая учитывать связь значений x_1 и x_2 в произвольно выбранные моменты времени t_1 и t_2 .

Задание двумерной плотности вероятности позволяет определить важнейшую характеристику случайного процесса - корреляционную функцию (второй смешанный момент)

$$B_x(t_1, t_2) = \langle x(t_1)x(t_2) \rangle$$

Согласно этому определению корреляционная функция случайного

процесса $X(t)$ представляет собой статистически усреднённое произведение значений случайной функции $X(t)$ в моменты времени t_1 и t_2 .

При заданной функции $P(x_1, x_2; t_1, t_2)$ операция усреднения по ансамблю осуществляется по формуле

$$B_x(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 P(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Случайный процесс называется строго стационарным, если его плотность вероятности $P(x_1, x_2 \dots x_n; t_1, t_2 \dots t_n)$ произвольного порядка n зависит только от интервалов $t_2 - t_1, t_3 - t_1 \dots t_n - t_1$ и не зависит от положения этих интервалов в области изменения аргумента t .

В практических приложениях условие стационарности обычно ограничивают требованием независимости от времени только одномерной и двумерной плотностей вероятности (случайный процесс стационарный в широком смысле). Выполнение этого условия позволяет считать, что среднее значение, средний квадрат и дисперсия случайного процесса не зависят от времени, а корреляционная функция зависит не от самих моментов времени t_1 и t_2 , а только от интервала между ними $\tau = t_2 - t_1$.

Тогда для случайного процесса, стационарного в широком смысле можно записать соотношения без фиксированных моментов времени:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x P(x) dx \\ \langle x^2 \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 P(x) dx \\ \sigma_x^2 &= \langle x^2 \rangle - (\langle x \rangle)^2 \\ B_x(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 P(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

Дальнейшее упрощение анализа случайных процессов достигается при использовании условия эргодичности процесса, то есть когда усреднение любой его вероятностной характеристики по ансамблю эквивалентно усреднению по времени теоретически одной бесконечно длинной реализации.

Тогда в соответствии с определением эргодического процесса предыдущие соотношения перепишем в виде:

$$\overline{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x(t) dt$$

$$\overline{x^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2(t) dt$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2(t)} - (\overline{x(t)})^2$$

$$B_x(\tau) = \overline{x(t)x(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x(t)x(t+\tau) dt,$$

где прямая черта означает усреднение по времени.

Если $x(t)$ представляет собой электрический сигнал (ток, напряжение), то $\overline{x(t)}$ представляет собой постоянную составляющую сигнала, $\overline{x^2(t)}$ – среднюю мощность, σ_x^2 – средняя мощность флуктуации сигнала.

Из последнего соотношения, в частности, чётность функции $B_x(\tau)$ относительно τ и то, что при $\tau = 0$ $B_x(0)$ равно полной средней мощности случайного сигнала:

$$B_x(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2 dt = \overline{x^2(t)} = (\overline{x})^2 + \sigma_x^2$$

В практических приложениях часто используют ковариационную функцию

$$\rho_x(\tau) = B_x(\tau) - (\overline{x})^2$$

или нормированную ковариационную функцию

$$R_x(\tau) = \frac{\rho_x(\tau)}{\sigma_x^2}.$$

Функция $B_x(\tau)$ характеризует связь (корреляцию) между значениями $x(t)$ и \overline{x} , разделённые промежутком τ .

Введём также понятие спектральной плотности среднего квадрата случайной функции.

Если под случайной функцией $x(t)$ понимается электрическое напряжение или ток, то средний квадрат этой функции можно рассматривать как среднюю мощность, выделяемую на сопротивлении в 1 Ом, распределённый в некоторой полосе, зависящей от механизма образования случайного сигнала. Спектральная плотность средней мощности представляет собой среднюю мощность, приходящуюся на 1 Гц при заданной частоте ω .

Введенную таким образом спектральную мощность $W(\omega)$ будем называть энергетическим спектром функции $x(t)$. Энергетический спектр можно найти, если известен механизм образования случайного сигнала.

Из этих определений вытекает выражение для случайной мощности случайного процесса:

$$\overline{x^2(t)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega) d\omega$$

Отметим, что между $W_x(\omega)$ и $B_x(\tau)$ имеется тесная связь, даваемая теоремой Винера-Ханчина [3], утверждающей, что $B_x(\tau)$ и $W_x(\omega)$ связаны преобразованием Фурье:

$$W_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

$$B_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

Отсюда вытекает, что чем шире энергетический спектр случайного процесса, тем меньше интервал корреляции, и чем больше интервал корреляции, тем уже спектр процесса.

Основной задачей корреляционного и спектрального анализа является получение корреляционной функции и энергетического спектра случайного процесса на выходе цепи по известному энергетическому спектру процесса, подаваемому на вход цепи.

Для линейной цепи эта задача решается относительно просто, если задана передаточная функция $K(i\omega)$ линейного четырёхполосника.

В этом случае энергетический спектр $W_{x \text{ ВЫХ}}(\omega)$ и корреляционная функция $B_{x \text{ ВЫХ}}(\tau)$ колебания $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ на выходе четырёхполосника выражается через энергетический спектр случайного процесса на входе $W_x(\omega)$ с помощью соотношений

$$W_{x \text{ ВЫХ}}(\omega) = W_x(\omega) \cdot K^2(\omega),$$

$$B_{x \text{ ВЫХ}}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{x \text{ ВЫХ}}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(\omega) K^2(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega.$$

Иначе обстоит дело с определением закона распределения случайного процесса на выходе линейной цепи. В общем случае при произвольном распределении процесса на входе отыскание распределения на выходе инерционной цепи представляет собой достаточно сложную задачу.

Трудности можно преодолеть при нормальном распределении входного процесса, так как при любых линейных операциях с нормальным процессом распределение остаётся нормальным, изменяются лишь функции $B(\tau)$ и $W(\omega)$.

Поэтому, если задана плотность вероятности входного процесса (с нулевым средним)

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right),$$

то плотность вероятности на выходе линейной цепи

$$P(x_{\text{ВЫХ}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{x \text{ ВЫХ}}} \exp\left(-\frac{x_{\text{ВЫХ}}^2}{2\sigma_{x \text{ ВЫХ}}^2}\right).$$

Тогда дисперсия выходного процесса определяется как

$$\sigma_{x \text{ ВЫХ}}^2 = B_{x \text{ ВЫХ}}(0).$$

В работе [5] предлагалось нелинейный СВЧ усилитель описывать системой входного и выходного линейных фильтров и стоящего между ними нелинейного элемента, то есть моделью типового радиотехнического звена (ТРТЗ), представленного на рис.1.

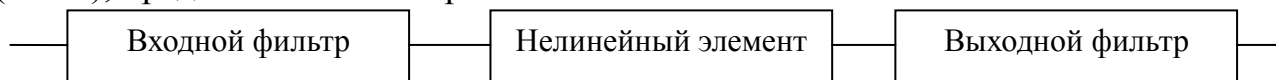


Рис.1 Модель типового радиотехнического звена

Нормированные расчётные передаточные функции фильтров одной из ЛБВ 0-типа приведены на рис. 2.

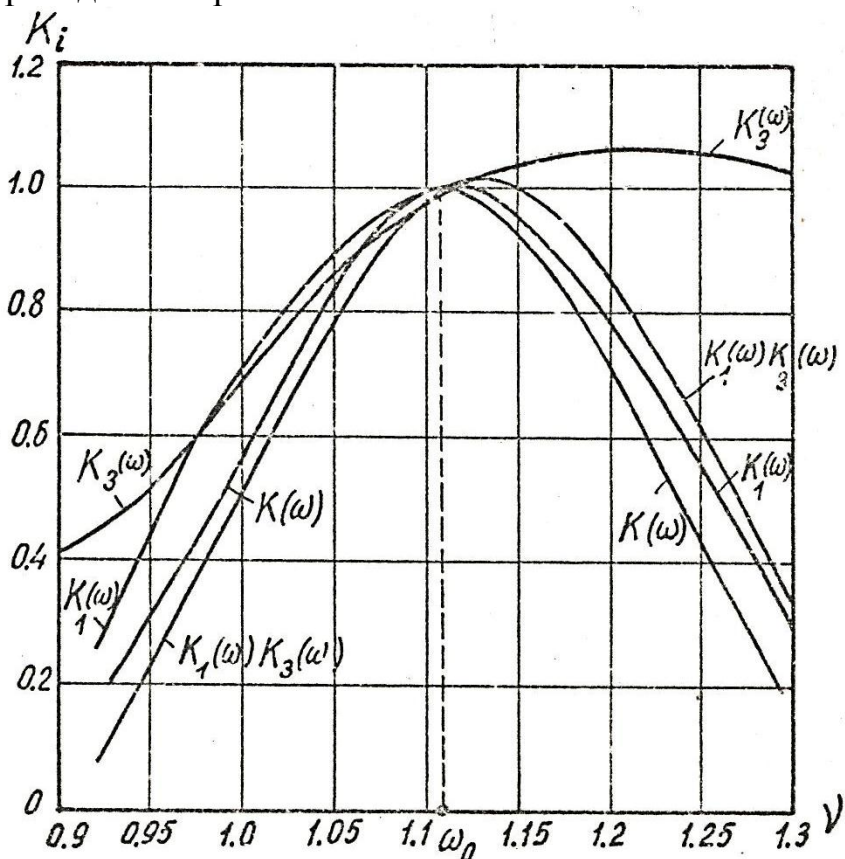


Рис.2. Нормированные расчётные передаточные функции входного и выходного фильтров

$K_1(\omega)$ и $K_3(\omega)$, а также передаточные функции $K(\omega)$ в режиме малого входного сигнала (линейный режим) и в режиме большого входного сигнала $K_1(\omega) \cdot K_3(\omega)$, то есть в нелинейном режиме.

Характеристика нелинейного элемента $y = f(x)$ задавалась полиномом 3-й степени.

Передаточные функции определялись экспериментально, и их вид оказался относительно сложным для расчётов непосредственно по полученным ранее формулам.

Задача упрощается, если воспользоваться методом разложения по гауссовым функциям. Этот метод получил широкое распространение в теоретической спектроскопии и квантовой механике. Существенно, что в настоящее время получены достаточно экономичные алгоритмы такого разложения, удобные для численных расчётов [7].

В такой задаче в качестве нулевого приближения следует рассматривать случай, когда передаточные функции представляются в виде одного гауссова контура:

$$K_1(\omega) = A_1 \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_1)^2}{2a_1^2} \right],$$

$$K_2(\omega) = A_2 \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_2)^2}{2a_2^2} \right]$$

В случае рис.1. $A_1 \cong A_2 = 1, a_1 = 1,1, a_2 = 1,3$.

Наибольший интерес представляет прохождение через ГРТЗ белого шума, то есть нормального процесса с нулевым средним, энергетический спектр которого равномерен на всех частотах $-\infty < \omega < \infty$:

$$W_x(\omega) = W_0 = const$$

Корреляционная функция $B_1(\tau)$ случайного процесса на выходе первого фильтра в этом случае имеет вид:

$$B_1(\tau) = \frac{A_1^2 W_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_1)^2}{a_1^2} \right] \cos \omega \tau \, d\omega.$$

Сделав замену переменных $\frac{\omega - \omega_1}{a_1} = x$, приведём интеграл к виду

$$B_1(\tau) = \frac{A_1^2 W_0}{2\pi} \left\{ 2 \cos \omega_1 \tau \int_0^{\infty} \cos(a_1 x \tau) e^{-x^2} \, dx \right. \\ \left. - \sin \omega_1 \tau \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(a_1 x \tau) e^{-x^2} \, dx \right\}.$$

Второй интеграл обращается в ноль, как интеграл от нечётной функции в симметричных пределах. Тогда

$$B_1(\tau) = \frac{A_1^2 W_0 a_1}{\pi} \cos(\omega_1 \tau) \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{a_1^2 \tau^2}{4}} = \frac{a_1 A_1^2 W_0}{2\sqrt{\pi}} \cos(\omega_1 \tau) \exp \left[-\frac{a_1^2 \tau^2}{4} \right].$$

Дисперсия нормального процесса на выходе первого фильтра

$$\sigma_1^2 = B_1(0) = \frac{a_1 A_1^2 W_0}{2\sqrt{\pi}}.$$

Так как рассматривается процесс с нулевым средним, нормированная корреляционная функция равна

$$R_x(\tau) = \frac{B_1(\tau)}{\sigma_1^2} = \exp \left(-\frac{a_1^2 \tau^2}{4} \right) \cos(\omega_1 \tau).$$

Энергетический спектр процесса на выходе из первого фильтра:

$$W_1(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} B_1(\tau) e^{-i\omega \tau} \, d\tau$$

$$= \sigma_1^2 \frac{\sqrt{\pi}}{a_1} \left\{ \exp \left[-\left(\frac{\omega - \omega_1}{a_1} \right)^2 \right] + \exp \left[-\left(\frac{\omega + \omega_1}{a_1} \right)^2 \right] \right\}.$$

Так как на вход первого фильтра подавался нормальный процесс, то и на выходе этого фильтра процесс окажется нормальным с нулевым средним.

1. Железовский Б.Е., Железовский Е.Е., Каримов Р.Н., Клинаев Ю.В. Усиление шумоподобных сигналов в ЛБВ.- Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ, 1978, вып.5, с.21.

2. Железовский Б.Е., Железовский Е.Е., Каримов Р.Н., Клинаев Ю.В. К вопросу усиления шумоподобного сигнала в ЛБВМ.- Радиотехника и электроника, 1977, т.22, №6, с.1222.

3. Железовский Б.Е., Железовский Е.Е., Каримов Р.Н., Клинаев Ю.В. Исследование особенностей усиления широкополосных сигналов в ЛБВ типа 0 при стохастическом характере колебаний.- Радиотехника и электроника, 1978, т.23, №11, с.2455.

4. Железовский Б.Е., Кальянов Э.В. Многочастотные режимы работы приборов СВЧ.- М.: Связь, 1978, - 256 с.

5. Железовский Б.Е., Козырев А.П., Шапошников Ю.А. Анализ ЛБВ на базе типового радиотехнического звена.- Радиотехника, 1981, т.36, № 8, с.24.

6. Лёвин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники.- М., Сов. радио, 1966, - 390 с.

7. Баранов В.И., Грибов Л.А. К вопросу о вычислении интегралов Франка-Кондона.- Журнал прикладной спектроскопии, 1978, № 1, с. 117. ковариационную функцию

Построение линейной теории ЛБВМ методами теории планирования эксперимента

Б.Е. Железовский

Известно, что в рамках линейной теории ЛБВ магнетронного типа усиление прибора хорошо описывается асимптотической формулой [1]

$$G(\partial B) = A + BDN, \quad (1)$$

где параметр начальных потерь A и фактор усиления B являются достаточно сложными функциями параметров прибора — параметра несинхронности b и параметра потерь d , D — параметр усиления в ЛБВМ, N — нормированная длина прибора.

Это затрудняет инженерную оценку ожидаемых характеристик усилителя.

В этой связи были использованы методы теории планирования эксперимента, позволяющие перевести неявные зависимости коэффициента усиления от параметров b и d в простые легко обозримые соотношения.

Интервалы изменения параметров были выбраны в области наиболее часто встречающихся их значений:

$$\begin{aligned} 0 \leq b(x_1) \leq 1,5, \\ 0 \leq d(x_1) \leq 1. \end{aligned}$$

Использовалась матрица планирования $M_1 * M_2 * M_3$, где $M_1 = M_2 = 3$, $M_3 = 2$ [2]. Кодированные параметры x_1 и x_2 связаны с b и d , а x_3 — с нормированной длиной прибора DN , от которой в данном случае усиление зависит линейно.

В кодированных переменных коэффициент усиления запишется в виде:

$$G(\partial Б) = 11,4 - 2,88x_1 - 7,77x_2 + 7,65x_3 - 1,54x_1^2 + 0,81x_2^2 + 0,03x_1x_2 - 1,47x_1x_3 - 1,83x_2x_3.$$

Соответственно в традиционных переменных

$$\begin{aligned} G(\partial Б) = -6,03 + 5,13b - 9,69d + 3,24d^2 - 2,74b^2 + 0,09bd \\ + (54,75 - 9,8b - 18,31d)DN \end{aligned}$$

Для инженерных оценок коэффициента усиления ЛБВ М — типа полученная формула предпочтительнее, чем (1), где A и B находятся из сложного дисперсионного уравнения.

Нетрудно видеть, что формула (1) теперь

$$A = -6,03 + 5,13b - 9,69d + 3,24d^2 - 2,74b^2 - 0,09bd \quad (2)$$

$$B = 54,75 - 9,8b - 18,31d \quad (3)$$

Существенно, что точность расчёта A и B по (2) и (3) достаточно высока. Отклонение в расчётах не превышает 0,5%.

Зависимости A и B от параметров b и d представлены на рис.1 и 2.

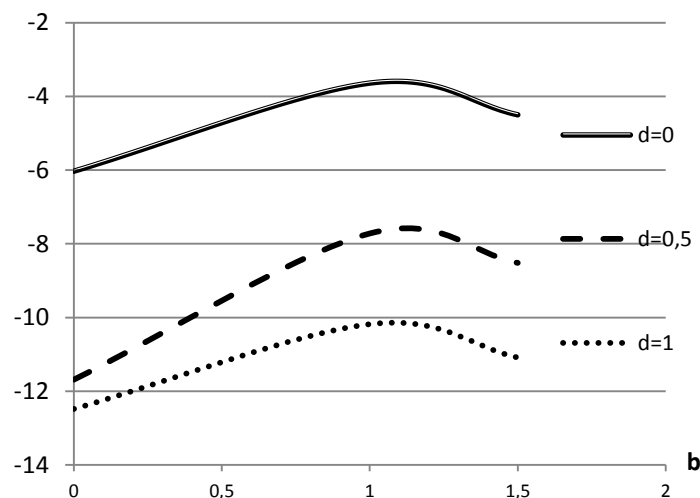


Рис. 1 Зависимость параметра начальных потерь A от параметра несинхронности b .

Максимальное значение параметра A соответствует $b = 0,936$, что находится при $\frac{dA}{db} = 0$.

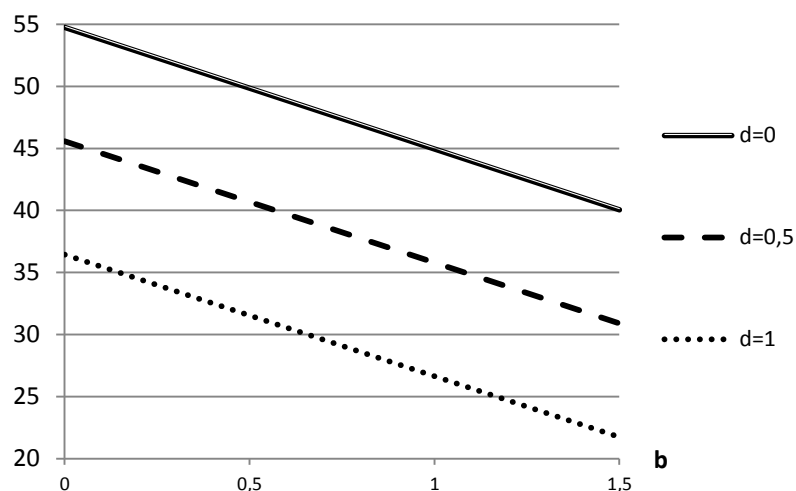


Рис. 2 Зависимость фильтра усиления B от параметра несинхронности b .

1. Стальмахов В.С. Основы электроники сверхвысокочастотных приборов со скрещенными полями. — М.: Сов. радио, 1963.
2. Планирование эксперимента в технологических процессах. — М.:Мир, 1977.

Радиационно-химическая обработка как новое направление высокотехнологических производств

*Чесноков Борис Павлович, Саратовский госагроуниверситет им. Н. И. Вавилова
Шешукова Мария Дмитриевна, Саратовский госагроуниверситет им. Н. И. Вавилова
Наумова Ольга Валерьевна, Саратовский госагроуниверситет им. Н. И. Вавилова*

Инновационный рост как стратегическое направление развития различных отраслей промышленности в предстоящие десятилетия будет обеспечиваться преимущественно за счет конвергенции технологии. Научная деятельность выступает основным источником инновации и ключевым фактором развития экономики, формируя условия для распространения и продвижения продуктов производства на внутренние и внешние рынки.

По прогнозу корпорации RAND, передовые технологии будут способствовать стремительному развитию целых отраслей, по крайней мере, в течение ближайшего десятилетия. Прогнозы подтверждают [1, 2], что главными направлениями глобального научно-технического развития в средне- и долгосрочной перспективе являются ИКТ, биотехнологии, нанотехнологии и технологии новейших материалов. В ходе инновационного процесса появляются широкие возможности возникновения огромного спектра технологических направлений на стыке существующих разработок и производства, что значительно расширяет базу для прорывных инноваций.

Предлагаемые научные разработки содержат новые технологические решения и примы, не имеющие мировых аналогов, и базируются на данных,

прошедших многолетнюю положительную апробацию. В полной мере это относится к оксидным и импрегнированным катодам, люминофорным покрытиям, к подогревателям, материалы (вольфрам и молибден) для которых изготавливаются методом порошковой металлургии, а также при синтезе стекла, синтетических кристаллов и керамики [3].

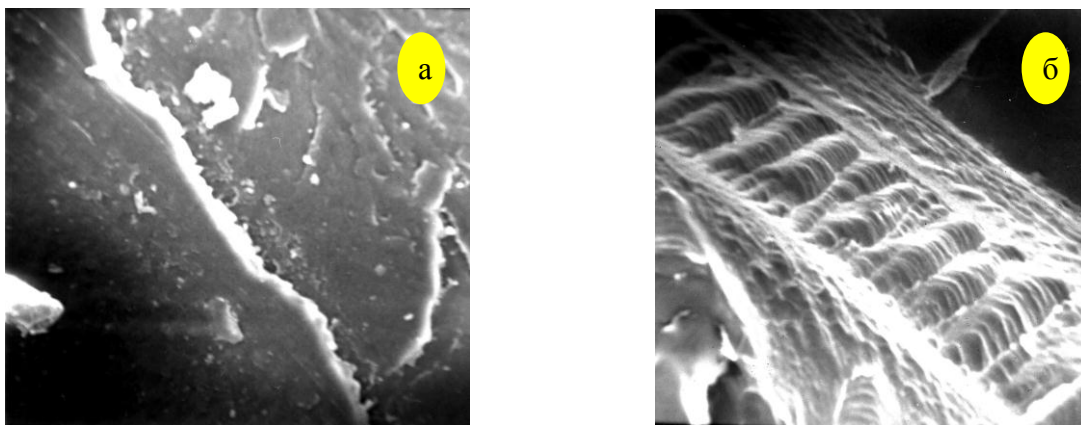
Уникальная технология, основанная на гамма-квантовой обработке материалов, защищена авторскими свидетельствами и патентами, подтверждающими значительное улучшение качества получаемых материалов, изменение их физико-механических свойств (долговечность, прочность, износостойкость и т.д.), а в ряде случаев при обработке определенных материалов удается полностью нивелировать их исходные недостатки, что особенно важно при создании компьютерных и радиоэлектронных устройств, а также материалов используемых в космической технике.

Большие перспективы открываются при применении в промышленности радиационно-модифицированного полиэтилена. Ионизирующее излучение позволяет: полимеризовать мономеры, которые обычными методами трудно полимеризуются; получать полимеры исключительно высокой степени чистоты; легко и эффективно проводить полимеризацию в твердой фазе при высокой скорости процесса. Совершенствование метода радиационной модификации полимерных материалов позволило разработать двухстадийный способ обработки при получении изделий из гранулированного сырья. Исследование механизмов сшивки полимера и атомных процессов, происходящих при этом на поверхности и в толще структуры показали, что они приводят к новым физическим явлениям, уникальным структурам и свойствам, присущим наномасштабу.

Микроскопические исследования показали, что облучение влияет на ход химических реакций в процессе их изготовления и получения структуры с анизотропными свойствами рис.1(б). В процессе полимеризации реакционно-активные центры способствуют формированию полимерных цепей в виде тонких нитей прочно связывающих макромолекулы.

Образованные при облучении полимеры в виде пространственной сетки с высокой степенью упорядоченности строения, характеризуются повышенной деформационной устойчивостью и жесткостью. Возрастание прочности происходит благодаря появлению тонких волокон и их взаимному переплетению, а также за счет снижения напряжений в связующем звене (при радиационном сшивании), локализованных на небольших компоновочных блоках (мономерах).

Установлена закономерность формирования композиционного полиэтилена за счет двухстадийного дифференцированного облучения в процессе получения готового изделия как на стадии подготовки сырья, так и на стадии готового изделия, проявляющееся в получении пространственной полимерной сетки за счет формирования перекрестных межмолекулярных связей и переменных слоев волокон.



Увеличение 2300^x

а - промышленная технология, б - радиационная технология

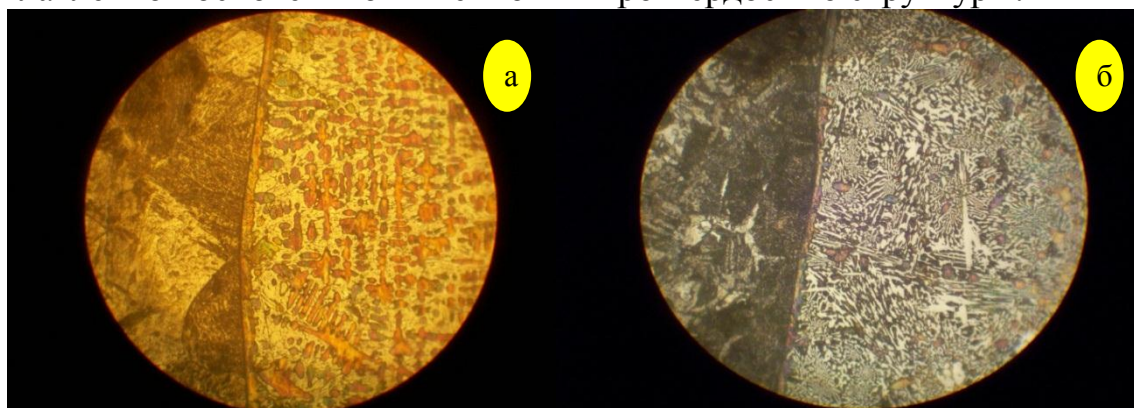
Рис. 1. Микроструктура скола изделия из полиэтилена низкого давления

В результате применения облучения на стадии сырья в технологическом процессе получения труб из полиэтилена низкого давления, происходит радиационное старение материала, после чего готовые изделия становятся более устойчивыми к ультрафиолетовому воздействию. Применение в промышленности предлагаемой технологии исключает введение сенсбилизаторов, позволяет существенно интенсифицировать процесс сшивания полиэтилена и снизить энергетические затраты.

Вопросы упрочнения поверхности металла для повышения износостойкости приобретают особое значение при работе сопряженных деталей в условиях трения. Известные методы упрочнения материалов (закалка поверхности, лазерное упрочнение, введение легирующих элементов, использование высокоуглеродистых сталей и др.) недостаточно эффективны. Известно, что наибольшую износостойкость рабочим поверхностям обеспечивают покрытия на основе композиции порошков из сплавов для наплавки. Между тем, практика эксплуатации таких композитов свидетельствует о необходимости получения более стойкого к абразивному износу покрытия (сплава), а методы, основанные на химическом модифицировании его сырьевых компонентов, себя исчерпали. Изменить существующее положение возможно путем разработки прогрессивного электрофизического процесса, позволяющего управляемо влиять на характер кристаллизации структуры твердого сплава в процессе наплавки. Представляет интерес использование облучения не только в области совершенствования существующих и разработки новых технологических процессов, но и в области повышения износостойкости покрытий на основе сплава типа сормайт.

Анализ микроструктуры покрытий на стальные изделия (сталь 20) порошка на основе сплава типа сормайт, исходного (рис. 2, а) и обработанного гамма-квантами (рис. 2, б) показал, что на фоне перлитно-ферритной основы обоих образцов, в слое наплавки опытного образца значительная площадь занята выделениями цементита, входящего в ледебурит округлой, игольчатой и веерообразной формы. Опытный образец отличается повторяемостью свойств во всем объеме сплава: малым количеством микроскопических пор, отсутствием микротрещин и короблений поверхностей, более сильной адгезией

к наплавленной основе и повышенной микротвердостью структуры.



Увеличение 500^x

а - промышленная технология, б - радиационная технология

Рис. 2. Микроструктура переходного слоя покрытия типа сормайт

Промышленный образец характеризуется неодинаковостью химического состава, большим количеством микропор в междуветвиях диффузионного происхождения, структурной неоднородностью, наличием большого количества грубых усадочных раковин, трещин в наплавке и короблений во всей структуре и, как следствие, снижение физико-механических свойств – более низкой адгезионной прочностью и микротвердостью.

Представленные результаты указывают на эффективность радиационной обработки. Следует отметить, что существенную роль на формирование структуры оказывает выбор источника облучения и стадия обработки материала в процессе его получения. Разработанные технологии прошли промышленную апробацию и могут быть достаточно быстро внедрены в производство при высокой экономической эффективности в самом ближайшем будущем.

1. The 2007 EU Industrial R&D Investment Scoreboard, p.30,55.
2. Science and Engineering Indicators, 2006, p. A4-93.
3. Чесноков Б. П. Высокие технологии электровакуумного производства// СГУ. – Саратов: 2000. - 173 с.

Закон Ципфа-Мандельброта и особенности демографии Саратовской области

Фирстов В.Е., Иванов Р.А., Дроздова А.Г.

1. Из истории закона Ципфа. Эта история весьма поучительна и связана с важным направлением структурной лингвистики – стенографией, зародившейся в эпоху древней письменности для реализации методов скоростного письма. Стенография существовала еще в Древнем Египте, где служила для записи речей фараонов, и примерно в IV в. до н.э., появилась у античных греков [1]. Древняя стенография имела архаичный «словный»

характер, поскольку каждый стенографический символ (знак) выражал некоторое слово, и, как следствие, алфавит стенографических символов исчислялся тысячами знаков, запомнить которые было очень трудно.

В России история стенографии восходит к временам Псковского и Новгородского вече (X-XVI вв.). При Петре Первом существовала группа стенографистов, известная как «Компания писак». В 1858 г. появляется первая отечественная система стенографии, разработанная М.И. Ивановым, которая дала государству первых стенографистов-практиков. На сегодняшний день в России на государственном уровне действует система стенографии Н.И. Соколова, принятая 10 июня 1933 г. [1].

Стенография оставалась «словной» примерно до начала XVIII в., после чего на смену пришла более совершенная буквенная система стенографии, основанная на несколько иных принципах, связанных с частотным анализом слов в тексте. Одним из первых, систему стенографии на основе частотного анализа слов семантически коррелированного сообщения в начале XX в. предложил стенографист французского парламента Ж.-Б. Эступ [2]. При этом была, фактически, реализована идея азбуки С. Морзе (1791-1872), который для передачи сообщения с помощью электромагнитного телеграфа для часто встречающихся букв использовал более простые комбинации точек и тире [3]. Ж.-Б. Эступ посредством частотного анализа слов семантически коррелированного сообщения распространил этот принцип для оптимизации стенографии и в настоящее время эта идея широко используется в структурной лингвистике [4];[5], а также при разработке информационных поисковых систем в Интернете [6].

По существу, Ж.-Б. Эступ обнаружил замечательный факт: если через p_i обозначить относительную частоту i -го слова в словарном списке, то приближенно выполняется закономерность:

$$p(i) \cdot i^\gamma = K, \quad \gamma; K = const, \quad i = 1; 2; \dots \quad (1)$$

В 1935 г. вышла монография американского лингвиста Дж. Ципфа «Психобиология языка» [7], в которой приведена содержательная трактовка обнаруженной зависимости (1), после чего, собственно, она и стала именоваться «законом Ципфа». *Фактически, установленная закономерность (1) показывает, что слова требующие больше времени для их прочтения вслух, должны встречаться реже, чем слова короткие, т.е. легко произносимые.* В частности, Ципф установил, что закономерность (1) справедлива не для произвольной лексической выборки, а лишь для таких, словарь которых составляет около 22000 слов при объеме выборки («объем Ципфа») около 200000 словоупотреблений.

2. Информационные аспекты и закон Ципфа-Мандельброта. В 50-х гг. XX в. Б. Мандельброт к интерпретации закона Ципфа привлек кибернетические соображения на основе теории оптимизации кодирования информации [2], и, таким образом, пришел к следующей зависимости:

$$p(i) \cdot (B + i)^\gamma = K, \quad K, B, \gamma = const, \quad i = 1; 2; \dots \quad (2)$$

которая известна как закон Ципфа-Мандельброта и, в частности, при $B=0$, $\gamma=1$ этот закон переходит в закон Ципфа (1). Попутно обнаружился поразительный факт: закон Ципфа-Мандельброта (2) хорошо согласуется с частотными данными отдельных литературных произведений с четкой сюжетной линией и практически не выполняется для частотных данных по произвольным лексическим выборкам, не обладающих смысловой корреляцией. Иными словами, закон Ципфа-Мандельброта оказался законом не языка, а текста, представляющего отдельное высокоорганизованное семантически коррелированное информационное сообщение.

Проведение исследований структурных закономерностей семантически коррелированных информационных массивов значительно облегчается при использовании компьютеров и с этой целью создана программа для анализа текстов литературных произведений. На рис. 1 в двойных логарифмических координатах представлены реализации закона Ципфа-Мандельброта для произведения Ф.М. Достоевского «Преступление и наказание» в русской (слева) и английской (справа) версиях [8]. Видно, что языковые особенности (разное количество букв в алфавите) сказываются на характере коэффициентов корреляций (сплошные линии). Однако качественный вид

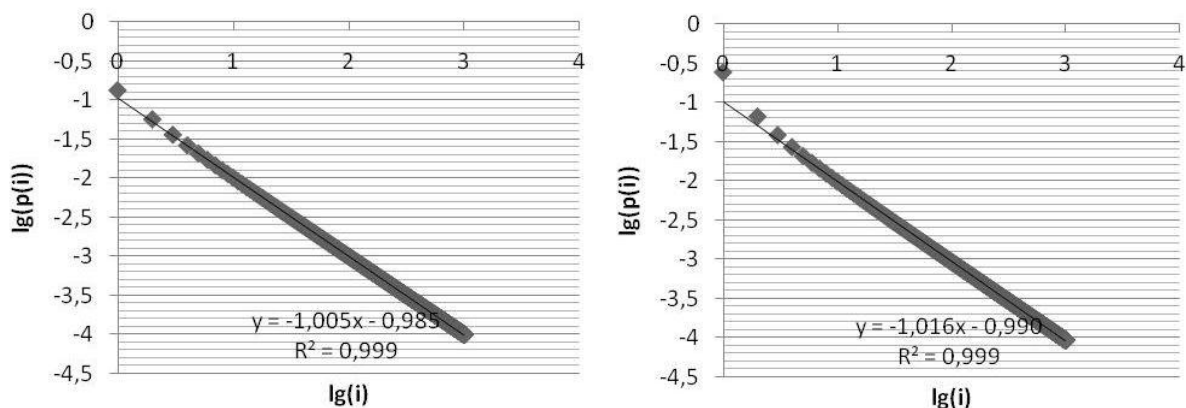


Рис. 1

зависимостей на обоих рисунках одинаковый, что можно интерпретировать как адекватность содержания литературного произведения на разных алфавитных языках. Подобные исследования имеют дидактический аспект, реализуемый при отборе материала для формирования математического контента при обучении основам математики в области филологии и лингвистики, путем иллюстрации опыта математического моделирования при анализе закономерностей гармонии композиционной структуры литературных произведений.

3. Универсальные проявления закона Ципфа-Мандельброта в естественных, общественных и гуманитарных науках. Рангово-степенные статистики в виде законов Ципфа (1) или Ципфа-Мандельброта (2), установленные в психолингвистике при анализе частот слов семантически коррелированного сообщения, в дальнейшем обнаружили универсальный характер. Природа такого поведения степенных статистик стала проясняться

только в последние десятилетия. Оказалось, что, если для нормально распределенной случайной величины действует «правило 3-х сигм» (среднеквадратических отклонений), по которому вероятность отклонения случайной величины от среднего значения более, чем на три сигмы, ничтожно мала (менее 0,001), то для степенных статистик эта вероятность убывает гораздо медленнее. Поэтому вероятность редких событий для степенных статистик оказывается выше, чем для статистик с нормальным законом распределения. Поведение такого рода является характерной чертой многих сложных систем, для которых одно неординарное событие обуславливает возникновение длинных причинно-следственных корреляций, порождающих лавину изменений (не исключая катастрофический сценарий), посредством которых система переходит в новое качество.

Поэтому, широкие универсальные проявления рангово-степенных статистик (1);(2) связаны с тем, что довольно много процессов в природе реализуют подобный сценарий событий, управление которым, в принципе, информационно одинаково. Примеры таких универсальных проявлений рангово-степенных статистик представлены ниже, причем, некоторые из них были установлены даже раньше законов Ципфа и Ципфа-Мандельброта.

- В 1897 г. итальянский экономист В. Парето (1848-1923), рассматривая распределение богатства и доходов в Англии XIX в., обнаружил, что большая часть доходов и материальных ценностей (80%) принадлежит меньшинству людей (20%). Если провести ранжировку групп по возрастанию контролируемого капитала, то обнаруживается, что произведение доли капитала группы на ее ранг остается примерно постоянным в рамках данной выборки, т.е. в соответствии с законом (2), где $B = 0, \gamma = 1,5$ [9];

- В 1913 г. немецкий географ Ф. Ауэрбах, анализируя убывающие последовательности численности населения городов, выявил зависимость, аналогичную закону Ципфа (1) [10];

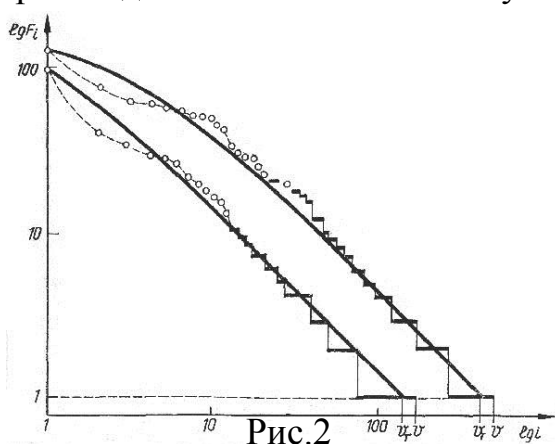
- Как показал в 1926 г. американский математик А. Лотка [10], научная продуктивность ученых, выраженная количеством их публикаций, выражается законом (2) с параметрами $B = 0, \gamma = 2$;

- Выясняется, что закономерность (2) наблюдаются в статистике чрезвычайных ситуаций (аварий, наводнений, ураганов, землетрясений и т.п.), с ранжировкой по числу погибших [11];

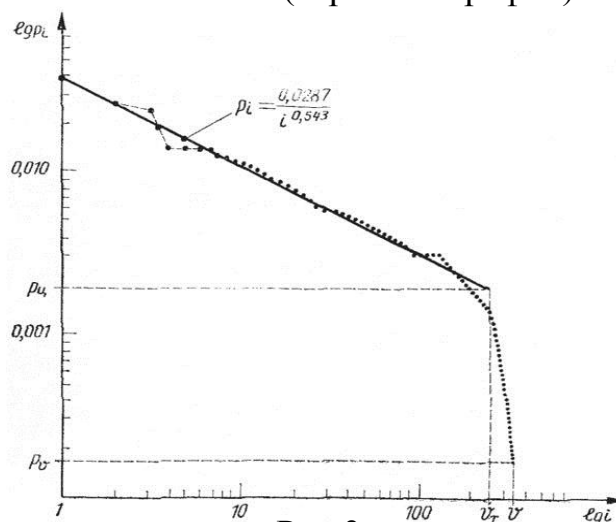
- Степенные статистики (1);(2) описывают распространение вирусов в Интернете и ВИЧ-инфицированного населения [12];

- Отмечается устойчивая тенденция прикладного использования законов Ципфа (1) или Ципфа-Мандельброта (2) при построении прогнозов, минимизации рисков, для составления тезаурусов поисковых серверов [11], [12];

• Рангово-степенные статистики проявляются в структурных формах произведений живописного и музыкального творчества [13],[14]. На рис.2 показана статистика распределения моноцветовых долей в картине И. Левитана «Над вечным покоем». Данная статистика отвечает закону Ципфа-Манделброта (2) с параметрами $B=0; K=0,0287; \gamma=0,543$ [13].



На рис.3 представлены частотные кривые 3-й сонаты Шопена (верхний график) и прелюдии и фуги И.С. Баха из «Хорошо темперированного клавира» т.2, №2 (нижний график), которые также отвечают статистике закона Ципфа-Манделброта (2) [13],[14].



прелюдии и фуги И.С. Баха из «Хорошо темперированного клавира» т.2, №2 (нижний график), которые также отвечают статистике закона Ципфа-Манделброта (2) [13],[14].

4. Закон Ципфа и анализ профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов в Саратовской области.

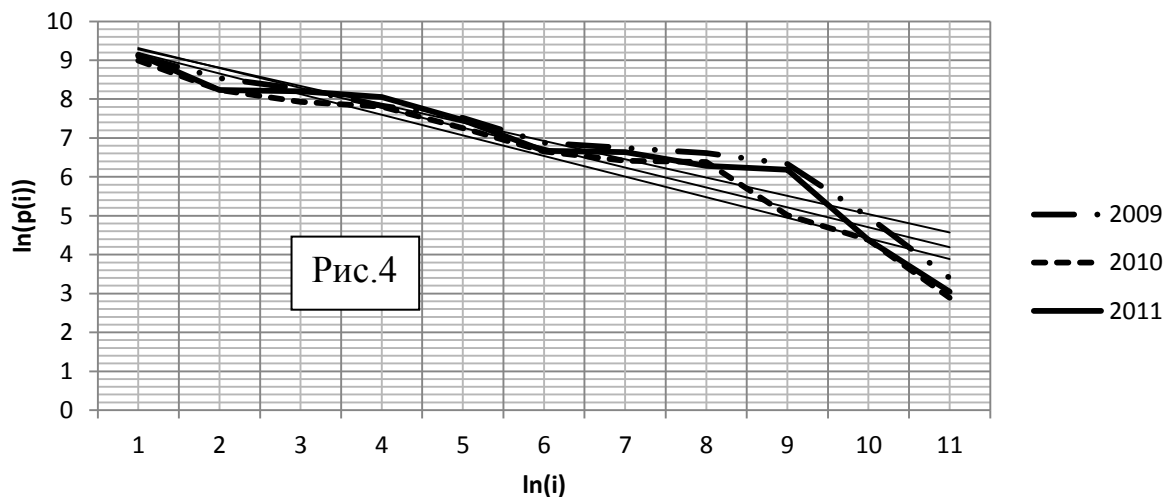
В табл.1 представлены данные о профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов, полученные по результатам ЕГЭ в Саратовской области в 2009-2011 гг. [15]; [16] путем ранжировки значимости предметов по числу респондентов, избравших данный профильный ЕГЭ (в скобках % от общего количества выпускников).

Таблица 1. Данные о профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов в Саратовской области в 2009-2011 гг.

Ранг	Кол-во респонд.	Предмет 2009 г.	Ранг	Кол-во респонд.	Предмет 2010 г.	Ранг	Кол-во респонд.	Предмет 2011 г.
1	9041 (48,8%)	Обществознание	1	8032 (57,1%)	Обществознание	1	9313 (66,02%)	Обществознание
2	5120 (27,6%)	История	2	3757 (26,7%)	История	2	3764 (26,68%)	История
3	3869 (20,9%)	Физика	3	2776 (19,7%)	Физика	3	3631 (25,74%)	Физика
4	2513 (13,6%)	Биология	4	2462 (17,5%)	Биология	4	3131 (22,19%)	Биология
5	1834 (9,9%)	Химия	5	1410 (10,0%)	Химия	5	1735 (12,29%)	Химия
6	968 (5,2%)	Инф-ка и ИКТ	6	775 (5,5%)	Инф-ка и ИКТ	7	785 (5,56%)	Литература

7	850 (4,6%)	Литература	7	612 (4,4%)	Литература	6	763 (5,40%)	Инф-ка и ИКТ
8	742 (4,0%)	Англ. язык	8	589 (4,2%)	Англ. язык	8	536 (3,79%)	Англ. язык
9	564 (3,1%)	География	9	151 (1,1%)	География	9	486 (3,44%)	География
10	144 (0,8%)	Немецкий язык	10	80 (0,6%)	Немецкий язык	10	80 (0,56%)	Немецкий язык
11	30 (0,16%)	Франц. язык	11	18 (0,13%)	Франц. язык	11	21 (0,148%)	Франц. язык

Анализ статистики профессиональной направленности ЕГЭ-респондентов в Саратовской области в 2009-2011 гг., проведенный в работе [17], показывает, что имеют место ранговые корреляции с количеством респондентов по профильным предметам, отвечающие закону Ципфа (1). Результаты анализа в двойных логарифмических координатах представлены на рис.4, откуда видно, что измеренные результаты ЕГЭ по годам хорошо аппроксимируются соответствующими прямыми, согласно закону Ципфа (1).



Дело в том, что степенная функция (1) в логарифмических координатах представляет прямую: $\ln p(i) = \ln K - \gamma \ln i$, (3)

где постоянные K и γ в законе Ципфа (1) определяются методом наименьших квадратов по данным табл.1. В частности, для результатов ЕГЭ-2009 получается $K=11,07$, $\gamma=2,13$; для ЕГЭ-2010: $K=11,04$, $\gamma=2,20$.

5, Закон Ципфа и особенности демографии Саратовской области.

5.1. Территориальное деление и основные демографические характеристики субъектов Саратовской области, по данным [18], в настоящее время выглядят следующим образом (табл.2;3).

Таблица 2. Территориальное деление и основные демографические характеристики субъектов Саратовской области в 2013 г.

№№	Основные субъекты области	Население (по переписи 2010 г.)	Территория, км ²	Плотность населения, чел./км ²
1	Муниципальное образование г. Саратов	836900	394	2124
Муниципальные районы				
2	Александрово-Гайский	16858	2700	6,24
3	Аркадакский	26237	2200	11,9
4	Аткарский	42174	2700	15,6
5	Базарно-Карабулакский	31856	2300	13,9
6	Балаковский	220479	3100	71,1
7	Балашовский	113354	2700	42,0
8	Балтайский	12281	1254	9,8
9	Вольский	93978	3700	25,4
10	Воскресенский	12100	1400	8,6
11	Дергачевский	21118	4500	4,7
12	Духовницкий	12952	2000	6,5
13	Екатерининский	19798	3000	6,6
14	Ершовский	41613	4300	9,7
15	Ивантеевский	15184	2000	7,6
16	Калининский	33300	3200	10,4
17	Красноармейский	48745	3300	14,8
18	Краснокутский	34683	2900	12,0
19	Краснопартизанский	13007	2400	5,4
20	Лысогорский	19947	2300	8,7
21	Марковский	65255	2900	22,5
22	Новобурасский	16361	1700	9,6
23	Новоузенский	32255	4100	7,9
24	Озинский	19145	4100	4,7
25	Перелюбский	14750	3700	4,0
26	Петровский	45698	2300	19,9
27	Питерский	18052	2600	6,9
28	Пугачевский	61738	3800	16,2
29	Ровенский	16658	2100	7,9
30	Романовский	16228	1300	12,5
31	Ртищевский	58678	2300	25,5
32	Самойловский	21453	2500	8,6
33	Саратовский (без Саратова)	48100	1900	25,3
34	Советский	28016	1400	20,0
35	Татищевский	28402	2100	13,5
36	Турковский	12830	1400	9,2
37	Федоровский	20872	2500	8,3
38	Хвалынский	24924	1900	13,1
39	Энгельсский	284991	3100	91,9

Таблица 3. Города и населенные пункты Саратовской области с населением свыше 9000 человек.

Ранг	Города и насел. пункты	Население	Ранг	Города и насел. пункты	Население
1	Саратов (2013 г.)	837800	12	Красноармейск	24400
2	Энгельс	202400	13	Ершов	21400
3	Балаково	199600	14	Новоузенск	17000
4	Балашов	82200	15	Калининск	16400
5	Вольск	66500	16	Красный Кут	14400
6	Пугачев	41700	17	Хвалынский	13100
7	Ртищево	41300	18	Степное	13100
8	Приволжский	34400	19	Аркадак	12800
9	Маркс	31500	20	Светлый	12500
10	Петровск	31200	21	Базарный Карабулак	9800
11	Аткарск	25600	22	Озинки	9200

5.2. Ранжировка значимости и закон Ципфа по статистике населения муниципальных образований и городов Саратовской области проведена по данным табл.2 и представлена в табл.4.

Таблица 4. Ранжировка значимости муниципальных образований Саратовской области по статистике населения.

Ранг, i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№№ субъек-тов (табл.2)	1	39	6	7	9	21	28	31	17	33	26	4	14	18	16	23	5	35	34	3

продолжение

Ранг, i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
№№ субъек-тов (табл.2)	38	32	11	37	20	13	24	27	2	29	22	30	15	25	19	12	36	8	10

На рис. 5 в логарифмических координатах в виде графика по данным табл. 4 точками представлено ранжированное статистическое распределение населения Саратовской области по муниципальным округам, которое хорошо аппроксимируется теоретической прямой (3) согласно закона Ципфа (1) с коэффициентами $K=13,286$; $\gamma = 1,0583$.

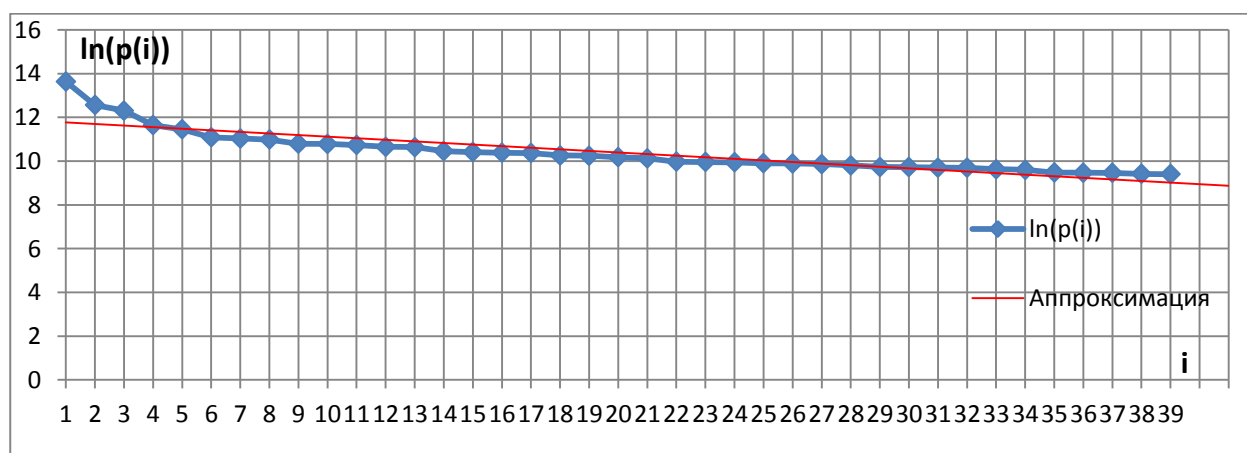
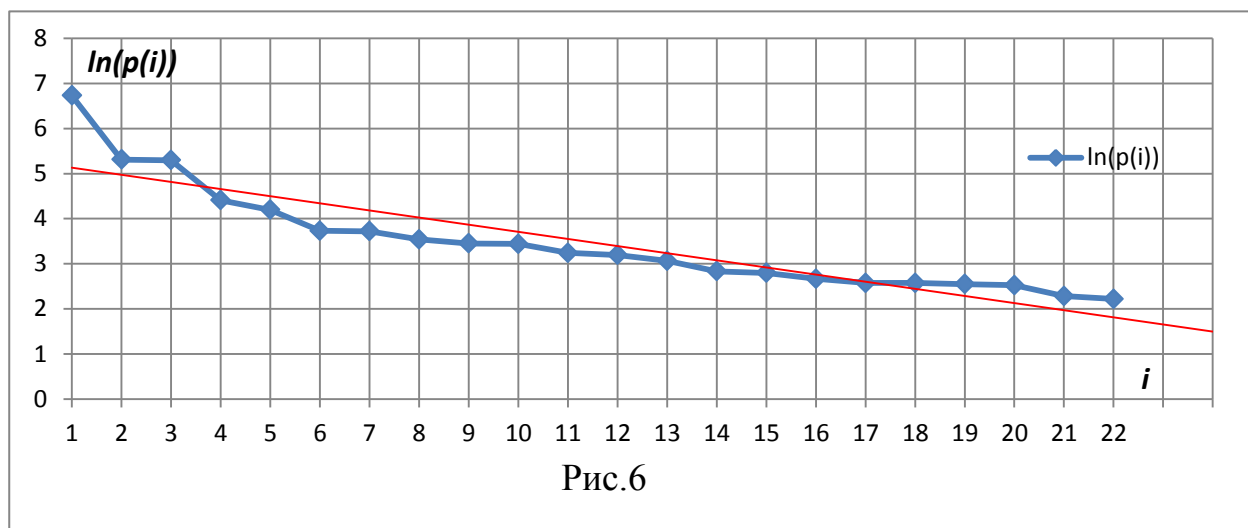


Рис. 5

Качественно аналогичную картину показывают данные табл.3 для статистики населения городов Саратовской области, которая представлена на рис.6 в тех же обозначениях, что и на рис.5, где также наблюдается хорошее согласие данных табл.3 с законом Ципфа (1) при $K=6,4856$; $\gamma = 1,3686$. Однако значения параметров K ; γ на рис.5;6 заметно отличаются, что говорит о том, что механизмы демографии по округам и городам различны [19].



В этой связи интересно сравнить имеющуюся статистику населения городов Саратовской области в недалеком прошлом и ее нынешний формат. Для этого используем данные [20], которые представлены в табл.5.

Таблица 5. Население городов Саратовской области по данным Всероссийской переписи (1897; 2010) и Всесоюзных переписей 1939; 1959 гг. (в тыс. чел.).

№№	Города	Год			
		1897	1939	1959	2010
1	Саратов	137,1	372,3	584,1	836,9
2	Энгельс	20,0	69,0	90,7	202,4
3	Вольск	27,0	56,1	63,4	66,5
4	Петровск	13,1	18,5	25,0	31,2
5	Балаково	13,3	23,1	36,4	199,6
6	Аткарск	7,7	18,9	27,8	25,6
7	Красноармейск	8,0	15,7	13,6	24,4
8	Новоузенск	13,2	12,8	12,8	17,0
9	Хвалынский	15,1	15,6	17,0	13,1
10	Маркс	10,8	16,0	13,1	31,5
11	Пугачев	12,5	24,4	32,7	41,7
12	Балашов	10,3	47,7	64,3	82,2
13	Ртищево	3,0	21,7	32,8	41,3
14	Калининск	---	---	13,2	16,4
15	Аркадак	---	---	14,8	12,8
16	Ершов	----	---	20,0	21,4

Проведем ранжировку значимости численности населения городов по годам с помощью данных табл.5 для №№ 1- 13. В результате получают следующие ранжированные последовательности:

- 1897 г. : 1-3-2-9-5-8-4-11-10-12-7-6-13;
 1939 г.: 1-2-3-12-11-5-13-6-4-10-7-9-8;
 1959 г.: 1-2-12-3-5-13-11-6-4-9-7-10-8;
 2010 г.: 1-2-5-12-3-11-13-10-4-6-7-8-9. (4)

Анализируя последовательности (4) необходимо заметить, что расположение ее членов тесно связано с уровнем социально-экономического развития регионов, которое, как видим, в разные годы отличалось. Например, 2-е место, в послевоенные годы неизменно принадлежащее г.Энгельсу, во многом объясняется близостью к областному центру; развитие Вольска определялось развитием цементной промышленности; в развитии Балаково значительную роль сыграли строительство химкомбината и АЭС; экономика Балашова развивалась на основе включения производственных мощностей по переработке продукции сельского хозяйства, машиностроения и комбината плащевых тканей; развитие г. Ртищево происходило, прежде всего, как крупного железнодорожного узла и т.д. [18-20]. В целом, численность населения городов в Саратовской области также описывается законом Ципфа (1), однако параметры $K; \gamma$ по годам несколько отличаются.

5.3. Статистика населения в муниципальных районах Саратовской области. Для примера рассмотрены статистические данные по двум районам: Балашовскому (правобережье; табл.6) и Марксовскому (левобережье Волги; табл.7) [18].

Таблица 6. Крупнейшие населенные пункты Балашовского муниципального района Саратовской области в 2013 г.

Субъекты	Балашов	Пинеровка	Репное	Хоперс-кое	Тростянка	Родничок	Ново-покровка	Терновка
Население	82200	3700	2918	2665	1909	1397	1339	1273
Ранг, i	1	2	3	4	5	6	7	8

Таблица 7. Крупнейшие населенные пункты Марксовского муниципального района Саратовской области в 2013 г.

Субъекты	Маркс	Подлес-ное	Павл-овка	Звонар-евка	Орлов-ское	Колос	Привол-жское	Осиновский	Раска-тово	Каме-нка
Население	31535	3850	1620	1475	1450	1390	1326	1280	1250	1100
Ранг, i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

На рис.7 в логарифмических координатах в виде графика по данным табл.6;7 представлены ранжированные статистические распределения населения по Балашовскому и Марксовскому муниципальным районам, которые аппроксимируются теоретической прямой (3) согласно закону Ципфа

(1) с коэффициентами $K=10,423$; $\gamma=1,777$ для Балашова и $K=9,485$; $\gamma=1,228$ для Маркса. Качественная картина распределения населения в обоих случаях идентична и напоминает статистику распределения населения для городов (рис.6) и муниципальных образований Саратовской области (рис.5), т.е. в распределениях на рис. 5-7 хорошо просматривается известный кибернетический принцип «матрешки» по уровням населения в области по округам, городам и муниципальным районам.

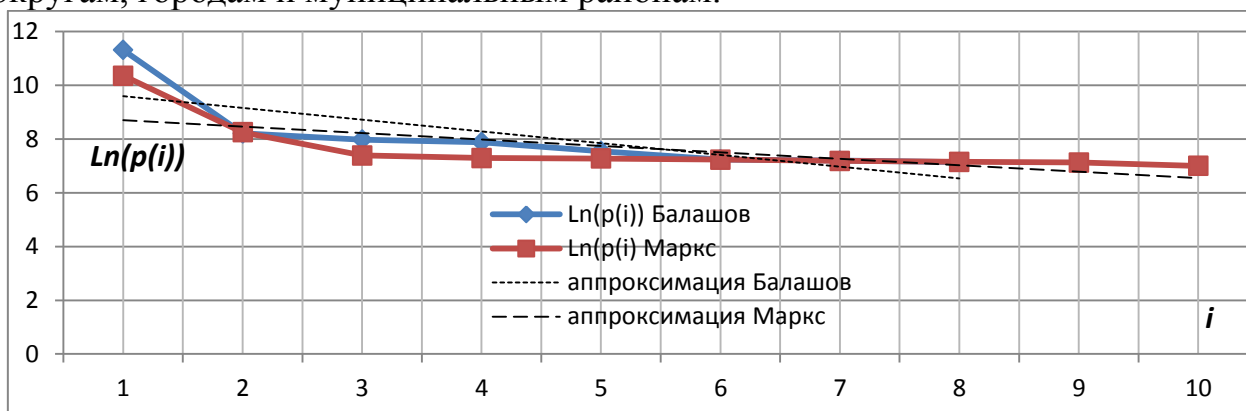


Рис. 7

5.4. Ранжировка значимости и закон Ципфа по статистике плотности населения административных образований и районов Саратовской области проведена по данным табл.2 и представлена в табл.8.

Таблица 8. Ранжировка значимости муниципальных образований Саратовской области по статистике плотности населения в 2013 г..

Ранг, i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№№ субъек- тов (табл.2)	1	39	6	7	31	9	33	21	34	26	28	4	17	5	35	38	30	18	3	16

продолжение

Ранг, i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
№№ субъек- тов (табл.2)	8	14	22	36	20	10	32	37	23	29	15	27	13	12	2	19	11	24	25

На рис.8 в логарифмических координатах в виде графика по данным табл.8 показаны ранжированное статистическое распределение плотности населения административных образований и районов Саратовской области, которые аппроксимируются теоретической прямой (3) согласно закону Ципфа (1) с коэффициентами $K=5,517$; $\gamma=1,058$. Статистика распределения плотности населения заметно отличается от статистики количества населения в регионах области (рис.5-7), однако, в целом следует привычным российским стандартам [19]: имеется густо населенный областной центр (30-40% населения области) с несколькими муниципальными районными центрами (~ 30-40%) и остальное приходится на сельское население.

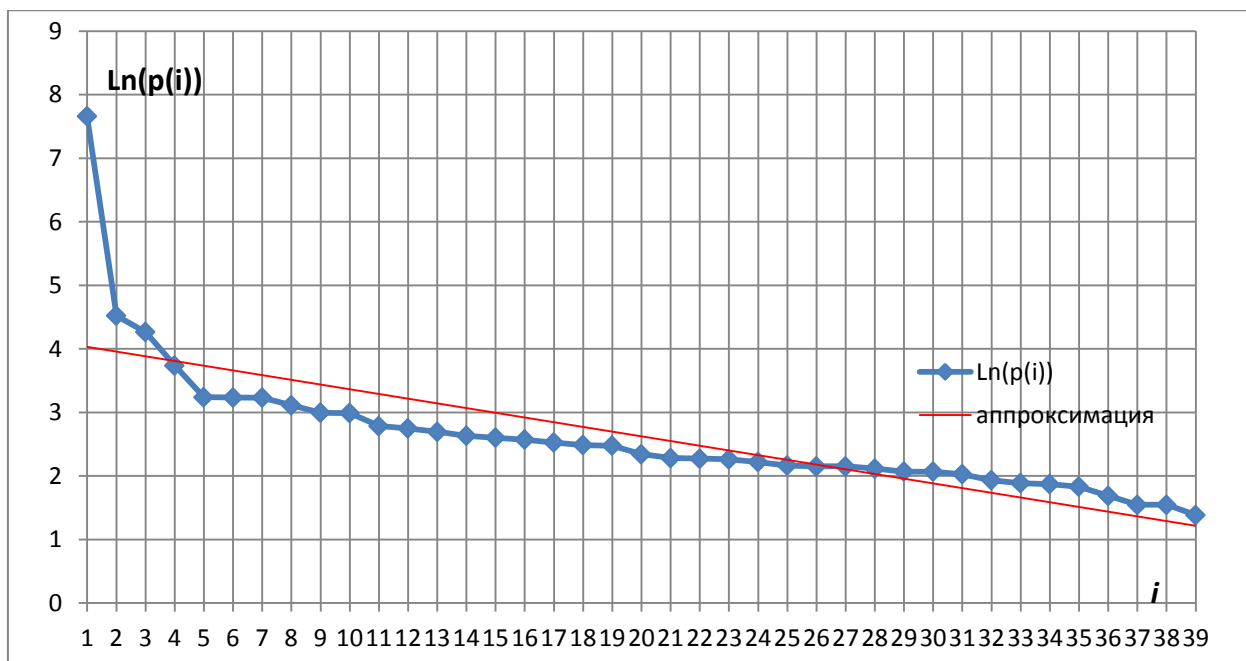


Рис. 8

Заключение. Следует сказать о возможных областях, в которых могут найти приложения результаты данной работы, учитывая универсальный характер закона Ципфа-Мандельброта:

- Необходимо отметить довольно консервативный характер статистики населения в Саратовской области. Как показывает анализ этой статистики (рис.9), на протяжении более чем столетие, население региона изменялось мало и находилось на уровне 2,5 млн. человек. Отклонения составляют не более 16%, при этом минимум 1959 г. обусловлен последствиями Великой Отечественной войны. Это говорит о стабильности условий жизни в Саратовской области.

- Данный материал может использоваться в виде дидактического контента в процессе междисциплинарного обучения в таких областях, как компьютерные науки, регионоведение, культурология, эстетика, лингвистика и др.



Рис. 9

- Результаты исследований по демографии в Саратовской области представляют методический интерес для соответствующих профильных региональных Министерств.
- В качестве перспективных задач, следует выяснить природу и вариативность фрактальной размерности в законах Ципфа (1) и Ципфа-Мандельброта (2) в исследованиях по демографии области.

-
1. *Гильдебранд А.Г.* Стенография. – М.: Изд-во МГУ, 1968. – 100 с.
 2. *Мандельброт Б.* Теория информации и психоллингвистика: теория частот слов // В сб. Математические методы в социальных науках. – М.: Прогресс, 1973. – С. 316-337.
 3. *Кудрявцев П.С.* Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.
 4. *Частотный словарь русского языка.* Под ред. Засориной Л.Н. - М.: Русское слово, 1977. – 354с.
 5. *Частотный русский словарь «Мир - 5000 слов».* – Электронный ресурс: <http://mir2050.narod.ru>
 6. *Попов А.* Поиск в Интернете – внутри и снаружи. – Электронный ресурс: http://www.citforum.ru/pp/search_03.shtml
 7. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Вероятность и информация. – М.: Наука, 1973. – 512 с.
 8. *Фирстов В.Е., Фирстов В.В., Погорелов И.К.* О преподавании математики в гуманитарной области высшего образования // Труды VI-х международных Колмогоровских чтений. – Ярославль: изд-во ЯГПУ им. К.Д.Ушинского, 2008. – С.287-298.
 9. *Яблонский А.И.* Стохастические модели научной деятельности // Системные исследования. Ежегодник. – М.: Наука, 1975. – С. 5-43.
 10. *Арапов М.В.* Системный анализ лексической структуры текстов // Системные исследования. Ежегодник. – М.: Наука, 1981. – С. 372-403.
 11. *Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П.* Синергетика, прогноз и управление риском // В сб. Синергетическая парадигма. Нелинейное мышление в науке и искусстве. – М.: Прогресс-Традиция, 2002. – С.378-405.
 12. *Малинецкий Г.Г.* Выбор стратегии // Компьютера, №38 (513), 7 октября 2003 г. – С. 25-31.
 13. *Орлов Ю.К.* Невидимая гармония // Число и мысль. Вып.3. – М.: Знание, 1980. – С. 70-106.
 14. *Борода М.Г.* Принципы организации повторов на микроуровне музыкального текста: автореф. дисс... канд. искусствоведения:17.00.02. – Тбилиси: Тбилисская гос. консерватория им.Вано Сараджишвили,1979. –30 с.
 15. *Результаты ЕГЭ в Саратовской области в 2010 году:* Сборник статистических материалов / Отв. редактор Т.А. Кичаева. – Саратов: ОГУ «РЦОКО». 2010. – 166 с.
 16. *Оценка качества образования в Саратовской области (по результатам сдачи ЕГЭ в 2011 году) :* Сборник аналитических материалов. (1 этап). Часть1. / Отв. редактор – Гончарова Г.А. – Саратов: Областное государственное учреждение «РЦОКО», 2011.–78 с.
 17. *Фирстов В.Е., Иванов Р.А.* Ранговые корреляции профессиональной направленности результатов ЕГЭ в Саратовской области (2009-2011 гг.) // Материалы Межд. науч. конф.: Компьютерные науки и информационные технологии. 1-4 июля 2012 г. (Саратов, Россия) – Саратов: ИЦ «Наука», 2012. – С. 123-129.
 18. *Официальный сайт Правительства Саратовской области.* – Электронный ресурс: <http://www.saratov.gov.ru>
 19. *Аникин Л.С., Антонова О.Г., Шляхтин Г.В.* Основы регионоведения. Опыт разработки лекционного курса / Под ред. проф. Г.В. Дыльнова. – Саратов: Изд-во СГУ, 2003. – 392 с.
 20. *Кавунов П.А.* Города Саратовской области. – Саратов: Саратовское книжное изд-во, 1963. – 212 с.

Математические и психологические аспекты гармонии в преподавании теории музыки

Фирстов В.Е., Кулемина Ю.В.

Введение. Среди методов реализации междисциплинарного подхода в учебном процессе наиболее востребованным является математическое моделирование, представляющее теоретическую основу кибернетики, формирование умений и навыков которого сейчас рассматривается как одна из главных задач образования. Отечественное образование традиционно успешно справлялось с такой задачей при реализации математических моделей в сфере технических и естественных наук; в 60-е гг. XX в. начали осваиваться экономико-математические модели, а чуть позже такие модели появились в области социологии и психологии [4].

Иначе обстоит дело с реализацией междисциплинарного подхода в области искусствоведения, эстетики и культурологии, хотя предпринимаются серьезные усилия в этом направлении [2;3]. Более того, постепенно здесь налаживается взаимодействие исследователей, которое организационно выразилось в создании Международной ассоциации эмпирической эстетики (1967) и Международной ассоциации математической эстетики (1996) с отделениями в России и Конгрессом, созываемым раз в 2 года.

В данной работе рассматриваются некоторые дидактические аспекты математического моделирования, касающиеся вопросов гармонии в рамках преподавания теории музыки на гуманитарных факультетах вузов.

1. Концепции формирования содержания обучения математике в гуманитарной области профессионального образования. В высшем профессиональном образовании при формировании содержания обучения особенно важно эффективно реализовать дидактический принцип научности, который в данном случае выступает в своем модифицированном варианте, известном как принцип научной селекции (И.Я. Конфедератов, 1969, [1]). Смысл этого принципа сводится к выработке эффективных стратегий отбора количественного и качественного компонентов содержания учебной дисциплины. На этот счет в современном преподавании математики в области гуманитарного образования, в основном, преобладают два подхода: 1).

Сумма математических знаний, умений и навыков передается в рамках предметных курсов прикладного характера, типа: «Математические методы в искусствоведении (психологии, социологии и т.п.)», и прекрасным образцом реализации такого подхода является монография [2]; 2).

Математический контент представляется в рамках курсов, типа «Математические основы гуманитарных знаний» [3].

В первом случае математика преподносится фрагментарно в рамках тех или иных моделей так, что создание более-менее целостного представления о математике отводится обучаемому объекту. Во втором случае математика представляется как некоторый целостный (в меру детализированный) образ и его связи в гуманитарной области устанавливают базис для математического моделирования так, что вопрос о реализации моделей решается на уровне

мотиваций заинтересованного субъекта.

Общие подходы к формированию стратегий преподавания математики в гуманитарной области реализуются на основе кибернетических принципов оптимизации управления информационным контентом, передаваемым в данном учебном процессе [4], что достигается посредством минимизации информационной энтропии в этом процессе [5].

2. Цели математического обучения в гуманитарной области, касающейся категории эстетики, достаточно ясно обозначил Платон, который еще в IV в. до н.э. отмечал, «как легко отыскать примеры прекрасного и как трудно объяснить, почему они прекрасны». В поисках истины, Сократ отождествлял красоту с целесообразностью, Пифагор связывал прекрасное с должным соблюдением пропорций, но, так или иначе, уже в античные времена возникла идея о существовании в категории прекрасного некоего рационального ядра, выражающегося математическим языком. Именно это ядро представляет предмет обучения, цели которого сводятся к внедрению выделенного математического контента в сознание обучаемого контингента для формирования умений и навыков постижения закономерностей данной гуманитарной области через математику.

Каким образом определяется интересующее рациональное ядро, представляющее основу содержания математического обучения в конкретной гуманитарной области? Концептуально, разрешение поставленного вопроса сводится к проведению следующих оперативных мероприятий:

1). Определение информационных связей между предметными областями математического и гуманитарного знаний, что равносильно установлению структуры причинно-следственных связей в рассматриваемой гуманитарной области знаний, задающей контуры возможных расширений посредством креативных процессов.

2). Установление лингвистической связи между математикой и гуманитарной областью, что подразумевает определение информационных характеристик языков, анализ и сравнение которых позволяет выявить языковые универсалии, с которыми связаны законы эстетики.

Эффективная реализация этих положений, в значительной мере, опирается на анализ и последующую дидактическую репродукцию имеющихся исторических традиций, из которых следует, что у колыбели большинства гуманитарных направлений, все-таки, стояла математика. Этот тезис иллюстрируется примерами из психологии музыкального творчества.

3. Особенности интерпретации гуманитарного знания в учебном процессе. Представление теоретического знания обычно реализуется тремя следующими способами: *историческим, эвристическим (интуитивным) или аксиоматическим (дискурсивным)*. В учебном процессе, так или иначе, задействованы все три способа, в зависимости от целей и задач обучения, однако первые два подхода плохо пригодны для изложения теории в целом, поскольку не обеспечивают достаточно полного представления о ее логической структуре. В рамках аксиоматической теории, ее положения выделяются явно и

упорядочены причинно-следственными связями, определяющими четкую логическую структуру данной теории, которая удобна для алгоритмизации при обучении с использованием ИКТ. Кроме того, при известной логической структуре теории легко реализовать оптимизацию траектории подачи знаний в учебном процессе.

Формирование аксиоматической теории представляет некоторую процедуру абстракции и систематизации имеющегося опыта, запечатленного в соответствующих теориях, выраженных в исторической и интуитивной транскрипции. Смысл абстракции как мыслительной операции, «при помощи которой получаемые от отдельных вещей идеи становятся общими представителями всех предметов одного и того же рода», одним из первых, установил Дж. Локк в трактате «Опыт о человеческом разумении» (1689, [6]). На сегодняшний день абстракция представляет универсальный способ формирования теоретического знания, т.е. он применим к любой научной дисциплине: математической, естественной или гуманитарной. Однако способы абстрагирования зависят от природы изучаемых объектов и целей исследования. Поэтому способы абстрагирования в математике отличаются от способов абстрагирования в естествознании, а естественнонаучная абстракция отлична от абстракции в гуманитарных науках [7].

Аксиоматический метод в общественном сознании часто ассоциируется в контексте математики, в силу исторических традиций, восходящих к Евклиду (IV в. до н.э.), который этот метод продемонстрировал явно на примере геометрии. Однако, следуя исторической хронологии, еще задолго до Евклида идеи аксиоматики прослеживаются в области конституционного права в папирусах древнего Египта, клинописях Вавилона и ведах Индии [4]. В конце XVII в. пришел черед аксиоматизации классической механики в рамках законов И. Ньютона. Во второй половине XIX в. сформулированы законы эволюции и наследственности (Ч. Дарвин, Г. Мендель), на основе которых в XX в. зародилось междисциплинарное направление в виде математической генетики, представляющей сейчас одну из наиболее успешных областей биологии. Известные «Математические тетради» К. Маркса также свидетельствуют о том, что при разработке экономической теории широко использовались формализованные варианты экономических процессов. Во второй половине XX в. аксиоматика и формализация приходят в область гуманитарных наук (психологию, социологию, культурологию и т.п.) [4]; в сфере образования аксиоматический метод реализован В.М. Монаховым при разработке теории педагогических технологий [8].

В современном образовательном пространстве отмечается усиление гуманитарных тенденций, при проведении которых наиболее взвешенной представляется точка зрения, восходящая к неокантианской баденской школе рубежа XIX-XX вв. в лице Г. Риккерта и М. Вебера [9]. Эта точка зрения исходит из того, что *различие между гуманитарными и естественными науками связано не с различием самих предметов, а с различием логических методов этих наук, т.е. с различием в принципах образования понятий и*

формулировки соответствующих суждений.

Следует сказать об ограничениях аксиоматического метода, связанных с теоремой Гёделя о неполноте всякой аксиоматической теории [10]. В физике это выразилось в невозможности толкования фотоэффекта на основе постулатов классической механики, и это ограничение удалось снять через принцип дополненности в рамках квантовомеханических представлений [11]. Неполнота аксиоматических теорий своеобразно проявляется в теории конституционного права и сейчас на уровне ООН ведутся дискуссии о приоритете между конституционными принципами территориальной целостности государства и праве нации на самоопределение; по вопросам биоэтики в связи с возможностями клонирования, а также эвтаназии в контексте конституционного права на жизнь и др. За счет принципа дополненности в системе дидактических постулатов снимаются ограничения в педагогике [4]. Поэтому принцип дополненности выступает в виде общей методологии современной науки и, в связи с теоремой Гёделя о неполноте, это говорит о неалгоритмической природе интуитивного вывода [14]. Иными словами постижение истины не обязательно происходит в рамках формальной системы, а может, например, выражаться посредством некой разновидности общей процедуры принципа рефлексии.

Ниже дается пример аксиоматического построения дидактического контента для обучения математике студентов-гуманитариев на основе пифагорейской аксиоматики математической теории музыки.

4. Пифагорейская теория музыки. Основным понятием теории музыки является *музыкальный тон*, который физически представляет колебательный процесс в воздухе с фиксированной частотой и, например, частота камертона, применяемого для настройки музыкальных инструментов, равна 440 герц (ля 1-ой октавы). *Частота колебаний тона* определяет его количественную характеристику – *высоту* и, чем она больше, тем выше тон. Это позволяет ввести *расстояние (интервал)* между тонами с высотами f_1 и f_2 в виде отношения $r(f_1; f_2) = f_1/f_2$.

Всякая музыкальная композиция, по сути, представляет некоторую последовательность тонов, передающих ее смысл так, чтобы входящие в нее тоны были созвучны, образуя *мелодию*. Такие тоны в музыке принято называть *консонансами* и, чтобы это условие выполнялось, высоты тонов должны отвечать определенным отношениям.

В Европе основы теории музыки были заложены в VI-IV вв. до н.э. в Древней Греции усилиями Пифагора (ок. 570-500 гг. до н.э.), Филолая (V в. до н.э.) и Архита Тарентского (428-365 гг. до н.э.) [2]. Они опирались на античную теорию пропорций и ряд положений, которые были установлены экспериментально и известны как законы Пифагора -Архита:

1). Высота тона f звучащей струны обратно пропорциональна ее длине l , т.е.:

$$f = a/l, \quad (1)$$

где a – коэффициент пропорциональности, зависящий от физических свойств струны (толщины, материала и т.п.).

2). Две звучащие струны дают консонанс лишь тогда, когда их длины относятся как целые числа, составляющие треугольное число $10=1+2+3+4$, т.е. как: $n/(n+1)$, где $n=1;2;3$. (2)

Интервалы (2) называют *совершенными консонансами* и, в частности, при $n=1$ интервал $f_1/f_2 = 1/2$ назван *октавой*; при $n=2$ интервал $f_1/f_2 = 2/3$ образует *квинту* и при $n=3$ интервал $f_1/f_2 = 3/4$ является *кварттой*. Кроме того, если звучащие струны имеют одинаковую длину, то интервал $f_1/f_2 = 1$ представляет «самый совершенный консонанс» *прима (унисон)*, который играет большую роль в оркестровых композициях.

Идея пифагорейцев при построении музыкальной шкалы реализует их канон красоты, связанный с обеспечением определенной пропорции между последовательностью тонов внутри октавы, которая для этого разбивается в геометрической прогрессии. Музыкальная шкала (гамма) пифагорейцев создавалась для настройки однострунного инструмента (монохорда), шкала которого содержала 12 ступеней, так, что цена деления составляла $1/12$ часть этой шкалы. Разбиение данной шкалы происходило по закону консонанса (2): со струной длины $l_1=1$ будут созвучны ее части длины $l_2=1/2$ (на октаву выше), $l_3=2/3$ (на квинту выше), $l_4=3/4$ (на кварту выше). При таком разбиении, с учетом (1), имеем следующие соотношения между интервалами:

$$f_2=f_3f_4; \quad f_3/f_2 = f_1/f_4; \quad f_2/f_1 = (f_2/f_3)(f_3/f_1); \quad f_3/f_4=9/8. \quad (3)$$

Из пропорций (3) следует, что интервал между квинтой f_3 и кварттой f_4 равен одному тону, принимаемому за единицу ладообразования пифагоровой гаммы. Откладывая от основного тона $f_1=1$ единичный тон $f_2=9/8$, затем еще один тон $f_3=(f_2)^2=(9/8)^2=81/64$, до квартты $f_4 = 4/3$ остается еще некоторый интервал, равный $f_4/f_3 = 4/3:81/64 = 256/243$. Поскольку деление октавы происходит в геометрической пропорции со знаменателем $9/8$, то остаточный интервал принято называть *полутоном*, т.к. $256/243 \approx 1,0535 \approx \sqrt{9/8} \approx 1,0607$. Так был получен так называемый *лидийский тетрахорд* – 4-струнный звукоряд, составляющий основу пифагорейской гаммы. Сдвигая данный тетрахорд на квинту вверх, получаем остальные ступени пифагоровой гаммы: $f_5=(3/2) f_1=1$; $f_6=(3/2) f_2=27/16$; $f_7=(3/2)f_3=243/128$; $f_8=(3/2)f_4=2$. В итоге имеем полную последовательность тонов, образующих гамму в *до мажоре*:

$$1(\text{до}) - 9/8(\text{ре}) - 81/64(\text{ми}) - 4/3(\text{фа}) - 3/2(\text{соль}) - 27/16(\text{ля}) - 243/128(\text{си}) - 2(\text{до}). \quad (4)$$

Это и есть знаменитый *канон Пифагора*. По преданию, канонический строй (4) использовался при настройке лиры легендарного Орфея.

5. Канон Пифагора и колебания струны по Д`Аламберу. В 1747 г. был опубликован мемуар Д`Аламбера «Исследования по вопросам о кривой, которую образует натянутая струна, приведенная в колебание», содержащий решение волнового уравнения вида:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (5)$$

где t – время, x – координата точки струны в положении равновесия, $u=u(x;t)$ – отклонение точки струны с координатой x в момент t от положения равновесия, a^2 – коэффициент пропорциональности, характеризующий упругие свойства

струны ($a = \sqrt{F / \rho}$, F ; ρ – соответственно, натяжение и плотность однородной струны). Будем решать уравнение (5) методом Фурье при граничных и начальных условиях:

$$u(x;0)=f(x), u'_t(x,0)=g(x); u(0;t)=0, u(l;t)=0, \quad (6)$$

полагая : $u(x;t) = X(x)T(t).$ (7)

Тогда после подстановки (7) в (5) получается система обыкновенных дифференциальных уравнений вида:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - a^2 \lambda T = 0, \quad \frac{d^2 X}{dx^2} - \lambda X = 0, \quad (8)$$

Решение системы (8) с учетом (6),(7) дает решение волнового уравнения (5) в виде ряда Фурье:

$$u(x;t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x;t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{l} \left[a_n \cos \frac{n\pi at}{l} + b_n \sin \frac{n\pi at}{l} \right], \quad (9)$$

где коэффициенты Фурье определяются соотношениями:

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad b_n = \frac{2}{n\pi a} \int_0^l g(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx, \quad (10)$$

Выясним физический смысл решения (9),(10) и, прежде всего, функций $u_n(x;t)$, которые для этого представим в виде:

$$u_n(x;t) = A_n(x) \sin \left(\frac{n\pi a}{l} t + \varphi_n \right), \quad (11)$$

где $A_n(x) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \sin \frac{n\pi}{l} x; \quad \varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}.$ (12)

Как видно из (11);(12), каждое решение $u_n(x;t)$ представляет собой гармоническое колебание с частотой $\omega_n = \frac{n\pi a}{l}$ и фазой φ_n , причем, амплитуда колебаний $A_n(x)$ для разных точек струны зависит от x так, что концы струны неподвижны, т.к. при $x=0;l: A_n(0)=A_n(l)=0$. Каждое такое колебание имеет узловые (неподвижные) точки, определяемые условиями при $n=1: \sin \frac{\pi}{l} x = 0 \Rightarrow x=0, x=l;$

$$n=2: \sin \frac{2\pi}{l} x = 0 \Rightarrow x=0, x=l/2, x=l; \quad (13)$$

$$n=3: \sin \frac{3\pi}{l} x = 0 \Rightarrow x=0, x=l/3, x=2l/3, x=l;$$

.....

$$n=k: \sin \frac{k\pi}{l} x = 0 \Rightarrow x=0, x=l/k, x=2l/k, \dots, x=l.$$

Условия (13) показывают, что решение Д'Аламбера (9-12) физически представляет колебания струны в виде суперпозицию стоячих волн. Это означает, что струна колеблется не только по всей длине, но одновременно и отдельными ее частями (половинами, третями, четвертями и т.д.). Поэтому

струна издает звук не только *основной частоты* $\omega_1 = \pi a / l$, но также *обертоны* $\omega_2 = 2\pi a / l$, $\omega_3 = 3\pi a / l, \dots$, $\omega_k = k\pi a / l$. Обратим внимание, что частоты колебаний струны обратно пропорциональны ее длине и, таким образом, приходим к закону Пифагора-Архита (1). Располагая *гармоники* струны в порядке возрастания их частот $\omega_1; \omega_2; \omega_3; \dots; \omega_k; \dots$, обнаруживаем, что они относятся как числа натурального ряда: $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 : \dots : \omega_k : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots : k : \dots$. Но тогда $\frac{\omega_{n+1}}{\omega_n} = \frac{n+1}{n}$ и получается закон Пифагора-Архита (2).

Интересно отметить, что: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\omega_{n+1}}{\omega_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, т.е. с ростом номера n интервал между соседними гармониками натурального звукоряда уменьшается и в пределе дает чистую приму (унисон).

Таким образом, в основе слуховых ощущений человека лежат принципы классической механики. В середине XIX в. этот вывод блестяще подтвердился опытами Г.Гельмгольца при исследовании психофизиологии слухового аппарата человека [12].

6. Пифагорова комма и хорошо темперированный клавир И.С.Баха.

Как всякое великое, пифагорова гамма имеет свою «ахиллесову пятую», о которой говорилось в п.4 в связи с «пифагоровым» полутоном $f_4/f_3 = 256/243 \approx 1,0535$, который, хотя и мало, но отличается от реального полутона $\sqrt{9/8} \approx 1,0607$. Поэтому в октаве последовательность тонов нельзя точно реализовать в виде геометрической прогрессии. Действительно, если оба «пифагоровых» полутона (*ми-фа* и *си-до*) в (4) заменить интервалами $\sqrt{9/8}$, то в этом случае интервал в 12 таких полутонов составит $(9/8)^6 = 531441/262144 \approx 2,0273$, что несколько превышает значение 2 для октавы. Отношение этих двух интервалов составляет:

$$(9/8)^6 / 2 = 531441/524288 \approx 1,0136 \quad (14)$$

и называется *пифагоровой коммой*, наличие которой указывает на то, что в гармонии пифагоровой гаммы присутствуют едва уловимые диссонансы. Поэтому идеальное (консонансное) построение октавы с помощью квинты, как это предполагали пифагорейцы, или, что равносильно, равномерное (темперированное) деление октавы в виде рациональной геометрической прогрессии, принципиально невозможно.

Построение темперированной шкалы музыкальных тонов предполагает выполнение следующих условий [13]:

У1. Вместе с каждым тоном высоты f шкала содержит тоны $2f$ и $f/2$.

У2. Вместе с каждым тоном высоты f шкала также содержит тон $3f$.

У3. Шкала допускает возможность транспонирования мелодии без искажения на любой тон шкалы.

Обоснование условий У1-У3 дается в п.5. Пусть теперь в пределах одной октавы шкала разбита на тоны следующим образом:

$$f = f_0 < f_1 < f_2 < \dots < f_{m-1} < f_m = 2f \quad (15)$$

Последовательность тонов (15) образует мелодию, которую транспонируем вверх без искажения так, чтобы нижний тон f_0 поднялся до f_1 . Тогда мелодия будет начинаться с тона f_1 и заканчиваться тоном f_{m+1} в октаву выше f_1 и, т.к. транспонирование происходит без искажений, то выполняются равенства $f_1/f_0 = f_2/f_1$, $f_2/f_1 = f_3/f_2, \dots, f_m/f_{m-1} = f_{m+1}/f_m$, откуда

$$f_1/f_0 = f_2/f_1 = f_3/f_2 = \dots = f_m/f_{m-1} = f_{m+1}/f_m, \quad (16)$$

т.е. высота тонов в последовательности (15) образует геометрическую прогрессию с некоторым знаменателем q . Отсюда следует $f_m = q^m f_0 = 2f_0 \Leftrightarrow q^m = 2$. Следовательно, шкала полностью определяется, если установлено число ступеней m , на которые разбивается октава (15).

В силу условий У1;У2, видим, что вместе с высотой тона f шкала (15) должна содержать ступень с высотой $3f/2$, причем, эта ступень лежит в промежутке $(f; 2f)$. Поэтому число ступеней m в октаве (15) должно выбираться так, чтобы одна из промежуточных степеней совпала со ступенью $3f/2$. Для определения соответствующего условия для m члены последовательности (15) прологарифмируем, что приводит к арифметической прогрессии вида: $\log_2 f_0; \log_2 f_1; \dots; \log_2 f_m$

$$(17)$$

с разностью $\log_2 \sqrt[m]{2} = 1/m$. Пусть теперь k -я ступень в последовательности (15) имеет высоту $3f/2$. Тогда для определения m получается уравнение:

$$\log_2 3/2 = k/m. \quad (18)$$

Но уравнение (18) решений не имеет, поскольку справа стоит рациональная дробь, а слева – иррациональное число. Это означает, что условие У3, равносильное равномерности логарифмической шкалы тонов (17), вступает в противоречие с условием У2, которое эквивалентно наличию чистых квинт в последовательности (15) и, следовательно, от одного из них необходимо отказаться. Проще отказаться от чистых квинт, поскольку стоящий слева в (18) логарифм $\log_2 3/2 \approx 0,585$ с достаточной точностью аппроксимируется подходящей цепной дробью $[0,1,1,2,2,\dots] = 7/12 \approx 0,583$, что дает $m=12$. Таким образом, искомая музыкальная шкала строится на логарифмической оси делением единичного отрезка на 12 равных частей точками:

$$1/12=0,083; 1/6=0,167; 1/4=0,25; 1/3=0,333; 5/12=0,418; 1/2=0,5; 7/12=0,583; 2/3=0,667; 3/4=0,75; 5/6=0,833; 11/12 = 0,917; 12/12= 1,0 \quad (19)$$

Последовательность (19) представляет темперированный строй музыкальной шкалы, в котором пифагорова комма равномерно «размазывается» по всем 12 полутонам хроматической гаммы и становится практически незаметной. В результате получается так называемый равномерно-темперированный музыкальный строй вида $\sqrt[12]{2^m}$, где $m = \overline{1;12}$.

Впервые эта идея прозвучала в «Универсальной гармонии» М. Мерсенна (1588-1648) и примерно к 1700 г. осуществилась немецким органистом А. Веркмейстером (1645-1706). Равномерно-темперированный музыкальный строй нашел понимание у И.С. Баха (1685-1750), который, в этой связи, создал гениальное творение – «Хорошо темперированный клавир» в 2-х частях (1722; 1744 гг.), в котором продемонстрировал возможности 12-ступенного равномерно-темперированного хроматического строя на всех 24 его

тональностях (12 мажорных и 12 минорных). И, хотя отклонения темперированных тонов от чистых консонансов незначительны, тем не менее, современник Баха выдающийся немецкий композитор Г.Ф. Гендель (1685-1759) не принял темперацию, т.к. испытывал раздражение от «смазанных» консонансов темперированной музыки. Едва уловимые диссонансы темперированного строя в дальнейшем болезненно ощущались П.И. Чайковским (1840-1893) и А.Н. Скрябиным (1871/72-1915).

Заключение. Таким образом, все указывает на то, что музыка в своем развитии дает толчок в развитии математики и, наоборот. Поэтому, неслучайно, у пифагорейцев музыка входила частью в более общую дисциплину под названием «математа» и в XVII в. в Европе теория музыки рассматривалась как раздел математики. Формирование музыкальных канонов долгое время было связано с построением и обоснованием музыкального строя. Этот процесс завершился созданием темперированного строя (ок. 1700 г.) и построением общей теории колебаний струны в середине XVIII в. Одна из проблем при этом обусловлена необходимостью разбиения единичного отрезка в геометрической прогрессии, которое, как выяснилось, не выражается рационально и, как следствие, приводит к рациональным приближениям действительных чисел.

Разумеется, развитие теории музыки на этом не остановилось и такие современные композиторы, как О. Мессиан (1908-1992 гг.), в своем знаменитом «Трактате о ритме, цвете и орнитологии» [15] при формировании ритмики музыкальной композиции обращаются к довольно тонким построениям, связанным с использованием пермутаций симметрической группы 32-го и 64-го порядка. Впрочем, об этом будет сделано отдельное сообщение. Представленный материал следует рассматривать как определенный дидактический контент для проведения интегрированных занятий в области «математической теории музыки» со студентами, специализирующимися в области искусствознания.

1. *Архангельский С.И.* Лекции по теории обучения в высшей школе. – М.: Высшая школа, 1974. – 384 с.

2. *Волошинов А.В.* Математика и искусство. – М.: Просвещение, 2000. – 399 с.

3. *Салий В.Н.* Математические основы гуманитарных знаний. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2006. – 308 с.

4. *Фирстов В.Е.* Кибернетическая концепция и математические модели управления дидактическими процессами при обучении математике в школе и вузе. – Саратов: Издательский Центр «Наука», 2010. – 511 с.

5. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Вероятность и информация. – М.: Наука, 1973. – 511 с.

6. *Локк Дж.* Опыт о человеческом разумении. Сочинения, т.1.– М.: Мысль, 1985. – 622 с.

7. *Рузавин Г.И.* О природе математического знания. – М.: Мысль, 1968. – 303с.

8. Монахов В.М. Теория педагогических технологий как необходимое условие их интеграции с информационными технологиями // Труды вторых Колмогоровских чтений. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2004. – С. 145-151.

9. Гайденок П.П., Давыдов Ю.Н. История и рациональность. – М.: Политиздат, 1991. – 367 с.

10. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Теория доказательств. – М.: Наука, 1982. – 652 с.

11. Бунге М. Философия физики. – М.: Прогресс, 1975. – 347 с.

12. Лазарев П.П. Гельмгольц. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 104 с.

13. Шилов Г.Е. Простая гамма (устройство музыкальной шкалы). – М.: Физматгиз, 1963. – 20 с.

14. Пенроуз Р. Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 400 с.

15. Цареградская Т.В. Время и ритм в творчестве Оливье Мессиана. – М.: Классика-XXI, 2002. – 376 с.

Алгоритм поиска оптимальной траектории баллистического перелета с низкой околоземной орбиты в точку либрации L1 системы «Земля-Луна»

Окишев Ю.А., Климаев Ю.В.

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.

В ближайшие несколько десятилетий перед космонавтикой, помимо уже успешно решаемых задач, таких, как космическая связь, навигация и наблюдение Земли из космоса встанут новые, в частности – создание долговременных лунных баз. Процесс построения и обслуживания подобных баз будет связан с необходимостью обеспечения значительных грузопотоков с Земли на Луну, для чего потребуется разработка и создание новых транспортных средств [1]. Как один из возможных способов обеспечения лунных баз – создание орбитальной базы обслуживания и заправки (ОБОЗ) или ретрансляционных пунктов в точке либрации L1 системы Земля – Луна – одна из точек в системе двух гравитирующих тел, в окрестности которых пренебрежимо малое тело остается неподвижным относительно них.

Работа посвящена разработке алгоритма поиска оптимальной баллистической траектории космического аппарата (КА) с химическим ракетным двигателем (ХРД) при перелете с низкой круговой околоземной орбиты (ее высоту принимаем равной 300 км) в точку либрации L1 системы «Земля – Луна».

1. Постановка задачи

В качестве критерия оптимизации предлагается рассматривать значение суммарного импульса скорости. Задача проектно-баллистического анализа сводится к поиску минимального суммарного импульса скорости ΔV_{Σ} и, как следствие, по формуле Циолковского (1), минимального потребного топлива для перелета. Такой подход является общепризнанным [2] для проведения баллистического анализа.

$$m_T = m_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{\Delta V_\Sigma}{I_y} \right) \right], \quad (1)$$

где m_T - масса топлива КА, m_0 - начальная масса КА, I_y - удельный импульс тяги, который задается двигательной установкой КА

Будем рассматривать схему перелета с двумя включениями ХРД между некомпланарными орбитами, где первый импульс скорости ΔV_1 (2) реализует переход КА на перелетный эллипс, лежащий в плоскости базовой орбиты. Второй импульс скорости ΔV_2 (3) происходит в апогее перелетного эллипса и реализует поворот плоскости орбиты на требуемый угол Δi , а также переход на орбиту точки либрации L1 (рис 1). Для предварительного анализа используется методическая идея импульсной аппроксимации активных участков полета. Исходя из физических свойств коллинеарной точки либрации L1, очевидно, что точка L1 принадлежит радиус-вектору и плоскости орбиты Луны.

$$\overrightarrow{\Delta V_1} = \overrightarrow{V_{\dot{E}A_0}} - \overrightarrow{V_0}, \quad (2)$$

где $\overrightarrow{V_{\dot{E}A_0}}$ - вектор скорости КА на опорной орбите необходимый для перехода на перелетный эллипс, $\overrightarrow{V_0}$ - вектор скорости КА на круговой опорной орбите

$$\overrightarrow{\Delta V_2} = \overrightarrow{V_{L1}} - \overrightarrow{V_{KA_{L1}}}, \quad (3)$$

Для вычисления абсолютных значений воспользуемся теоремой косинусов:

$$\Delta V_2 = \sqrt{V_{L1}^2 + V_{KA_{L1}}^2 - 2 \cdot V_{L1} \cdot V_{KA_{L1}} \cdot \cos \Delta i}, \quad (4)$$

где $\overrightarrow{V_{L1}}$ - вектор скорости точки либрации L1, $\overrightarrow{V_{KA_{L1}}}$ - вектор скорости КА в точке либрации L1, Δi - разница между наклонениями орбит.

Значение суммарного импульса скорости вычисляется по формуле:

$$\Delta V_\Sigma = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (5)$$

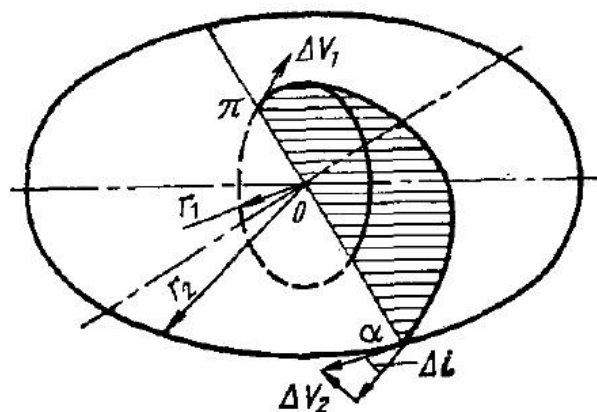


Рис.1 Схема двухимпульсного перелета.

Для проведения анализа полагаем, что начало системы координат расположено в центре Земли, плоскость x-y совпадает с плоскостью эклиптики, ось x направлена в точку весеннего равноденствия. Ось z направлена в северный полюс Мира, ось y дополняет систему координат до правой тройки. Можно счи-

тать, что угол между плоскостью эклиптики и плоскостью земного экватора постоянен и равен $23,4354^\circ$.

Наклонение низкой околоземной (базовой) орбиты примем за $51,6^\circ$ (старт с космодрома «Байконур»)

Из-за прецессии орбиты Луны ее наклонение к плоскости экватора Земли меняется с периодичностью в 18,6 лет. Необходимо выбрать эпоху, когда наклонение орбиты Луны максимально, чтобы значение разности наклонений базовой и Лунной орбиты Δi было минимальным, и как следствие по (4) минимальное значение второго импульса скорости.

За дату рассматриваемой эпохи выбираем 1 января 12 часов дня каждого рассматриваемого года. Найдем наклонение орбиты Луны по формуле (6).

$$\cos i_{\text{Луны}} = \frac{\sigma_z}{|\vec{\sigma}|}, \quad (6)$$

$$\vec{\sigma} = \vec{r}_{\text{Луны}} \times \vec{V}_{\text{Луны}}. \quad (7)$$

$$\sigma_z = x \cdot V_y - y \cdot V_x, \quad (8)$$

где $\vec{\sigma}$ - вектор интеграла площадей орбиты Луны, σ_z - проекция вектора интеграла площадей орбиты Луны на ось z, x и y - проекции радиус-вектора Луны на оси x и y соответственно, V_x и V_y - проекции вектора скорости Луны на оси x и y соответственно.

Радиус-вектор Луны и значение скорости, а также их проекции по осям возьмем из планетария DE-405, который разработан в JPL (Jet Propulsion Laboratory). Выберем эпоху, когда наклонение орбиты Луны максимально. Как видно из таблицы 1, наклонение орбиты Луны максимально и составляет $28,443^\circ$ в 2025 году, при этом будем считать, что в выбранную эпоху наклонение орбиты не изменяется.

Таблица 1. Зависимость наклонения орбиты Луны от эпохи.

Год	$i_{\text{Луны}}, ^\circ$	Год	$i_{\text{Луны}}, ^\circ$	Год	$i_{\text{Луны}}, ^\circ$
2012	22,513	2018	20,075	2024	28,195
2013	20,881	2019	21,568	2025	28,443
2014	19,526	2020	23,253	2026	28,258
2015	18,633	2021	24,894	2027	27,638
2016	18,396	2022	26,327	2028	26,584
2017	18,959	2023	27,458	2029	25,174

Так как в данной задаче влияние гравитации Луны на КА существенно, то использовать решения ограниченной задачи двух тел (9) некорректно. Будем использовать решение ограниченной задачи трех тел, в которой движение КА массы m , рассматривается в системе двух гравитирующих масс, Земли и Луны соответственно.

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = f \frac{mM_3}{r^2}, \quad (9)$$

где m - масса КА, r - радиус-вектор КА относительно центра Земли, t - время,

f – гравитационная постоянная, M_3 – масса Земли.

2. Основные подходы к решению ограниченной задачи трех тел

Подробно решению задачи трех тел посвящена фундаментальная работа В. Себехея «Теория орбит: ограниченная задача трех тел» [3], в которой рассмотрены основные принципы и методики аналитического и численного решения задач. Разумеется, уровень научных достижений, затрагиваемых в этой книге, соответствует эпохе ее создания, т.е. 60-м годам двадцатого столетия. С тех пор небесная механика и ее приложения получили широкое развитие, и эти новые результаты, естественно, не нашли отражения в книге Себехея. Однако, автор подробно рассмотрел все стороны этой задачи, искусно связывая их друг с другом, получая, таким образом, единую стройную теорию.

Задача двух неподвижных центров хорошо известна со времен Эйлера, Лагранжа и Якоби. Впервые эту задачу для случая плоского движения исследовал и свел к квадратурам Эйлер. Поэтому ее также называют задачей Эйлера. Лагранж и Якоби показали интегрируемость задачи в пространственном случае и сделали ряд обобщений. Но, несмотря на интегрируемость, практическое приложение этой задачи на данный момент незначительно [4].

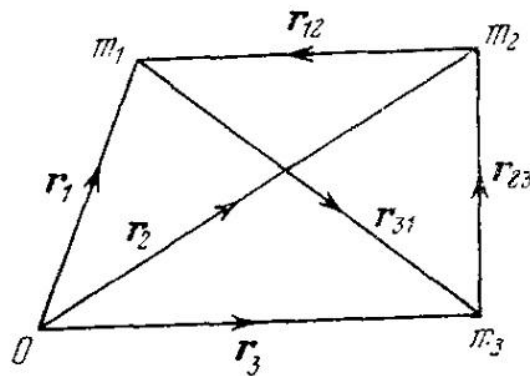


Рис. 2. Общая задача трех тел.

Общую задачу трех тел можно сформулировать следующим образом: три частицы произвольной массы притягиваются друг к другу согласно ньютоновскому закону гравитации. Начальное движение их задано, и они могут занимать любое положение в пространстве (рис.2). Требуется найти их движение.

Различие между общей задачей трех тел и ограниченной задачей заключается, прежде всего, в том, что в ограниченной задаче массы только двух частиц являются произвольными, третья масса намного меньше двух первых. В общей задаче допускаются любые начальные условия для трех частиц, тогда как в ограниченной задаче требуется, чтобы точки конечной массы двигались по круговым орбитам.

На рис. 2 приводятся обычные обозначения. Массы трех тел: m_1, m_2, m_3 , а радиус-векторы через $r_1(q_1, q_2, q_3)$, $r_2(q_4, q_5, q_6)$, $r_3(q_7, q_8, q_9)$. Векторы, идущие от одной массы к другой, равны

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3, \vec{r}_{31} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1, \quad (10)$$

а расстояния между массами m_1, m_2 и m_3 равны

$$\begin{aligned}
|\vec{r}_{12}| &= [(q_1 - q_4)^2 + (q_2 - q_5)^2 + (q_3 - q_6)^2]^{\frac{1}{2}} \\
|\vec{r}_{23}| &= [(q_4 - q_7)^2 + (q_5 - q_8)^2 + (q_6 - q_9)^2]^{\frac{1}{2}} . \\
|\vec{r}_{31}| &= [(q_7 - q_1)^2 + (q_8 - q_2)^2 + (q_9 - q_3)^2]^{\frac{1}{2}}
\end{aligned} \tag{11}$$

Силовая функция имеет вид

$$F = f \left(\frac{m_1 \cdot m_2}{|\vec{r}_{12}|^2} + \frac{m_2 \cdot m_3}{|\vec{r}_{23}|^2} + \frac{m_3 \cdot m_1}{|\vec{r}_{31}|^2} \right), \tag{12}$$

Уравнение движения запишем в виде

$$m_i \cdot \ddot{r}_i = \frac{\partial F}{\partial r_i}, i = 1, 2, 3. \tag{13}$$

Таким образом, имеем систему трех дифференциальных векторных уравнений второго порядка относительно векторов \vec{r}_i или систему девяти скалярных уравнений второго порядка относительно координат q_i . Получающаяся результирующая система восемнадцатого порядка указывает на довольно сложный характер общей задачи трех тел. В подробном виде уравнения (13) записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\ddot{r}_1 &= -f \cdot m_2 \cdot \frac{r_1 - r_2}{|r_1 - r_2|^3} + f \cdot m_3 \cdot \frac{r_3 - r_1}{|r_3 - r_1|^3} \\
\ddot{r}_2 &= -f \cdot m_3 \cdot \frac{r_2 - r_3}{|r_2 - r_3|^3} + f \cdot m_1 \cdot \frac{r_1 - r_2}{|r_1 - r_2|^3} . \\
\ddot{r}_3 &= -f \cdot m_1 \cdot \frac{r_3 - r_1}{|r_3 - r_1|^3} + f \cdot m_2 \cdot \frac{r_2 - r_3}{|r_2 - r_3|^3}
\end{aligned} \tag{14}$$

Система восемнадцатого порядка может быть сведена к системе шестого порядка, и это совсем не тривиальное приведение является одной из важных процедур, рассматриваемых в классической литературе по общей задаче трех тел, что было наилучшим образом выполнено Лагранжем в 1772г. [5].

Предполагая, что $m_3 \rightarrow 0$ и не оказывает влияния на движения масс m_1 и m_2 , переходим к ограниченной задаче трех тел и уравнение движения примет вид:

$$\ddot{r}_3 = -f \cdot m_1 \cdot \frac{r_3 - r_1}{|r_3 - r_1|^3} + f \cdot m_2 \cdot \frac{r_2 - r_3}{|r_2 - r_3|^3} . \tag{15}$$

Применив (15) для системы Земля-Луна получим

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = f \frac{M_1}{R_1^3} (R_1 - R) + f \frac{M_2}{R_2^3} (R_2 + R), \tag{16}$$

$$R_1 = a \cdot \frac{fM_2}{fM_2 + fM_1}, \tag{17}$$

$$R_2 = a \cdot \frac{fM_1}{fM_2 + fM_1}, \tag{18}$$

где M_1 – масса Земли, M_2 – масса Луны, R – радиус-вектор КА относительно общего барицентра (БЦ), R_1 – расстояние от БЦ до центра Земли, R_2 – расстояние от общего БЦ до центра Луны, a – большая полуось орбиты Луны.

Для ограниченной задачи трех тел в точке либрации относительное ускорение КА равно нулю, тогда уравнение движения для точки L1 можно записать в следующем виде:

$$\varpi^2 \cdot R + f \frac{M_2}{(R_2 - R)^2} - f \frac{M_1}{(R_1 + R)^2} = 0, \quad (19)$$

$$\varpi = 2 \cdot \frac{\pi}{T}, \quad (20)$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{f \cdot (M_1 + M_2)}}, \quad (21)$$

где ϖ – скорость вращения Луны вокруг Земли, T – период обращения Луны вокруг Земли.

Первое слагаемое уравнения (19) характеризует кориолисово ускорение, второе и третье – влияние гравитации Луны и Земли соответственно. Решая уравнение (19) в произвольный момент времени, найдём расстояние от барицентра системы Земля-Луна до точки либрации R . По уравнению (22) найдем расстояние от центра Земли до точки либрации L1 системы «Земля – Луна» R_{L1} .

$$R_{L1} = R + R_1, \quad (22)$$

Для дальнейших расчетов введем коэффициент X_{L1} (23), который характеризует относительное расстояние от центра Земли до точки либрации L1. В дальнейшем, умножая на этот коэффициент расстояние от Земли до Луны в любой момент времени можем определить расстояние до точки либрации L1. При этом скорость точки либрации V_{L1} (24) найдем из подобного треугольника (рис. 3)

$$X_{L1} = \frac{R_{L1}}{R_1 + R_2}, \quad (23)$$

$$V_{L1} = V_{Moon} \cdot \frac{R_{L1}}{R_1 + R_2}, \quad (24)$$

где R_{L1} – расстояние от центра Земли до L1, V_{Moon} – скорость Луны относительно Земли.

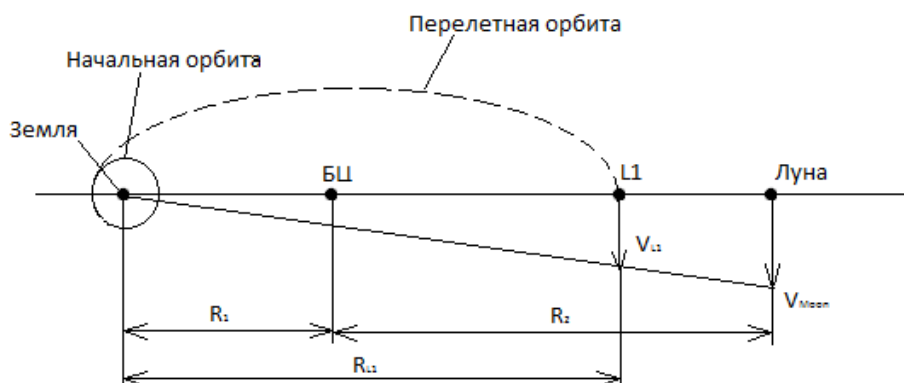


Рис. 3. Упрощенная схема перелета в плоскости орбиты Луны.

3. Алгоритм поиска оптимальной траектории перелета

Будем рассматривать перелет в выбранную эпоху – 2025 год, когда наклонение орбиты к плоскости земного экватора максимально. Так как период обращения Луны вокруг Земли составляет около 28 суток, то можем произвольно выбрать любой месяц в году и рассматривать решения в рамках этого месяца. При этом будем считать, что изменения наклонения орбиты Луны от месяца к месяцу незначительны. Даты будем считать от начала выбранной эпохи – 12 часов дня 1 января 2025 года.

Стоит отметить, что существует два типа решения поставленной задачи: при перелете из восходящего узла (рис. 4) и нисходящего узла (рис. 5) опорной орбиты. Для каждого из типов перелета необходимо провести решение.

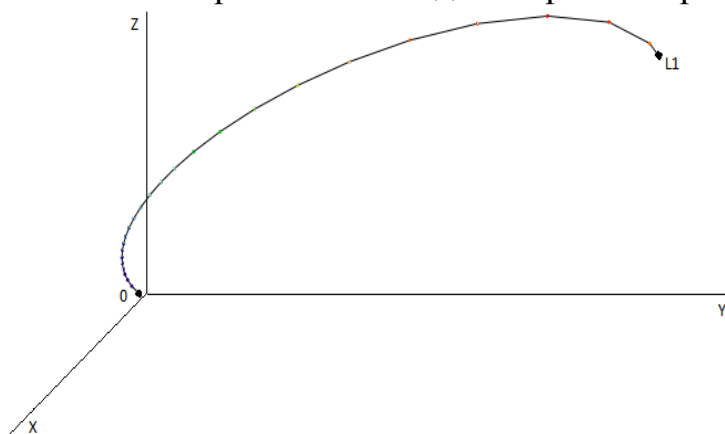


Рис. 4. Траектория орбиты при перелете из восходящего узла орбиты, где L1 – точка либрации, 0 – положение КА в момент старта.

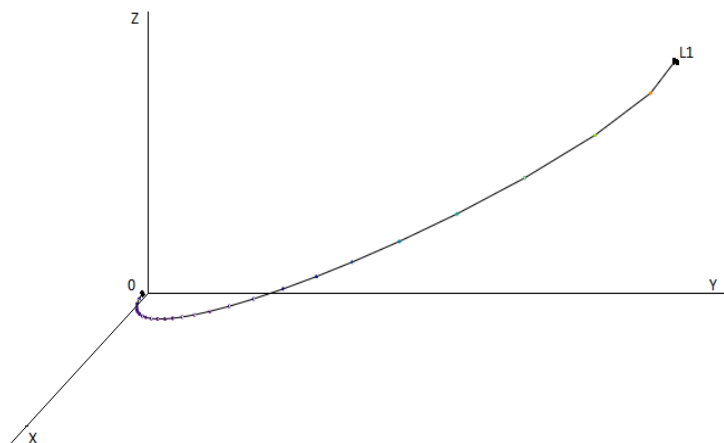


Рис. 5. Траектория орбиты при перелете из нисходящего узла орбиты, где L1 – точка либрации, 0 – положение КА в момент старта.

Зафиксируем дату попадания КА в точку либрации.

Полагая заданным наклонение базовой орбиты, найдем долготу восходящего узла этой орбиты из условия того, что радиус-вектор точки либрации принадлежал бы базовой орбите в момент подлета КА в точку либрации. В этом случае плоскость перелета в точку либрации будет совпадать с плоскостью базовой орбиты.

Для найденной долготы восходящего узла можно найти аргумент широты радиус-вектора точки старта на базовой орбите, антиколлинеарный радиус-вектору точки либрации.

Решим ограниченную задачу трех тел (16), применив адаптивный метод Рунге-Кутты 6-го порядка (Кутты-Мерсона) с переменным шагом интегрирования для выбранных долгот восходящего узла и аргумента широты. По проекциям траектории КА на плоскости XY и XZ обнаруживаем, что в точку либрации L1 системы Земля-Луна «не попадаем».

Варьируем значения долготы восходящего узла и аргумента широты для того, чтобы получить необходимый первый импульс для попадания в точку либрации для выбранной даты подлета. Решая краевую задачу в среде MathCAD [6], найдем долготу восходящего узла, аргумент широты и первый импульс скорости для выбранной даты подлета в точку либрации. При проекции на плоскости XY и XZ «промаха» не обнаруживаем. Зная начальные параметры орбиты и первый импульс скорости, мы можем определить второй необходимый импульс скорости, который обеспечивает переход КА в точку либрации (поворот плоскости орбиты на требуемый угол и увеличение скорости КА до равной скорости точки либрации).

Решая оптимизационную задачу в среде, найдем такое оптимальное время перелета для выбранной даты попадания в точку либрации, когда импульс скорости минимальный (рис.6).

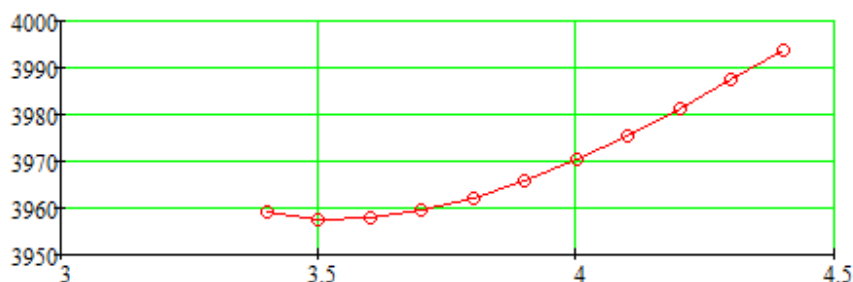


Рис. 6. Зависимость значений суммарного импульса (м/с) скорости от времени перелета.

Численно решая дифференциальное уравнение движения, с учетом ранее полученных данных, найдем конечный радиус-вектор перелетной орбиты и сравним его с радиус-вектором точки либрации для определения точности попадания в точку либрации. Расхождение составляет порядка 10^{-9} м, соответственно, может утверждать, что мы попали в точку либрации. Данная точность в баллистике КА является крайне высокой, но стоит учесть, что коллинеарная точка либрации L1 является неустойчивой, следовательно необходимо решать задачу с максимальной точностью, чтобы в дальнейшем избежать больших затрат топлива на стабилизацию КА в точке либрации.

Итерационно решая задачу для обоих типов решения, найдем оптимальные значения баллистического перелета во всем выбранном периоде дат попадания в точку либрации и выберем наиболее энергетически выгодный способ перелета.

4. Численные результаты решения задачи

Проведем вычисления на основе вышеуказанного алгоритма.

В качестве рассматриваемого месяца выберем апрель 2025 года. Шаг итерации – 2 дня. Найдем требуемые значения (второй импульс скорости, оптимальное время перелета, долгота восходящего узла, аргумент широты и суммарный импульс скорости) и построим графики зависимостей этих значений от даты попадания в точку либрации L1 для обоих решений.

Таким образом, в рамках рассмотрения апреля месяца в выбранную эпоху, можем сделать вывод, что оптимальной датой попадания в точку либрации L1 системы Земля-Луна является 103-й день (рис.7), что соответствует 12 часам дня 13-ого апреля 2025 года. При этом оптимальное время перелета составляет 4,25 суток (таблица 2) при старте из окрестности восходящего узла базовой орбиты.

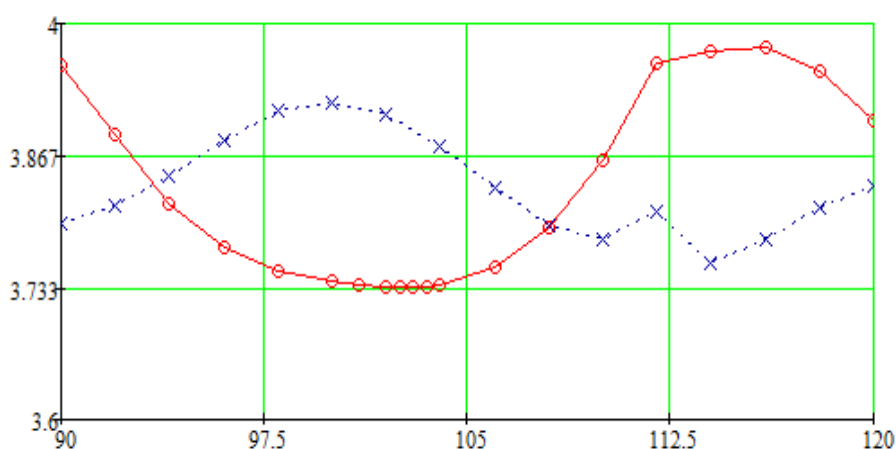


Рис. 7. Зависимость значений суммарного импульса скорости (10^3 м/с) от даты попадания в точку либрации L1. Сплошной линией показаны значения для старта из восходящего, пунктирной линией – для нисходящего узла.

Таблица 2. Значения второго импульса скорости, оптимального времени перелета, долготы восходящего узла, аргумента широты и суммарного импульса скорости в зависимости от даты попадания в точку либрации L1 системы «Земля-Луна» для старта из нисходящего узла орбиты

Дата попадания с начала эпохи, дней	ΔV_2 , м/с	T_{opt} , дней	Ω , °	u , °	ΔV_{Σ} , м/с
90	713.937	3.523	20.819	-156.875	3798
92	728.963	3.523	42.923	-144.418	3816
94	754.329	3.643	72.787	-141.974	3845
96	790.256	3.81	107.042	-148.97	3883
98	816.785	3.973	140.376	-161.394	3912
100	824.073	4.11	171.446	-175.933	3920
102	810.873	4.21	201.494	169.401-360	3908
104	779.330	4.273	232.07	156.135-360	3876

106	737.161	4.293	263.596	146.128-360	3834
108	700.458	4.257	293.872	141.938-360	3796
110	688.550	4.15	- 40.905+360	145.616-360	3782
112	721.435	3.947	- 21.519+360	156.809-360	3811
114	675.648	3.913	-5.85+360	170.982-360	3758
116	699.287	3.697	8.352+360	-170.279	3782
118	729.804	3.493	26.369+360	-152.726	3813
120	749.546	3.483	51.451+360	-142.708	3836

Таблица 3. Значения второго импульса скорости, оптимального времени перелета, долготы восходящего узла, аргумента широты и суммарного импульса скорости в зависимости от даты попадания в точку либрации L1 системы «Земля-Луна» для старта из восходящего узла орбиты.

Дата попадания с начала эпохи, дней	ΔV_2 , м/с	T_{opt} , дней	Ω , °	u , °	ΔV_{Σ} , м/с
90	873.741	3.527	-129.531	-23.199	3958
92	802.393	3.523	-89.992	-34.544	3889
94	726.620	3.643	-56.42	-36.751	3817
96	679.608	3.81	-32.793	-29.919	3773
98	655.950	3.973	-16.509	-17.831	3751
100	644.094	4,11	-3.72	-3.705	3740
101	640.510	4.167	2.231	3.5	30737
102	638.228	4.213	8.25	10.563	3735
102.5	637.669	4.233	11.366	13.985	3735
103	637.607	4.25	14.6	17.305	3735
103.5	638.159	4.263	17.988	20.498	3735
104	639.467	4.277	21.57	23.523	3737
106	655.593	4.297	38.756	33.316	3753
108	697.085	4,26	62.599	37.308	3793
110	769.007	4.153	- 266.269+360	33.423	3863
112	870.575	3.957	- 230.792+360	22.170	3961
114	894.654	3.803	-194.74+360	5.29	3971
116	868.553	3.693	- 158.396+360	-11.709	3977
118	791.648	3.497	- 118.296+360	-27.129	3952
120	732.629	3.483	-78.794+360	-36.203	3903

Проведя подобный анализ для августа 2025 года, видим, что характер зависимостей не изменяется, отсюда можно сделать вывод, что для оценки энергетики в выбранном году можно рассматривать любой из месяцев.

Численными результатами проведенного баллистического анализа можно считать следующие данные:

1. Оптимальной датой попадания в точку либрации L1 является 13-ое апреля 2025 года, при этом время перелета составляет 4,25 дня.
2. Суммарный импульс скорости равен 3735 м/с, где первый импульс скорости составляет 3097 м/с, а второй импульс скорости составляет 637,607 м/с.
3. Оптимальная траектория реализуется при перелете из восходящего узла орбиты.

5. Перспективы поиска оптимальной траектории задачи

Стоит отметить, что вышеуказанный алгоритм является фактически первым приближением реальной задачи космического перелета с низкой околоземной орбиты в точку либрации L1 системы «Земля - Луна», т.к. не учитывались возмущающие факторы кроме гравитационных полей Земли и Луны. Таким образом, математическое моделирование баллистического анализа перелета космического аппарата с низкой околоземной орбиты в точку L1 системы «Земля-Луна» можно свести к поиску оптимального решения ограниченной задачи трех тел (15) с определенными особенностями:

1. Нецентральность поля тяготения Земли. При этом учитывать в качестве основного возмущения - вторую зональную гармонику [7]. Для этой гармоники, характеризующей полярное сжатие Земли, потенциал сил притяжения имеет вид:

$$U_{сж} = -\frac{\varepsilon}{3r^3} (3 \cdot \sin^2 i \cdot \sin^2 u - 1), \quad (25)$$

где $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{13}$ м⁵/с – константа, определяющая сжатие Земли, r - текущий радиус КА, i – наклонение орбиты, u – аргумент перицентра.

Составляющие возмущающего ускорения, обусловленного (25), определяют соотношениями:

$$S = \frac{\partial U_{сж}}{\partial r} = \frac{\varepsilon}{r^4} \cdot (3 \cdot \sin^2 i \cdot \sin^2 u - 1)$$

$$T = \frac{1}{r} \frac{\partial U_{сж}}{\partial u} = \frac{\varepsilon}{r^4} \sin^2 i \cdot \sin 2u, \quad (26)$$

$$W = \frac{1}{r \cdot \sin u} \frac{\partial U_{сж}}{\partial r} = -\frac{\varepsilon}{r^4} \cdot (\sin 2i \cdot \sin u)$$

где S – радиальная составляющая, T и W – трансверсальная и бинормальная составляющие возмущающего ускорения. Стоит учитывать интегрируемые случаи в задаче об эволюции орбиты спутника при совместном влиянии внешнего тела и нецентральности поля планеты [8].

3. Нецентральность гравитационного поля Луны [9]. Но стоит учесть, что Луна обращена к Земле всегда одной стороной.
4. Гравитационное влияние Солнца. Т.к. орбита Земли имеет эллиптическую

форму, то выбор даты старта может повлиять на суммарный импульс скорости. А также, при определенных условиях влияние Солнца может как «помогать» перелету, снижая требуемый импульс скорости, так и наоборот увеличивать, в зависимости от выбора узловой точки старта. В качестве приближения следует считать, что в выбранном для анализа времени перелета влияние Солнца постоянно.

Решая ограниченную задачу трех тел, с учетом вышеуказанных особенностей, получим максимально приближенное к действительности решение для перелета КА с низкой околоземной орбиты в точку либрации L1 системы «Земля-Луна».

1. Кувшинова Е.Ю., Сеницын А.А. Эффективность применения межорбитальных буксиров на основе ядерных электроракетных двигательных установок в транспортных операциях Земля – Луна – Земля / Е.Ю. Кувшинова // Космонавтика и ракетостроение. ЦНИИмаш. 2010. 3(60).
2. Константинов М.С. Механика космического полета: учеб. для вузов / М. С. Константинов, Е. Ф. Каменков, Б. П. Перельгин, В. К. Безвербый, В. П. Мишин; под ред. В. П. Мишина. М.: Машиностроение, 1989. 407 с.
3. Себехей В. Теория орбит: ограниченная задача трех тел. / В. Себехей. Пер. с англ. Под ред. Г.Н. Дубошина. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1982. 656 с.
4. Лукьянов Л.Г. Об обобщенной задаче двух неподвижных центров / Л.Г. Лукьянов // Космические исследования. 2006. Т.44. №2. С. 162-169.
5. Lagrange J. Mécanique Analytique.-Paris: 1788. / Русский перевод: Лагранж Ж. Аналитическая механика. М.: Гостехиздат. 1950. Т. 1 – 594 С., Т.2. – 440 С.
6. Ракитин В.И. Руководство по методам вычислений и приложений MATHCAD : учебное пособие для вузов по направлению 230400 "Прикладная математика" специальности "Прикладная математика" / В. И. Ракитин. М.: Физматлит, 2005 . 264 с.
7. Иванов Н.М. Баллистика и навигация космических аппаратов / Н.М. Иванов М., Л.Н. Лысенко: Дрофа. 2004. 544 с.
8. Лидов М.Л. Интегрируемые случаи в задаче об эволюции орбиты спутника при совместном влиянии внешнего тела и нецентрального поля планеты / М.Л. Лидов, М.В. Ярская // Космические исследования. 1974. Т.12 №2 С. 155-170.
9. Аким Э.Л. Определение поля тяготения Луны по движению искусственного спутника Луны «Луна-10» // ДАН СССР. 1966. Т.170. №4. С.799-802.

Компьютерные методы обработки и анализа стабилотрамм
Абашев А.В., ЭТИ (филиал) СГТУ им. Гагарина Ю.А., Монахова О. А., ЭТИ (филиал) СГТУ им. Гагарина Ю.А., Терин Д. В., ЭТИ (филиал) СГТУ им. Гагарина Ю.А.

На наше тело оказывают действие различные физические факторы.

Важнейший из них – сила притяжения Земли, или сила тяжести. Поэтому управление равновесием и выполнение любого движения в основном подчинены преодолению этой силы. Основные регуляторы равновесия – мышечный и вестибулярный аппараты. Однако без участия органов чувств система регуляции равновесия тела человека становится неустойчивой. Равновесие тела человека – процесс динамический: в любой позе тело человека не остается абсолютно неподвижным. В настоящее время для оценки функции равновесия человека применяются компьютерные стабилографы, которые анализируют перемещение центра давления стоп пациента на платформу. Первый стабилограф с регистрацией колебаний тела во фронтальной и сагиттальной плоскостях был разработан Е.Б. Бабским, В.С. Гурфинкелем, Э.Л. Ромелем и Я.С. Якобсоном в 1951 году.

Равновесие тела — состояние покоя тела относительно какой-либо системы отсчета, в частном случае — неподвижность тела относительно окружающей его среды. Равновесие тела бывает статическим и динамическим. При статическом равновесии тела проекция общего центра тяжести тела находится внутри площади опоры (Рис. 1). При ходьбе, беге, катании на коньках и т. п. динамическое равновесие тела достигается путем балансирования, т. е. подведением площади опоры под сместившуюся проекцию центра тяжести тела (Рис. 2).

В поддержании состояния равновесия тела принимает участие целый ряд сложных систем. Важная роль принадлежит вестибулярному аппарату.

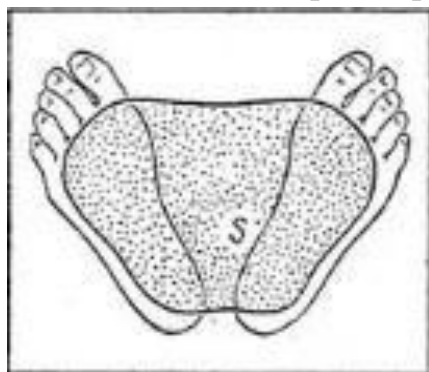


Рис. 1. Плоскость опоры тела при-
вольном состоянии: S – точка, соот-
ветствующая проекции общего цен-
тра тяжести

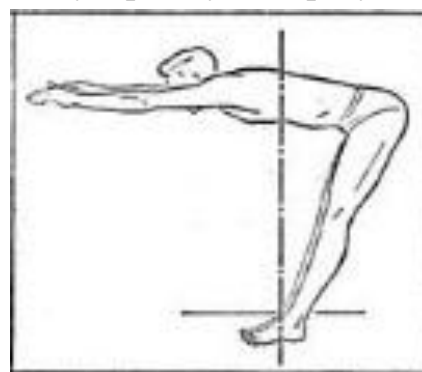


Рис. 2. Восстановление равновесия тела путем
компенсирующего изменения деятельности
мышц ног при наклоне туловища вперед.
Проекция центра тяжести (вертикальная ли-
ния) возвращена в прежнее положение на
плоскость опоры.

Однако даже при нарочито неподвижной позе происходят постоянные взаимные смещения звеньев тела относительно друг друга (например, в связи с актом дыхания и другими причинами), изменяющие статические опрокидывающие моменты, что приводит к необходимости непрерывного

динамического приспособления соответствующих уравнивающих мышечных моментов. Этот динамический процесс находит свое отражение в колебаниях тела, которые можно зарегистрировать непосредственно (кефалография) или косвенно по перемещению проекции общего центра тяжести по опорной площадке (стабилография) [1]. С этой точки зрения у здорового человека функцию равновесия можно охарактеризовать как устойчивое неравновесие.

Нарушение равновесия проявляются не только ощущением головокружения, неустойчивости, усталости, но и нарушением осанки, сколиозами, различными длительно существующими мышечно-тоническими болевыми синдромами (часто определяемые врачами как проявления «остеохондроза, грыж дисков») [2].

СТАБИЛОМЕТРИЯ - инновационная методика исследования равновесия и оценки нестабильности опорно-двигательного аппарата человека - (*Стабило* - стабилизация позы, осанки, *метрия* - измеряю).

Непосредственным объектом стабилOMETРИЧЕСКОГО исследования является изучение функционирования поструральной системы человека. Постуральная система (от слова *постура* – осанка, поза) - это физиологическая система регулирования функции равновесия мышечного тонуса - процесса поддержания человеком вертикальной позы.

Метод **компьютерной стабилOMETРИИ** позволяет осуществлять цифровую запись отклонений центра масс (ЦМ) во фронтальной и сагиттальной плоскостях при выполнении различных тестов [3]. Стабилограмма представляет собой нестационарный процесс, описываемый с применением специальных методов анализа случайных процессов. Важным является учет скрытых закономерностей, присутствующих в изучаемых сигналах. Данная задача решается с применением **фрактального анализа**, который позволяет выделять периодические составляющие этих процессов и по показателю Херста определять характер рядов (персистентный или антиперсистентный), что является важным при изучении механизмов поддержания вертикального положения человеком.

Постуральное движение может быть смоделировано как связанное случайное блуждание. Показатель Херста позволяет проанализировать степень организованности процесса. При случайном, хаотическом процессе, когда нет никакой закономерности во временном ряде, показатель Херста равен 0,5. Если же ряд у нас имеет некоторую закономерность, показатель Херста отличается от 0,5. Если мы имеем положительную корреляцию между прошедшими и будущими событиями, показатель Херста будет больше 0,5. Такой ряд называется персистентным. Если мы имеем отрицательную

корреляцию между прошедшими и будущими событиями, то показатель Херста будет меньше 0,5. Этот ряд называется антиперсистентным [4]. Наиболее известен метод расчета показателя Херста при анализе стабิโลграмм, называемый *Stabilogram diffusion analysis (SDA)* [5].

Равновесие тела исследуется многочисленными методами. Анализ стабิโลграмм сводится, в основном, к исследованию амплитудно-частотных характеристик интегральных колебания тела человека, с помощью различных методов **статистической обработки**, в том числе **спектрального анализа**, что стало возможным благодаря ЭВМ. Спектр полученного сигнала разложен на его частотные составляющие, по оси X — частота составляющей, а по оси Y — ее мощность. Спектр мощности позволяет выделить в стабิโลграфическом сигнале доминирующие частоты колебаний (перемещений) центра тяжести обследуемого. Можно наблюдать выраженность частотных диапазонов, соответствующих дыхательным, сердечным и другим компонентам. Выявление асимметрии колебаний во фронтальной и сагиттальной плоскости позволяет выявить медленные и быстрые волны, характеризующие сократительную деятельность скелетных мышц [6]. Например, спектральный анализ стабิโลграмм пациентов с болями в позвоночнике показал, что они отличаются от здоровых лиц наличием в спектре пика амплитуды в диапазоне частот 0,16 - 0,24 Гц. Этот пик в 0,2 Гц оказался не патогномичным симптомом заболевания позвоночника. Он встречается при всех заболеваниях, которые изменяют симметрию тонуса паравертебральных мышц. Поэтому искусственное разделение движения тела человека на колебания в разных плоскостях уводит исследователя от уяснения сущности процесса движения тела человека при поддержании статического равновесия. Этот упрощенный подход, облегчивший на первых порах анализ стабิโลграфической информации, малоперспективен в понимании физиологических механизмов функции равновесия.

Также известен способ **векторного анализа** стабิโลграмм, согласно которому по фронтальной и сагиттальной стабิโลграммам определяются средние значения площадей, аппроксимированных стабิโลграммами в четырех направлениях: вперед-назад и влево-вправо, после чего строится график этих векторов [7].

Компьютерная стабилметрия предполагает дискретную регистрацию координат ЦД стоп с частотой 40—50 Гц при помощи аналого-цифрового преобразователя с последующей обработкой этого массива данных специальной компьютерной программой. Таким образом, статокинезиограмма представляет собой последовательный ряд значений координат ЦД стоп.

Первым попытался проанализировать весь массив данных

статокинезиограммы К.Н. Mauritz [8]. Он помещал центр искусственной системы координат в центр статокинезиограммы и разбивал всю плоскость на 16 секторов. По результатам вычисления среднего расстояния (в мм) от центра статокинезиограммы до всех дискретных точек, попавших в каждый из секторов, строилась круговая гистограмма положения ЦД стоп по типу «розы ветров». Эта гистограмма демонстрировала преобладание отклонения в различных направлениях (Рис. 3).

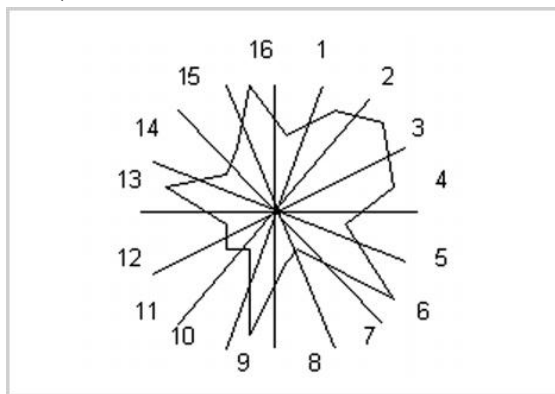


Рис. 3. Круговая гистограмма положения центра давления стоп.

Т. Okuzono [9] построил круговую гистограмму по другому принципу. Сначала он соединил все дискретные точки статокинезиограммы между собой. Получилась последовательность векторов, имеющих определенную длину и направление (Рис. 4).

Каждый вектор помещался своей начальной точкой в центр искусственной системы координат, а затем рассчитывалась средняя длина векторов, попавших в каждый из 18 секторов по 20° каждый. Затем строилась векторная статокинезиограмма, указывающая на преобладание скорости перемещения ЦД в разных направлениях, так как длина векторов (L), умноженная на время, отражает именно линейную скорость перемещения центра давления: V , мм/с = L , мм \times $1/f$ (дискретизации). При периферических поражениях вестибулярной системы в векторной статокинезиограмме Т. Okuzono наблюдал значительное увеличение скорости латеральных колебаний тела, а при центральных поражениях — в переднезаднем направлении.

Круговая диаграмма *положения* векторов дает представление о преобладании отклонения тела в определенных направлениях. Однако с помощью диаграммы положения анализируется не длина и направление векторов, составляющих статокинезиограмму, а средний радиус отклонения в секторах от центра статокинезиограммы, найденного математически после окончания ее регистрации. Вычисление такого центра достаточно условно, так как мы произвольно начинаем и заканчиваем анализ положения тела в пространстве. Реально такой центр может располагаться в любой точке площади опоры. Полученная таким образом круговая гистограмма положения

не определяет характер движения.

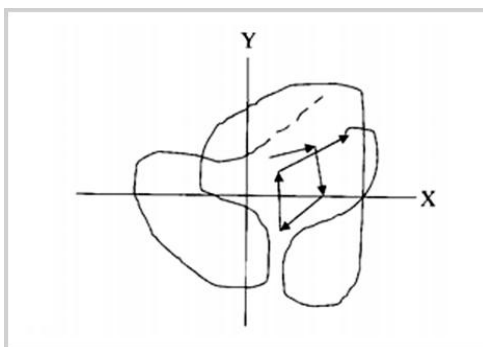


Рис. 4. Векторы статокинезиограммы.

Известен также способ векторного анализа статокинезиограмм путем построения круговой диаграммы направлений *колебаний*, для чего после регистрации статокинезиограммы все векторы переносятся в начало координат и усредняются по секторам, а затем по этим результатам строится круговая диаграмма направлений колебаний. Внешне график такой диаграммы похож на график диаграммы положения. Отличие состоит в том, что диаграмма положения посекторно отражает средние значения радиуса отклонения, а диаграмма направлений колебаний - средние значения самих векторов [10]. Круговая векторная гистограмма направлений колебаний позволяет судить об амплитуде колебаний или скорости движения в том или ином направлении, так как эти величины векторов являются взаимопределяющими при постоянной величине времени отсчета (частоте квантования сигнала). В то же время усреднение значений векторов по секторам не позволяет судить об их функции распределения.

Таким образом, одни из перечисленных методов характеризуются отсутствием интегральной качественной оценки характера, параметров движения и функции равновесия по статокинезиограмме, другие – отсутствием количественной оценки. Кроме того, вызывает затруднение сравнение нормы и патологии функции равновесия в связи с большой дисперсией параметров статокинезиограмм.

На базе совместной научно-исследовательской работы кафедры оторинолангологии Саратовского государственного медицинского университета и кафедры технической физики и информационных технологий Энгельсского технологический институт (филиала) Саратовского государственного технического университета им. Гагарина Ю.А, был разработан стабิโลграфический комплекс – **видеостабิโลграф** (Рис. 5), включающий в себя платформу и «шлем» с источником лазерного излучения. Посланный этим источником тонкий

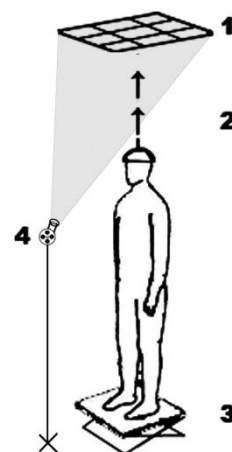


Рис. 5. Видео-стабิโลграф

пучок света проецируется на градуированный планшет, расположенный горизонтально над головой пациента. Движение светового пятна на планшете фиксируется видеокамерой как последовательность кадров.

Получаемая последовательность кадров преобразуется в цифровую форму с целью извлечения из нее информацию о траектории лазерной метки (ЛМ) на планшете – *статокинезиограмму*. Результатом работы программы являются массивы значений координат светового пятна в системе координат планшета, которые графически представлены на Рис. 6.

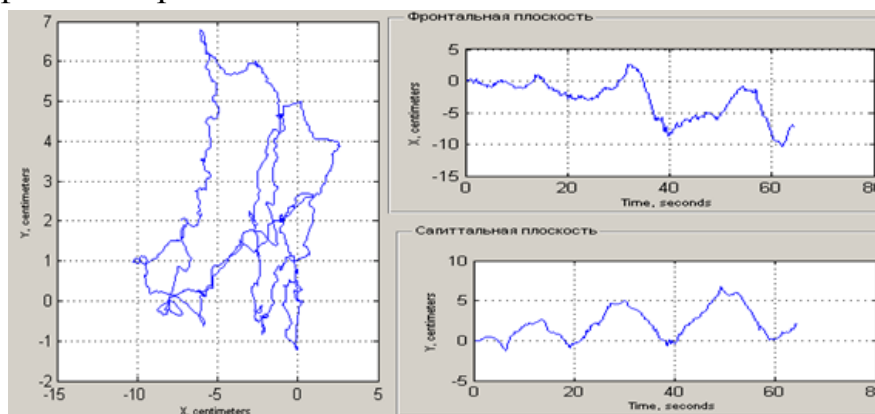


Рис. 6. Стабилографические кривые

Анализ данных видеостабилографа включает в себя следующие статистические методы, зарекомендовавшие себя в постурологии:

1. Расчет среднего значения абсцисс дискретных положений ЛМ на оси координат статокинезиограммы \bar{x} ;
2. Расчет площади доверительного эллипса, содержащего 90 % дискретных положений ЛМ $P_{90\%}$;
3. Расчет отношения длины статокинезиограммы к площади LFS ;
4. Расчет взвешенного разброса скорости в функции от среднего значения ординат дискретных положений ЛМ на оси координат статокинезиограммы VFY ;
5. Расчет коэффициента Ромберга $Romb$;

Результатом работы видеостабилографа является анализ количественных характеристик нарушения функции равновесия человека, предназначенный для использования в таких медицинских направлениях, как неврология, ортопедия и травматология, оторинолангология, стоматология, психиатрия, спорт [11]. Дальнейшая модификация программного обеспечения видеостабилографа предполагает включение блоков спектрального (в том числе и вейвлетного), векторного и фрактального анализа.

1. [Medical-Enc.ru] URL: <http://www.medical-enc.ru> (дата обращения: 12/01/2012).

2. [Медицинская компания Эльф] URL: <http://medelf.ru/> (дата обращения: 12/01/2012).

3. Ю.Г. Воспитанник, В.Г. Гурьянов, Ю.Е.Лях *Программно-аппаратный комплекс для биомедицинских исследований* // Медицинская информатика и инженерия. — Январь 2008. — с. 9-13
4. Реброва С.А. Горшков О.Г. *Анализ стабилотрамм методом Херста* // Вопросы экспериментальной и клинической медицины. — II., Выпуск 13. — 2009. — с. 141-146
5. С.J. De Luca Collins J.J. *Random Walking during Quiet Standing* // Physical review letters. — V., Выпуск 73. — 1994. — с. 764-767
6. [Научно технический портал] URL: <http://www.ntpro.com/> (дата обращения: 13/01/2012).
7. Гофман В.Р., Дубовик В.А. Усачев В. И. *Методологические принципы применения стабилотрафии* // Медицинские информационные системы. — XI., Выпуск 4. — 1993. — с. 112-116
8. Mauritz K.-H. *Standataxie bei Kleinhirnlasionen, Untersuchungen zur* — Freiburg: s.n., 1979.
9. Okyzano T. *Vector statokinesigram. A new method of analysis of human body sway* // Pract. Otol. — X., Выпуск 76. — 1983. — с. 2565-2580
10. Киреева Т.Б. *Автоматизация обработки стабилотрамм для физиологических исследований и клинического использования.* // Медицинские информационные системы. — XI., Выпуск 4. — 1993. — с. 131-136
11. Мареев О.В. Программно-аппаратный стабилотрафический комплекс исследования функции равновесия человека / Мареев О.В., Горожанкин А.В., Монахова О.А. // В мире научных открытий . 2010 . №4(10), ч. 14. С.66-68

Опыт работы над комплексными дипломными проектами студентов технологической и информационной специальностей

Полушенко И.Г., Безруков А.И.

Одним из основных направлений повышения качества выпускаемой продукции на швейных предприятиях является совершенствование подготовительного этапа процесса производства. Именно при подготовке производства в значительной степени обеспечивается качество выпускаемой продукции, создаются предпосылки экономии материалов и трудовых затрат. Современное швейное производство не может обходиться без проектирования и расчетов, обеспечивающих получение продукции высокого качества при рациональном использовании сырья и высокой производительности оборудования. Поэтому одним из ответственных этапов работы швейного предприятия является подготовка производства.

В настоящее время применяются различные подходы к обеспечению гибкости швейных потоков. Автоматизированное проектирование является одним из актуальных направлений совершенствования технологической подготовки производства, обеспечивающих высокое качество и эффективность проектных решений. Опыт использования прикладных программ на

предприятиях швейной промышленности позволяет сделать вывод о том, что наиболее эффективным и удобным является сочетание нескольких видов прикладных программ в рамках единой информационной среды.

Эффективность современного производства во многом определяется встроенными в него информационными технологиями (ИТ). В связи с этим, компетентность специалиста-технолога существенно зависит от его умения использовать существующие и осваивать новые ИТ. В свою очередь, компетентность специалиста в области ИТ во многом определяется его умением вникнуть в новые для него предметную область и проблему, систематизировать и формализовать основные понятия и требования, выбрать и реализовать адекватное проектное решение. Еще одно необходимое условие успеха – умение работать в команде, состоящей из специалистов различного профиля.

Основываясь на положениях федеральных государственных образовательных стандартов формализуются требования к выпускникам вузов в виде компетенций:

- готовность к кооперации с коллегами и работе в коллективе (ОК-3); умение осваивать методики использования программных средств для решения практических задач (ПК-2), разрабатывать модели компонент информационных систем (ПК-4) и компоненты программных комплексов (ПК-5) [1];

- умение проектировать производственный процесс изготовления изделий легкой промышленности с учетом конкретных производственных ограничений (ПК-10); применять информационные технологии при проектировании процессов изготовления изделий легкой промышленности (ПК-16), проектировать технологические процессы с использованием систем автоматического проектирования [2].

Очевидно, перечисленные компетенции нельзя приобрести и развить только прослушав лекции и выполнив несколько лабораторных работ. Для их приобретения студенту нужно поработать в команде над реальным проектом.

В последнее время на Западе все большую популярность приобретает проектный подход обучения студентов. В соответствии с этим подходом, основные навыки и опыт применения полученных знаний приобретаются студентами в ходе реализации реального (или близкого к реальному) проекта. Студенты, столкнувшиеся с реальной задачей, лучше понимают, зачем им нужны приобретаемые знания и получают возможность сразу применить их на практике. Как показывает опыт внедрения проектного подхода в Университете прикладных наук Савония [3], выпускники университета, применяющего проектный подход, оказываются более подготовленными к самостоятельной работе и пользуются более высоким спросом на рынке труда.

Особенностью современного рынка швейной продукции является

необходимость разнообразия и постоянного обновления ассортимента изделий. Производить разнообразную продукцию мелкими сериями удобнее на небольших предприятиях. Одной из основных задач таких предприятий является организация производства, совмещающая его гибкость и высокую скорость реагирования на изменяющиеся потребности рынка с эффективным использованием имеющихся ресурсов. Частая смена ассортимента, необходимость учета потребностей рынка, делает задачу весьма затратной и долгой.

Применение информационной технологии при разработке организационных схем производства позволит существенно сократить время и затраты, необходимые на подготовку производства, повысить гибкость, управляемость и конкурентоспособность предприятия. Разработка подобной ИТ является содержанием описываемого проекта. Программное обеспечение ИТ должно обладать достаточно большим набором функций, учитывать особенности швейного производства, быть достаточно гибким и, одновременно удобным в использовании на небольшом предприятии. Чтобы обеспечить все эти требования, нами было принято решение разрабатывать программу в рамках нескольких связанных дипломных проектов выпускников специальностей «Технология швейных изделий» (ТШИ) и «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» (ПВС). Команда разработчиков включала 4 студентов, по двое от каждой специальности. Студентам –технологам были поставлены задания разработать концепцию информационной системы и апробировать ее на примерах организации производства швейных изделий на малом предприятии. Для оценки применимости концепции в различных условиях производства, задания существенно отличались друг от друга. Студентам – программистам были сформулированы задания на разработку базы данных и программную реализацию концепции ИТ. Предполагалось довести программную реализацию до создания прототипа, позволяющего апробировать концепцию на примерах, предоставленных студентами-технологами.

Главной задачей разработки концепции программы является обеспечение взаимопонимания участников команды. Студенты-технологи должны четко представить и донести до программистов концепцию разрабатываемой ИТ, сценарии ее использования и основные требования к ней. Студенты-программисты должны освоить язык новой для них предметной области, усвоить основные понятия и их взаимоотношения. Имея изначально различный опыт, специальные знания и стиль мышления, студенты различных специальностей на этом этапе обычно плохо понимают друг друга. Хорошим приемом, обеспечивающим понимание, является выполнение программистами

вручную тех действий, которые они собираются автоматизировать. Технологи, в данном случае исполняют роль учителей, объясняющих программистам последовательность действий и требования к каждому из них. В ходе обсуждений и технологи, и программисты лучше понимают особенности используемых методик и учатся понимать друг друга.

Изучив теорию, существующие методы и программные средства организации производства, команда смогла разработать свой алгоритм формирования организационного графа на основе технологического графа, и особенностей конкретного производства.

Задачей следующего этапа - Формирование системы требований, является превращение множества пожеланий и представлений о том, что должна делать разрабатываемая программа в четкую, полную и непротиворечивую систему требований. Источниками требований являются представления руководителя и студентов–технологов о целях и назначении программы. В ходе обсуждений пожелания собираются и фиксируются в виде user story. Анализ программ-аналогов позволяет уточнить и переосмыслить концепцию разрабатываемой ИТ. Далее требования систематизируются, оценивается их полнота, реализуемость и полезность.

Особенностью данного этапа является некоторое противоречие интересов технологов и программистов. Первые хотят получить программу, обладающую максимальной функциональностью, а вторые, наоборот хотят снизить трудоемкость программирования. Полезным методом поиска компромисса является декомпозиция функции качества (QFD) [4]. Метод позволяет отобрать для реализации наиболее полезные потребительские свойства программы с учетом ограничений на трудоемкость их реализации. Хорошим способом обеспечить полноту и корректность содержания программной документации является использование стандартов одной из систем: ЕСПД или КСАС. В связи с тем, что планируемая разработка представляет собой однопользовательскую программу, а студенты пока не имеют достаточного опыта разработки программной документации, в качестве системы стандартов, устанавливающих требования к структуре и содержанию документов, выбрана относительно простая ЕСПД.

Следующим этапом работы является программная реализация и разработка тестового примера. Для программистов это наиболее трудоемкий этап. Они должны разработать объектную модель программы, распределить между собой задания, написать и отладить код. Технологи в это время должны разработать и вручную просчитать тестовый пример. В отличие от единичного расчета организационной схемы, тестовый пример должен быть насыщен исключительными ситуациями, что необходимо для проверки

работоспособности программы во всех допустимых режимах. Технологи должны отслеживать правильность и понятность интерфейса, удобство использования разработанных модулей программы, корректность их работы и взаимодействия. Написание «Руководства пользователя» также целесообразно поручить технологам.

По мере готовности программных модулей их нужно включать в процесс тестирования. И тут опять важно взаимодействие программистов и технологов. Программисты, знающие особенности реализации написанных ими модулей, могут тестировать их методом «белого ящика», а технологов можно привлечь к тестированию методом «черного ящика». Особенно важной является процедура валидации – проверки соответствия разработанной программы ее назначению. Проводить эту процедуру и давать оценку программе должны технологи. На этапе верификации программа проверялась на двух примерах, разработанных технологами. Валидация осуществлялась по двум направлениям: проверка технологами полноты и правильности работы программы на своих контрольных примерах и оценка применимости программы для двух разных примеров.

Особенностью комплексного проекта является то, что каждый, входящий в него дипломный проект выполняется в контексте других проектов. Поэтому, в ходе подготовки к защите каждый дипломник должен выделить из общего проекта часть, которую выполнил он, обосновать свои решения, объяснить, как обеспечивается совместимость его решений с остальными частями проекта.

В данной статье рассматривается опыт применения проектного подхода при выполнении комплекса дипломных проектов командой студентов технологов швейных изделий (направление подготовки 260901) и программистов (направление подготовки 230100).

В настоящее время, когда происходит реорганизация крупных государственных предприятий, особое значение приобретает функционирование малых фирм. Производственные процессы должны быть мобильны, легко управляемы. Причем зачастую такие предприятия работают на заказчика, а поэтому выпускают продукцию качественную, соответствующую индивидуальным требованиям. В настоящее время, когда потребительские требования и спрос меняются так стремительно, своевременное и адекватное отражение спроса является одним из главных условий конкурентоспособности и прибыльной деятельности предприятия надо отметить, что маленькие предприятия способны извлечь из использования данной программой не меньшую выгоду, чем большие.

В ходе выполнения комплексного проекта разработана программа, которая позволяет сократить сроки проектирования и выбрать оптимальное решение технологического процесса.

Трудоемкость дипломного проектирования в рамках комплексного проекта объективно больше, чем отдельного проекта. Необходимость постоянного согласования и синхронизации работ требует дополнительных усилий. Для обеспечения целостности проекта дипломники должны тщательно продумать сценарии использования программы, определить границы проекта. Многофункциональность накладывает дополнительные условия на объектную модель проекта, выявление и обработку исключительных ситуаций и т.д.

Несмотря на трудности, комплексная разработка дипломных проектов дает принципиально другое качество подготовки специалистов, поэтому за ней будущее. Для ее внедрения требуется решить множество методических и организационных вопросов. Но главный из них: кого мы хотим готовить: выпускников, прослушавших положенные курсы и не опыта их использования или специалистов, готовых применять полученные знания на практике?

-
1. Федеральный государственный образовательный стандарт по направлению подготовки 230100 Информатика и вычислительная техника.
 2. Федеральный государственный образовательный стандарт по направлению подготовки 262000 Технология легкой промышленности
 3. Savonia. University of applied science. Programme in information technology.
 4. QFD-технология <http://www.9001-2001.ru/publicazii/106-qfd-.html>

Перспективы развития компьютерного моделирования трехмерного физического пространства

Д.А. Кальдин

За последние 5 лет произошло несколько изменений способных переопределить направление развития компьютерной графики, как направления в целом, так и частных её проявлений (например, графики реального времени).

Пожалуй, самими важными необходимо выделить следующие события:

- популяризация и становление единых стандартов графического разрешения высокой четкости (High Definition, HD), обозначаемых “720p”, “1080p”;
- коренные изменения в подходе к алгоритмам эффективной обработки информации на вычислительной технике, обусловленные большим распространением многоядерных процессорных систем;
- революция мобильных компьютерных устройств (в нашей стране особенно заметная лишь в последние два года) [4].

Подробно каждое изменение рассмотрим дальше. В целом же следует отметить то, что компьютерные изображения становятся более насыщенными и яркими, картинка всё больше близка к реалистичной. И дело здесь не просто в

наращивании мощности вычислительной техники, а в том, что последняя даёт возможность реализовать новые логические и структурные подходы, меняя основы и принципы построения математических моделей применяемых в графическом моделировании.

Графика реального времени

Эта область компьютерной графики является наиболее динамично развивающейся и, как правило, использует все доступные технические возможности своего времени. Дело в том, что в отличие от статичных моделей, применяемых в так называемой CGI графике (изображения, сгенерированные компьютером), графика реального времени использует интерактивные динамично изменяющиеся математические модели. Например, в то время как создается изображение для сцены мультфильма или какого-нибудь эффекта в фильме, можно разрабатывать и моделировать следующий эффект. После создания всех кадров анимации, изображения объединяются, образуя непрерывное видео. А в графике реального времени, изображение должно меняться без промедления, в ответ на манипуляции с визуализируемой моделью. Поэтому, для эффективного представления объекта в интерактивном режиме реального времени необходимо четко представлять важность каждого из его параметров и грамотно соотнести эти параметры с доступными вычислительными ресурсами. Другими словами, не нужно просчитывать координаты того объекта, отсутствие которого не скажется на адекватности всей математической модели. Для решения этой задачи широкое распространение получили лишь несколько алгоритмов - Двоичное разбиение пространства (BSP), метод «бросания лучей» (ray casting) и трассировка лучей (ray tracing). Некоторые из них были достаточно подробно рассмотрены в прошлой статье «Оптимизация алгоритмов компьютерного моделирования трехмерного физического пространства».

Графика будущего

Двоичные деревья – широко применяемая структура хранения геометрических и иных данных об объектах. Базовый алгоритм двоичного разбиения пространства, используемый для визуализации модели построенной на основе рассматриваемой структуры, многократно усложнялся и менялся за историю своего использования. Современные вычислительные мощности и новые технологии, не позволяют обеспечить его комфортное использование с большими пространствами и массивами данных. А использование динамически меняющегося ландшафта или прочей геометрии, составляющей большую часть объема двоичного дерева, всегда было невозможным. Для реализации такой функциональности, разработчики пользовались всевозможными комбинациями с другими алгоритмами обработки информации, что всегда приводило, либо к

чрезмерному использованию компьютерных ресурсов, либо к чрезмерной потере адекватности исходной математической модели [2].

Но, как я уже сказал, современные мощные компьютеры позволяют рассмотреть возможность использования других, более сложных алгоритмических подходов. Самым перспективным следует выделить направление, основанное на структуре данных, называемой разреженным воксельным октодеревом (Sparse Voxel Octree, SVO). Главными отличиями от структуры двоичного дерева являются:

- дерево является строго восьмеричным, т.е. каждый узел дерева имеет либо только 8 потомков, либо ни одного;
- в основе октодерева лежит регулярная трехмерная сетка;
- воксель (voxel, объёмная точка), используемый в качестве базового объекта дерева четко обозначает сущность хранимой информации [1].

Конечно, использовать такой сложный подход к моделированию простых трёхмерных окружений не следует. Но, когда речь заходит об огромных пространствах с массой независимых объектов, динамически меняющих свою структуру или даже сущность, преимущества применения разреженного воксельного октодерева не оспоримы. Правда есть и недостаток, способный оказаться критическим в случаях, когда предъявляются высокие требования к адекватности модели.

Разреженность октодерева заключается в том, что при преобразовании трехмерных объектов в воксельную форму частично теряется информация об их внешних границах. Например, представив сферу (геометрическую фигуру) в виде вокселей получим несколько кубов, вписанных в неё. Количество таких кубов определяется требуемым уровнем адекватности модели. Есть возможность масштабировать точность получаемых данных.



Рис.1. Пример воксельной модели низкого разрешения

Даже более того, при визуализации модели, представленной в виде разреженного воксельного дерева, можно задавать степень её адекватности для каждого объекта в отдельности[3].

Рассмотрим ещё одно направление развития графических технологий – отрисовка на стороне сервера (Server-Side Rendering). При данном подходе, выборка информации из массива данных, описывающего модель, осуществляется на специальном удаленном компьютере – сервере, а визуализация полученной информации, с минимальной постобработкой, происходит локально. В свою очередь, сервер обрабатывает соответствующие запросы для нескольких клиентов одновременно. Со времен появления компьютерной графики доминировало мнение, что локально математическая модель может быть получена, обработана и представлена намного быстрее.

Не секрет, что аппаратная поддержка технологий и алгоритмов обеспечивает максимальную скорость их выполнения. Таким образом, получается, что специально подготовленное аппаратное обеспечение, компьютер способно наиболее эффективно решать задачи моделирования. Намного более доступным оказывается использование одного мощного специального сервера вместо нескольких обычных компьютерных устройств.

Для графики реального времени этот подход может показаться бесполезным, но это не так. Отрисовку на стороне сервера всё чаще и чаще применяют в портативных компьютерах и прочих мобильных устройствах. Объясняется это двумя причинами:

1. задачи, решаемые на мобильных устройствах, предъявляют низкие требования к адекватности и сложности моделей;
2. способы обмена информацией между сервером и клиентами становятся достаточно совершенными.

Последнее можно объяснить бурным развитием сетей передачи данных. Беспроводные способы обмена информацией обеспечивают практически такую же скорость, что и проводные. А проводные, в свою очередь, заменяются более быстрыми оптическими каналами. Всё это в совокупности позволяет внедрять клиент-серверные графические технологии.

Широкое распространение плазменных и жидкокристаллических дисплеев, начавшееся в начале 2000-х годов, сопровождалось становлением новых стандартов графического разрешения. Новые экраны помимо безопасности и экономичности принесли и высокое качество изображения, а значит, возможность повысить степень соответствия математической модели и её визуального представления. Современные дисплеи позволяют разместить более 300 точек на дюйм. Учитывая тот факт, что обычный человек, с достаточно хорошим зрением, различает около 300 – 400 точек, можно с уверенностью заявить, что изображения из реального мира могут быть достаточно достоверно отображены на искусственном экране [5].



Рис.2. График объема продаж самого развивающегося вида портативных компьютеров

Заключение

Таким образом, эффективное моделирование и дальнейшее изучение трехмерного физического пространства обеспечивается несколькими этапами. Во-первых, необходимо грамотно построить математическую модель изучаемого объекта. Во-вторых, требуется визуально показать смоделированный объект, сохранив при этом необходимую адекватность модели. В-третьих, следует обеспечить приемлемую скорость реакции системы на проводимые с моделью манипуляции.

Задачи отображения на достаточном уровне решаются благодаря доступному современному оборудованию. Но для эффективного моделирования интерактивного трехмерного физического пространства обязательна проработка алгоритмических методов хранения обработки самих моделей. Предложенный способ представления трехмерных моделей, в виде разреженного воксельного окотодеревя, только начинает активно использоваться ведущими разработчиками в данной области. Поэтому, глубокое изучение и тестирование различных подходов к использованию данной структуры данных, необходимо, чтобы вывести эту область науки на новый уровень.

1. Sparse Voxel Octree [Электронный ресурс] // Википедия, свободная энциклопедия [сайт]. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Sparse_Voxel_Octree (дата обращения: 05.01.2013).

2. Binary space partitioning [Электронный ресурс] // Wikipedia, the free encyclopedia [сайт]. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Binary_space_partitioning (дата обращения: 26.12.2012).

3. Cevat Yerli, Anton Kaplanyan. Future graphics in games // Crytek, 2010.
4. Исследовательский отчет рынка продаж мобильных устройств – Strategy Analytics , 2013
5. Сергей Кащавцев. Особенности цветового восприятия человека // Компьютерра, 1998, №45.

Компьютерное моделирование конкуренции рабочего вида и побочных видов колебаний в магнетронных генераторах

Терентьев А.А., Лазарев С. А., Дементьев Д.Н.

В магнетронных генераторах в рабочем режиме возбуждается один вид колебаний с определенной частотой и постоянной распространения. Однако, при изменении режима питания, например, анодного напряжения, может происходить «перескок» на другой вид колебаний. Возбуждение побочных не рабочих видов колебаний может заметно уменьшить область генерации по анодному напряжению и анодному току. Поэтому, при строгом компьютерном моделировании магнетронов необходимо учитывать возможность возбуждения нескольких видов колебаний и их конкуренцию между собой.

Учет конкуренции разных видов колебаний особенно важно при расчетах магнетроны миллиметрового диапазона, работающего на высших гармониках. Отличительной особенностью таких магнетронов является неустойчивость его работы. В частности, при одном и том же анодном напряжении теоретически возможно возбуждение разных видов колебаний. Поэтому незначительное изменение конструктивных или электродинамических параметров может приводить к изменению доминирующего вида при том же режиме питания.

Конкуренция между соседними видами может существенно уменьшать область устойчивой генерации рабочего вида.

Для учета описанных выше особенностей потребовалось разработка соответствующей математической модели, учитывающей специфические особенности магнетронов мм-диапазона [1 - 4].

В настоящей статье излагается результаты исследования физических эффектов в магнетронах мм-диапазона с помощью численной математической модели магнетронного генератора, учитывающей особенности магнетронных приборов: разрезную структуру анодного блока, наличие пространственных гармоник ВЧ колебаний, конкуренцию между разными видами ВЧ колебаний.

Численное решение основных уравнений модели проводится пошагово от задания начального «затравочного» состояния до достижения самосогласованного решения (режима устойчивой генерации или срыва колебаний) [1].

Модель можно охарактеризовать как двумерную многопериодную (процессы анализируются в неподвижных координатах во всем рабочем пространстве) и многоволновую (анализируется возможность возбуждения разных видов колебаний и их конкуренция).

Одним из существенных отличий модели от большинства известных является учет пространственных гармоник ВЧ поля, обусловленных разрезной структурой анода. Для этого ВЧ потенциал на уровне радиуса анода представляется в виде трапецевидной функции, которая разлагалась в ряд Фурье. Таким образом, ВЧ потенциал представлялся суммой пространственных гармоник [2].

Так как в приборе теоретически возможно возбуждение нескольких видов колебаний, решение волнового уравнения проводится для всех рассматриваемых видов. Таким образом, суммарное ВЧ поле представлено в модели еще и суммой по видам колебаний [1, 3].

Потенциал электростатического поля в модели рассчитывается путем решение уравнения Лапласа методом конечных разностей (в пространстве взаимодействия между катодом и анодом и в щелях резонаторов).

Потенциал поля, создаваемого пространственным зарядом, находится путем решения уравнения Пуассона в пространстве взаимодействия (включая щели резонаторов) методом последовательных приближений, что позволяет учесть влияние разрезной структуры анода и на поля пространственного заряда [4].

Уравнение движения решается численным методом конечных разностей с применением метода крупных частиц. В отличие от большинства известных моделей рассматривается движение электронов не только в рабочем, но и в межламельном пространстве, а также с учетом нескольких видов колебаний и их пространственных гармоник. Учитывалась термоэмиссия и вторичная эмиссия электронов с катода.

Расчеты продолжаются до получения самосогласованного решения и прекращаются, когда конфигурация электронного облака и основные выходные характеристики (заряд в пространстве взаимодействия, амплитуда ВЧ колебаний, анодный ток и другие) с небольшими флуктуациями остаются на неизменном уровне.

При учете нескольких видов колебаний вначале наблюдается их конкуренция, которая приводит к установлению амплитуды одного из видов на определенном уровне, а амплитуды других видов уменьшаются до нуля.

На основе предложенной математической модели разработано программное обеспечение, позволяющее проводить расчет и оптимизацию магнетронов с

большой точностью и с учетом большего числа конструктивных параметров, чем существующие аналоги.

Методами компьютерного моделирования показано, что начало генерации рабочего вида колебаний (и минимальная выходная мощность) зависит от условий возбуждения низкочастотного (и соответственно низковольтного) побочного вида колебаний. В то же время влияние высокочастотного (высоковольтного) побочного вида практически не сказывается, так как рабочий вид в высоковольтной части вольтамперной характеристики оказывает «конкурентоспособным».

На рис.1 показаны результаты расчета магнетрона миллиметрового диапазона с учетом конкуренции рабочего вида колебаний с постоянной распространения $\gamma = 19$ и двумя побочными видами: низковольтным ($\gamma = 20$) и высоковольтным ($\gamma = 18$). Для сравнения пунктиром на рисунке показаны результаты расчета генерации рабочего вида без учета возможного возбуждения побочных видов колебаний.

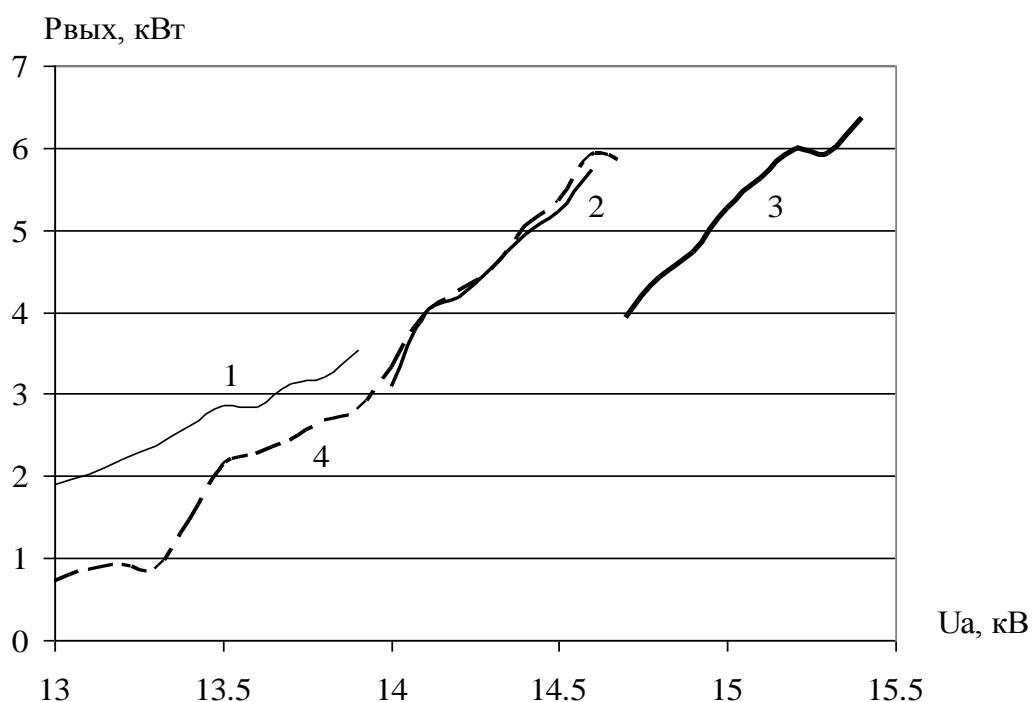


Рис.1. Зависимость выходной мощности от анодного напряжения:

- 1 – побочный вид ($\gamma = 20$), 2 – рабочий вид ($\gamma = 19$), 3 – побочный вид ($\gamma = 18$),
4 – расчет рабочего вида ($\gamma = 19$) без учета конкуренции побочных видов.

Таким образом, показано, что в магнетронах миллиметрового диапазона высокочастотный побочный вид практически не влияет на ток срыва рабочего вида колебаний, в то время как наличие низкочастотного побочного вида определяет нижнюю границу по току генерации рабочего вида.

Численный анализ конкуренции нескольких видов колебаний во времени подтвердил гипотезу о «эстафетном возбуждении видов». Вначале возбуждает-

ся вид, для которого условия синхронизма выполняются в области втулки (подшвы возможной спицы), а потом начинает доминировать вид, для которого наиболее благоприятные условия синхронизма выполняются в прианодной области (то есть в области самой спицы). Это связано с особенностью цилиндрической конструкции: угловая скорость азимутального дрейфа электронов, а, следовательно, и условия синхронизма (равенства фазовой скорости ВЧ волны скорости электронного потока) меняется с изменением радиуса.

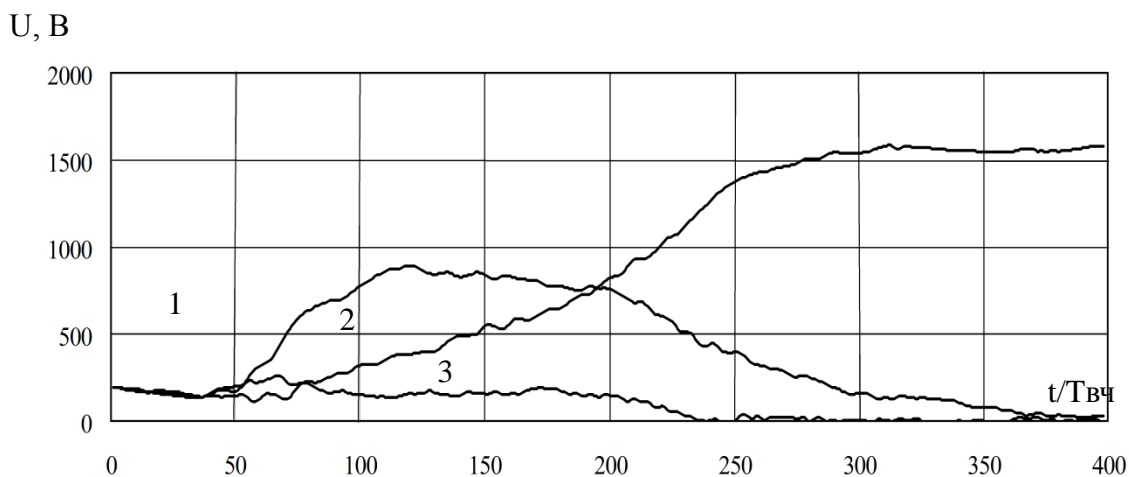


Рис.2. Зависимость ВЧ амплитуды разных видов колебаний от времени (1 - $\gamma = 20$, 2 - $\gamma = 19$, 3 - $\gamma = 18$) с учетом их конкуренции (многоволновое моделирование)

На рис.2 показаны изменения амплитуд трех видов колебаний во времени ($T_{вч}$ – высокочастотный период) и с учетом их конкуренции при фиксированном значении анодного напряжения. Вначале в процессе формирования электронной спицы доминирует низковольтный вид колебаний ($\gamma = 20$), а по мере образования спиц условия оказываются более благоприятные для следующего вида ($\gamma = 19$).

Для сравнения на рис. 3 приведены результаты аналогичных расчетов без учета конкуренции видов (для каждого вида проводился отдельный расчет).

Из рисунка видно, что низковольтный вид ($\gamma = 20$) быстрее формирует спицу и достигает устойчивого состояния. Однако следующий вид в устойчивом состоянии имеет большую амплитуду ($\gamma = 19$). Условия для высоковольтного вида ($\gamma = 18$) оказываются менее благоприятные при данном анодном напряжении.

Таким образом, физическая картина взаимодействия электронного потока с электромагнитными волнами оказывается близкой и при многоволновом моделировании, и при одноволновом.

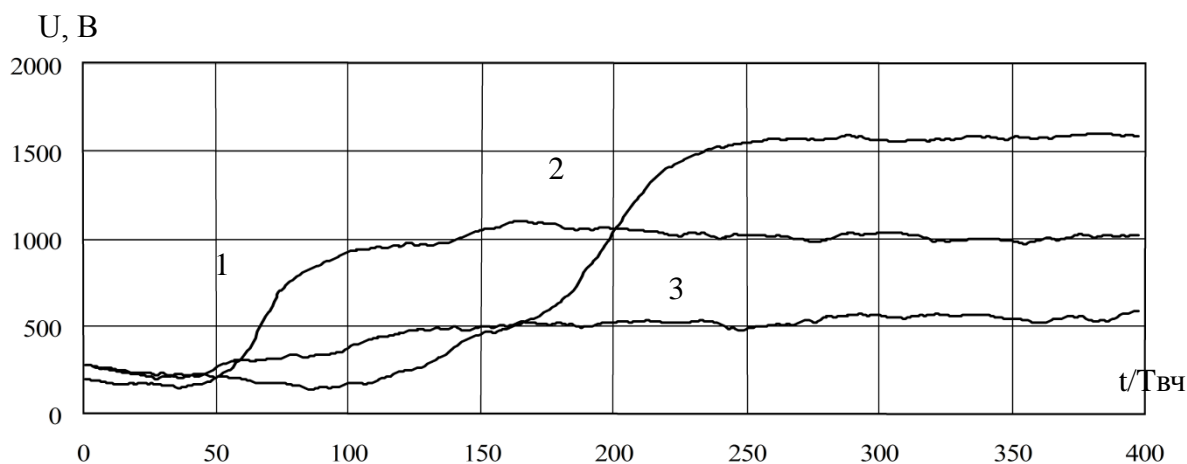


Рис.3 Зависимость ВЧ амплитуды разных видов колебаний от времени (1 - $\gamma = 20$, 2 - $\gamma = 19$, 3 - $\gamma = 18$) без учета конкуренции (одноволновое моделирование)

Однако одноволновое моделирование не дает ответ на вопрос: какой вид будет возбуждаться при данном режиме питания. Поэтому при расчетах магнетронных генераторов миллиметрового диапазона, имеющих незначительное разделение видов по частоте, желательно использовать многоволновое моделирование, учитывающее конкуренции разных видов колебаний.

Предложенная модель позволяет получить «карты видов колебаний» (области доминирования того или иного вида при вариации магнитного поля и анодного напряжения) и выявлять наиболее устойчивые виды колебаний (с целью выбора номинального режима работы).

Терентьев А.А. Конкуренция видов колебаний в магнетроне // Физические основы радиоэлектроники и полупроводников: Межвуз. науч.сб. - Вып.3. - Саратов: СГУ, 2000. – С.24-25

Терентьев А.А., Еремин В.П., Гурьев И.К. Анализ особенностей работы магнетронов на гармониках основного вида колебаний // Моделирование в радиофизических устройствах: Сб. науч. ст. Саратов: СГУ, 2003. – С. 29-33

Гурьев И.К. Компьютерное моделирование магнетронов, работающих на гармониках основного вида колебаний // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2008. – №4 (36). – С. 90-94.

Ершов А.С. , Терентьев А.А. Методика расчета электрических полей (статических, высокочастотных, пространственного заряда) при моделировании магнетронных приборов // Исследования в области естественных наук и методики их преподавания – Саратов, ООО Издательский Центр «Наука» , 2011 - С 52-58.

Расчет динамических характеристик усилителей М-типа с учетом возбуждения автоколебаний

Герентьев А.А., Лазарев С. А., Дементьев Д.Н.

Математическое описание процессов, происходящих в усилителях М-типа (амплитронах, дематронах, усилителях с пространством дрейфа), оказывается достаточно сложной задачей. В отличие от магнетронных генераторов в усилителях характер электронно-волнового взаимодействия может меняться не только во времени, но и в пространстве. В частности, вдоль азимутальной координаты от входа к выходу меняется конфигурация электронных сгустков, наведенный ток, амплитуда и постоянная распространения ВЧ сигнала. А в холостой ячейке или в пространстве дрейфа происходит частичное или полное разрушение сформированных электронных сгустков.

Кроме того, усилители М-типа, как в принципе любые усилители, «склонны» к самовозбуждению. При этом происходит переход в, так называемый, генераторный режим, а процесс усиления сигнала срывается. Причем характер возбуждения собственных автоколебаний принципиально отличается от характера усиления подаваемого на вход сигнала. Одной из причин автоколебаний может служить эффект многократного отражения волн от устройств ввода и вывода ВЧ энергии. В результате могут возникать резонансные автоколебания.

Эти особенности необходимо учитывать при компьютерном моделировании, так как возбуждение собственных колебаний может существенно ограничивать область усиления. В тоже время большинство моделей усилителей М-типа построено в предположении об идеальном согласовании выводов энергии и без учета возможного возбуждения автоколебаний. И в целом компьютерное моделирование усилителей М-типа несколько отстает от моделирования процессов в магнетронных генераторах.

В настоящей работе подводятся некоторые итоги моделирования усилителей М-типа с учетом возникновения автоколебаний и формулируются перспективы дальнейшего совершенствования методов моделирования.

Модель усилителей М-типа [1], учитывающая отражение от входа и выхода и возбуждение побочных видов колебаний, основана на совместном решении основных уравнений (уравнений движения, уравнений взаимодействия, уравнения расчета электрических полей) одновременно во всем пространстве прибора в двумерном приближении.

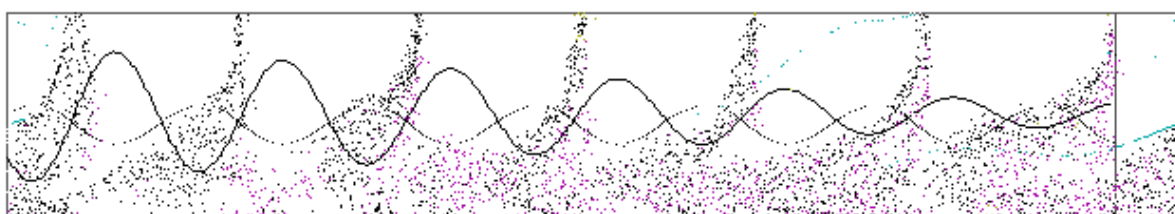
Модель в принципе во многом схожа с численной моделью генератора М-типа [2]. Но в отличие от [2] уравнения возбуждения решаются последовательно «от входа к выходу», а для отраженной волны «от выхода к входу». Кроме того в модели [1] не учитываются краевые эффекты, обусловленные

разрезной структурой анода. Поэтому для расчета полей пространственного заряда использовался быстроедейственный метод Хокни.

Отличительной особенностью модели [1] является учет отраженных (от выхода) и переотраженных (от входа) ВЧ волн и связанного с этим эффектом возбуждение побочных автоколебаний. Моделирование автоколебаний проводится следующим образом: задается «затравочный» входной сигнал, волна которого целое число раз укладывается от входа до выхода и обратно. Амплитуда автоколебаний пересчитывается на каждом шаге моделирования с учетом отражения от входа и выхода до получения самосогласованного состояния. При этом уровень сигнала автоколебаний на входе определяется уровнем переотраженной волны.

Моделирование продолжается до установления стационарного режима усиления или автоколебаний. При этом усредненные значения основных характеристик (выходная мощность, анодный ток, заряд в пространстве взаимодействия) перестают изменяться.

На рис. 1 показана мгновенная (в фиксированный момент времени) конфигурация электронных сгустков в амплитроне, а также две ВЧ волны: . Одна волна - это усиливаемый входной сигнал, а вторая волна соответствует автоколебаниям, обусловленных эффектом отражения. На рисунке по оси абсцисс – азимутальная координата, а по оси ординат - $\ln(r/r_k)$, где r_k – радиус катода. В таких координатах конфигурация концентрического электронного потока оказывается более удобной для визуализации.



1

2 3

Рис.1. Конфигурация электронного облака в амплитроне:

1 – вывод ВЧ энергии, 2 – устройство входа, 3 – холостая ячейка, сплошная линия – амплитуда усиливаемого сигнала, пунктир – амплитуда многократно отраженной волны.

Модель прошла достаточную апробацию на примере расчетов стабилотронов (амплитронов в «генераторном режиме»). В стабилотроне режим генерации автоколебаний в результате отражений является рабочим. Показано [3, 4], что модель позволяет корректно учитывать отражения от входа и выхода и возбуждение автоколебаний, и программа может использоваться для расчета различных характеристик стабилотрона, в том числе и фазы коэффициента отражения от нагрузки.

На рис. 2 приведены некоторые результаты расчета амплитрона в обычном режиме усиления [1]. Учитывалось наличие «рабочего» входного сигнала, а также возможность автоколебаний. Расчет проводился для разных частот рабочего сигнала. Сводный график на рис. 2 отображает величину рабочей зоны от частоты рабочего сигнала.

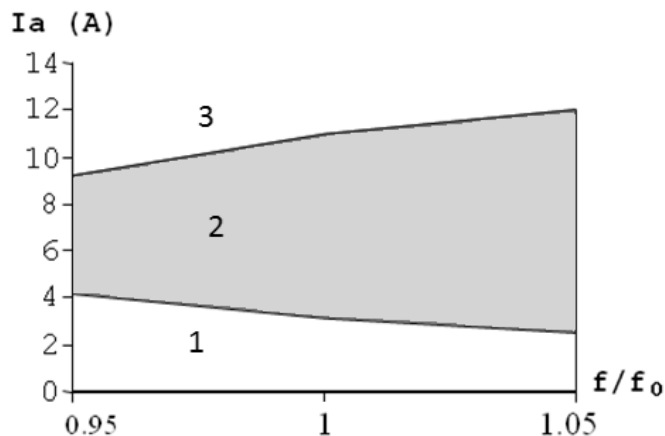


Рис. 2. Зависимости зон по анодному току от частоты входного сигнала: 1 – область самовозбуждения – генерации автоколебаний, 2 – область усиления входного сигнала, 3 - область «молчания» - срыва колебаний.

Вначале, при низких значениях анодного напряжения и анодного тока, доминирует режим автоколебаний, а входной сигнал не усиливается. Затем, при увеличении анодного напряжения в более благоприятных условиях оказывается «рабочий» сигнал, и именно он формирует электронные спицы, растет выходная мощность и анодный ток. Таким образом, рабочий режим амплитрона никогда не начинается с нулевого тока, что соответствует экспериментальным данным. Ограничение снизу области рабочих токов основного сигнала связано с возбуждением автоколебаний. При этом с увеличением частоты рабочего сигнала срыв генерации автоколебаний происходит раньше, и рабочая зона по напряжениям и токам увеличивается.

При дальнейшем увеличении анодного напряжения происходит срыв усиления вследствие выхода рабочего сигнала из синхронизма с электронным потоком. Перескок на другой вид автоколебаний, как правило, не происходит, так как он оказывается довольно сильно «разнесен» по анодному напряжению от рабочей области.

Таким образом, модель и разработанная на ее основе программа расчетов позволяет оценить влияние побочных колебаний на работу прибора и определить ограничение рабочих токов и напряжений, накладываемое наличием побочных колебаний. Благодаря этому часть экспериментальных исследований может быть заменена компьютерным моделированием, что позволяет сократить время и стоимость разработки новых приборов.

Однако модели усилителей М-типа еще далеки от совершенствования, например, по сравнению с моделями магнетронов. Наиболее перспективным направлением, по всей видимости, можно считать учет в моделях влияние разрезной структуры и пространственных гармоник [2]. Это позволит с одной стороны учесть краевые эффекты, что принципиально важно для корректного моделирования процессов в коллекторной области усилителей с разомкнутым электронным потоком. С другой стороны позволит анализировать усилители М-типа мм-диапазона, работающих на гармониках основного вида колебаний.

Другим перспективным направлением можно считать распространение на усилители методов трехмерного моделирования, апробированных на примере расчетов магнетронных генераторов [5]

1. Зяблов А.С., Терентьев А.А., Байбурин В.Б., Ляшенко А.В. Численная многоволновая модель магнетронных усилителей с замкнутым электронным потоком, учитывающая возбуждение побочных видов колебаний // Гетеромагнитная микроэлектроника. Сб. науч. трудов. Саратов. Изд. СГУ, 2011. Вып. 9. – С. 56-60.

2. Ершов А.С., Терентьев А.А., Байбурин В.Б., Ляшенко А.В. Численная модель магнетронов см- и мм- диапазона, учитывающая конкуренцию разных видов колебаний и наличие пространственных гармоник // Гетеромагнитная микроэлектроника: сб. науч. трудов. Саратов: СГУ - 2011. - Вып. 9. - С. 99-107

3. Фурсаев М.А., Терентьев А.А., Зяблов А.С. и др. Моделирование работы амплитрона в генераторном режиме // Электронная и вакуумная техника. Приборы и устройства. Технология. Материалы: материалы науч.-техн. конф. Вып. 2. Саратов: СГУ, 2007. – С. 45-47.

4. Зяблов А.С. Расчет электронного смещения частоты в стабилотроне / А.С.Зяблов // Теоретические и экспериментальные исследования в радиофизике и спектроскопии: сб. науч. ст. – Саратов: Наука, 2007. – С. 59-62.

5. Байбурин В.Б., Терентьев А.А., Ершов А.А. Влияние параметров дискретизации на адекватность трехмерных численных моделей магнетронов. // «Антенны». № 11. «Техника сверхвысоких частот в Саратове».- М, Радиотехника, 2011 - С. 27-30.

Применение вейвлет-функций для моделирования неоднородных распределений магнитных полей в магнитных периодических фокусирующих системах ламп бегущей волны

Е.Р. Кожанова, А.А. Захаров

В лампах бегущей волны (ЛБВ) О-типа, для фокусировки электронного потока используется магнитное поле, создаваемое магнитной периодической фокусирующей системы (МПФС) (рис. 1).

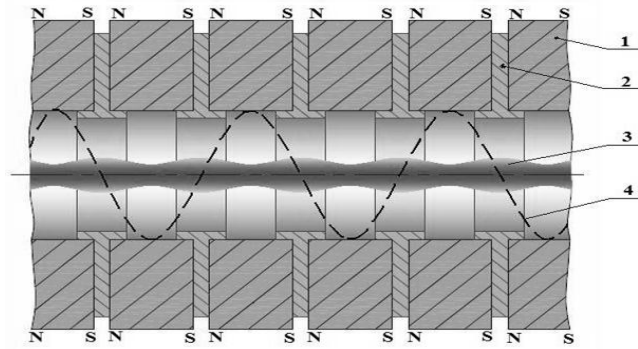


Рис. 1. Внешний вид МПФС и структура магнитного поля:

1-кольцевой магнит, 2-полюсный наконечник, 3-электронный поток,
4-продольное распределение магнитное поле

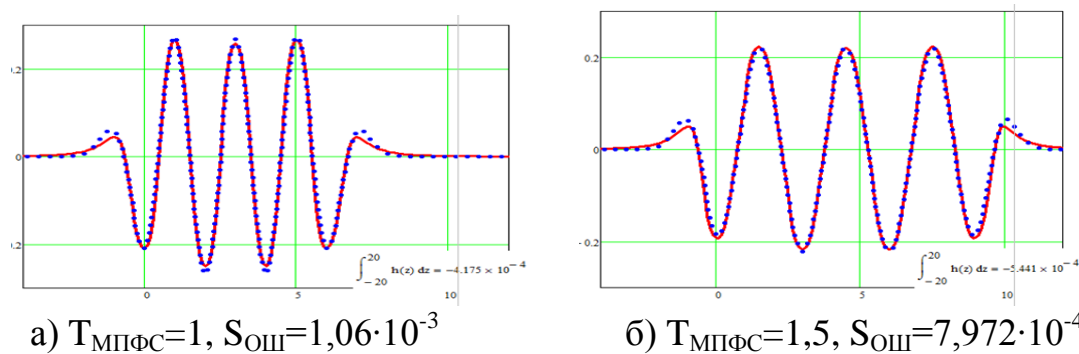
В статье [3] авторами описана методика получения математической модели продольного распределения магнитного поля МПФС, которая основывается на математической модели отдельного кольцевого магнита [1] и механизма формирования МПФС [2]. В результате получается знакопеременный ряд, где каждое слагаемое представляет собой математическую модель продольного распределения магнитного поля отдельного кольцевого магнита в виде модернизированной вейвлет-функции Гаусса второго порядка с коэффициентом масштабирования (KM) и масштабирующим коэффициентом (MK). Первый коэффициент KM характеризует сжатие/растяжение вейвлет-функции, а второй – ее масштабирование. Введен также параметр – период МПФС ($T_{МПФС}$), который равен расстоянию между центрами двух соседних магнитов, то есть $T_{МПФС} = 1/2 \times T^*_{МПФС}$, где $T^*_{МПФС}$ – период МПФС в традиционных подходах. Математическая модель продольного распределения магнитного поля магнитная периодическая фокусирующая система (МПФС) описывается соотношением [3]:

$$Y_{МПФС} = \sum_{i=1}^n \left[(-1)^{i-1} \cdot MK \left[1 - KM^2 (z - (i-1)T_{МПФС})^2 \right] \times \exp \left(\frac{-(z - KM^2(i-1)T_{МПФС})^2}{2} \right) \times (1 + 0.1/d) \right] \quad (1)$$

Полученная математическая модель позволяет определить заданное продольное распределение магнитного поля, имеющее центральную симметричную часть (рис. 2), при следующих ограничениях:

- 1) площадь продольного распределения магнитного поля отдельного магнита близка к нулю [1];
- 2) выполняется равенство $L < T_{МПФС} < 2L$ [3];
- 3) геометрические размеры и величины намагниченности магнитов должны быть одинаковыми.

В реальности величины намагниченности магнитов различны, поэтому в результате получаются неоднородные распределения продольного распределения магнитного поля. Поэтому возникает задача проверки применимости предложенной математической модели (1) [3] к данным распределениям.



а) $T_{\text{МПФС}}=1, S_{\text{ОШ}}=1,06 \cdot 10^{-3}$

б) $T_{\text{МПФС}}=1,5, S_{\text{ОШ}}=7,972 \cdot 10^{-4}$

Рис. 2. Графики продольных распределений магнитного поля МПФС, состоящих из 7 магнитов ($L=1, d=1, D=1.25, M=2$) (сплошная линия) и соответствующих математических моделей (1) (пунктирная линия)

Рассмотрим случай, когда неоднородность распределения вводят специально, для улучшения характеристик прибора. Например, в приборах специально вводят асимметрию в пушечной и коллекторной областях. Для доказательства применимости данной математической модели (1) к описанию такого вида магнитной периодической фокусирующей системы (МПФС) зададим продольное распределение магнитного поля МПФС, состоящее из 24 магнитов с геометрическими размерами ($L=1, d=1, D=1,25$) и величинами намагниченности (рис. 3, сплошная линия) по схеме:

0,5; 1; 1,5; 2; 2; 2; 2;2; 2; 2; 2; 1,5; 1; 0,5

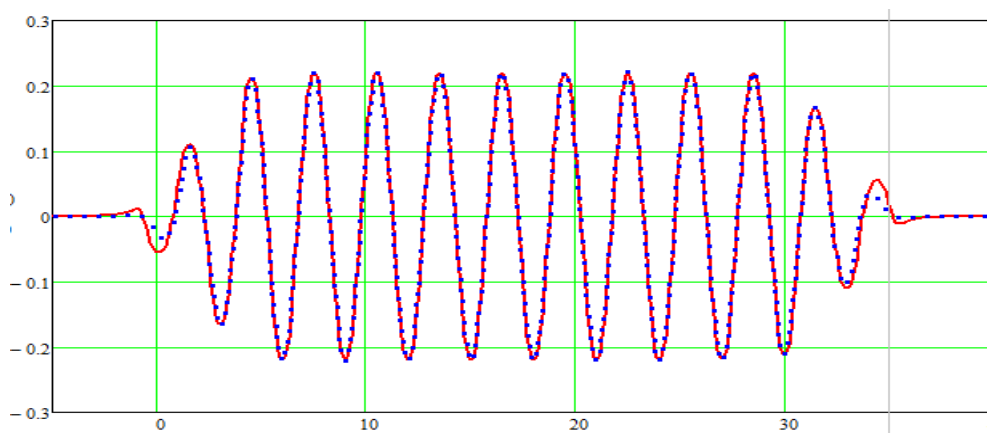


Рис. 3. Заданное продольное распределение магнитного поля МПФС (сплошная линия) и его математическая модель по формуле (1) (пунктирная линия)

В пушечной области прибора величина намагниченности магнитов увеличивается (первые три магнита), а в коллекторной области – уменьшаются (последние три магнита). Как видно из графиков рис. 3, предложенная авторами математическая модель продольного распределения магнитного поля МПФС (1) (рис. 3, пунктирная линия) при заданных геометрических параметрах и величинах намагниченности магнитов достаточно точно описывает заданное распределение, включая пушечную и коллекторную области прибора. При получении математической модели данного распределения вначале опре-

делили формулы для продольного распределения магнитного поля отдельных магнитов (модернизированные вейвлет-функции Гаусса второго порядка с корректирующими коэффициентом масштабирования KM и масштабирующим коэффициентом MK) [1], а затем проводили их суммирование, используя механизм формирования МПФС с учетом периода МПФС. В результате математическая модель может быть записана:

$$Y_{МПФС} = \sum_{i=1}^n \left[(-1)^{i-1} \cdot MK_i \left[1 - KM_i^2 (z - (i-1)T_{МПФС})^2 \right] \times \exp \left(\frac{-(z - KM_i^2 (i-1)T_{МПФС})^2}{2} \right) \times (1 + 0.1/d) \right] \quad (2)$$

В реальных МПФС возможны появление неоднородностей в симметричной центральной части заданного распределения (рис. 3), то есть учтем это через изменение величины намагниченности ряда магнитов, например у 11 магнита $M=1,5$, а у 15 магнита $M=2,5$. В результате в центральной части продольного распределения магнитного поля МПФС появятся неоднородности, которые на рис. 4 выделены кружками. Сплошные кружки показывают вклад продольного распределения отдельного магнита в формирование амплитуды распределения в целом, а пунктирные - вклад «хвостов» продольных распределений отдельных магнитов.

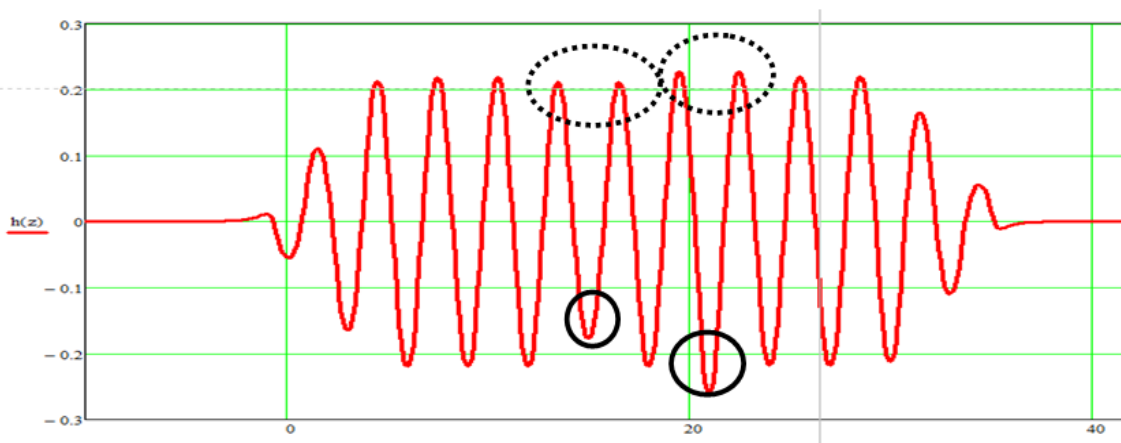


Рис. 4. Продольное распределение магнитного поля МПФС с неоднородностями в его центральной симметричной части

По предложенной математической модели (2) найдем продольное распределение магнитного поля МПФС, изображенное на рис. 4 (рис. 5).

Как видно, предложенная математическая модель (2) полностью описывает заданное продольное распределение магнитного поля МПФС, включая пушечную и коллекторную области прибора, следовательно, она может применяться для описания реального продольного распределения магнитного поля МПФС, имеющего неоднородности.

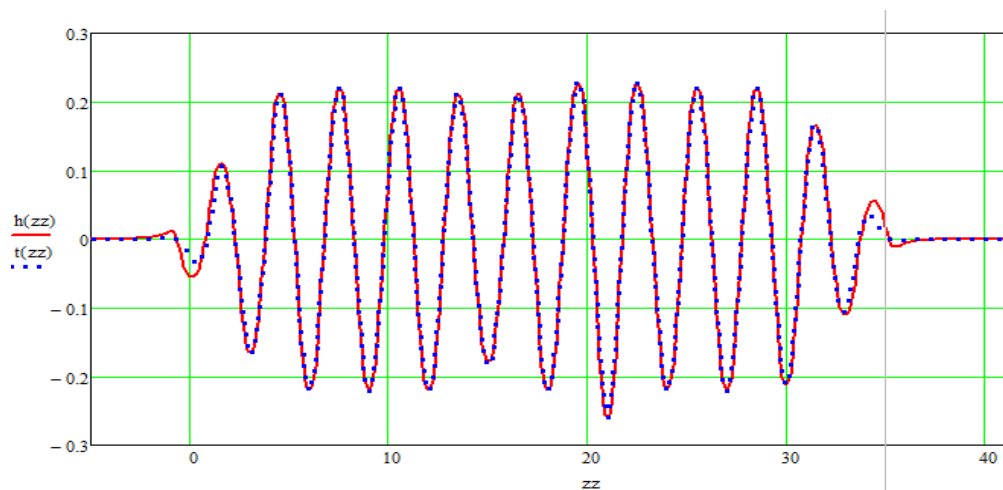


Рис. 5. Заданное продольное распределение магнитного поля МПФС с неоднородностями (рис. 4) (сплошная линия) и ее математическая модель (2) (пунктирная линия)

1. Захаров А.А., Кожанова Е.Р. Математическое моделирование магнитного поля отдельного кольцевого магнита с использованием вейвлет - функции Гаусса второго порядка // Казань: Научно-технический вестник Поволжья. - 2012. - №2. – С.190-193.

2. Кожанова Е.Р., Захаров А.А. Формирование симметричного распределения суммирующих вейвлет-функций продольного распределения магнитного поля для моделирования магнитных периодических фокусирующих систем // Вестник Саратовского государственного технического университета. - 2011. - № 4(59) Вып. 1. – С. 83-88.

3. Кожанова Е.Р., Захаров А.А. Математическое моделирование продольного распределения магнитного поля в магнитных периодических фокусирующих системах // Актуальные проблемы электронного приборостроения - АПЭП–2012: материалы 10-й юбилейной Междунар. науч.-техн. конф. – Саратов: СГТУ, 2012. – С. 426-429.

Актуальные проблемы моделирования социальных сетей

А.И. Черкасов

Моделирование социальных сетей, в том числе и математическое, на данный момент преследует две основные цели. Во-первых, это собственно исследование самих социальных сетей, во-вторых, исследование процессов происходящих в подобных сетях для последующего обобщения на процессы, происходящие в обществе. Можно с полной уверенностью утверждать, что социальная сеть, хоть и весьма абстрактно является «обществом в миниатюре»,

и в ней происходят похожие взаимодействия, поэтому такое обобщение допустимо.

Следует отметить, что сейчас существует два основных подхода к изучению данного вопроса:

1. Исследования в гуманитарных науках
2. Сетевой анализ и математическое моделирование

В первом методе, как и следует из названия, используются методы гуманитарных наук (Всевозможные опросы, социометрия, социально-антропологические методы и т.д.). Развитие данного подхода связано с набирающим популярность в этих науках представлением о сетевой организации мира вообще и человеческого общества в частности. Основным достоинством данного подхода является то, что исследуется не только сами социальные сети и взаимосвязи в них, но и «среда» (связи с обществом). При этом огромным недостатком этого метода является то, что подобные исследования носят, как правило, умозрительный характер и не имеют математического аппарата, и поэтому мало применимы для создания моделей.

С другой стороны, используя второй подход, исследователи прибегают в основном к математическим методам. И вот уже этот подход позволяет создавать наглядные (в том числе и из-за графического представления) и адекватные модели социальных сетей. При этом основным недостатком подобных моделей является то, что с их помощью исследуется довольно узкий круг вопросов (например, в модели предложенной учеными из Корнельского университета[1] исследуются только вопросы моделирования процессов передачи информации в социальных сетях и обеспечения безопасности личных данных).

В исследованиях, проводимых в соответствии с подходом использования сетевого анализа можно выделить четыре основных этапа:

1. Сбор и систематизация данных, полученных из социальных сетей
2. Выявление свойств и характеристик социальных сетей, так как их размер сети и т.п.
3. Создание модели
4. Использование созданной модели для решения поставленных задач.

На первом этапе используются как социологические методы, так и методы интеллектуального анализа данных (встречается так же термин «Data Mining») и другие методы сбора и анализа данных. Это самый важный и сложный этап исследования, так необходимо определить критерии сбора и систематизации информации. На втором этапе начинается использование методов обработки данных, в основном на данном этапе прибегают к статистической обработке

информации. На третьем и четвертом этапе используются методы определяемые целями исследования и создания модели. Например, если стоит задача оптимизации информационных потоков в социальной сети, то используется теория игр или алгоритмы подобные алгоритму Дейкстры.

В настоящее время для создания моделей основными являются следующие подходы:

1. Small-world модели
2. Агенто-ориентированное социальное моделирование

Так же следует отметить, что существуют модели, не основанные на данных подходах. [2 - 4]

Small-world модели

Данный класс моделей основан на выявлении в сетях, открытого в 1967 году в результате серии экспериментов американским социологом и психологом Стэнли Милгремом, Small-world эффекта [5] (так же имея ввиду этот эффект используют термины «Мир тесен» и «Теория шести рукопожатий»).

Small-world сетями называют сети, для которых длина пути (количество шагов) или геодезическое расстояние L между двумя случайно выбранными связанными объектами (в контексте изучения социальных сетей объектами являются люди составляющие социальную сеть) растет пропорционально логарифму количества узлов сети.

В моделях социальных сетей связями между объектами являются так называемые «сильные» и «слабые» связи. Под «сильными» связями в этом случае понимают родственные и дружеские отношения, тогда как «слабые» отношения представляют собой рабочие контакты, знакомства через знакомых и т.д. Причем в подобных моделях именно «слабые» связи играют более важную роль, в создании и функционировании сети, чем «сильные».

Данный подход к созданию моделей социальных сетей имеет ряд недостатков. В первую очередь некоторые исследователи [6] сомневаются с достоверностью полученных в экспериментах Милгрема данных. Они считают, что полученное в результате среднее расстояние отличается от реального и зависит от некоторых людей («соединителей»), которые имеют большое количество контактов. Поэтому если в исследовании будут участвовать много подобных «соединителей», то это сильно исказит полученный результат. Другим недостатком данного метода является, то, что существует некоторые небольшие социально изолированные общности людей (ярким примером являются сентинельцы, народ проживающий на Адаманских островах и крайне неохотно идущий на контакт с людьми извне), для которых

принцип глобальных сетей не выполняется, однако таких общностей довольно мало и размер их или не растет, или растет незначительно, для того чтобы считать это существенным недостатком. И последний недостаток данного метода состоит в том, что в качестве графического представления модели в них используется графы, которые теряют наглядность вместе с увеличением количества узлов сети.

Несмотря на все вышеописанные недостатки данного подхода, исследования в особенности эксперимент проведенный в социальной сети Facebook учеными из Миланского университета в 2012 году [7] показали, что для социальных сетей Small-world эффект имеет место.

Агенто-ориентированное социальное моделирование (agent-based social simulation - ABSS)

Данный подход используется в основном для создания программных моделей и симуляций социальных сетей, которые создаются в соответствии с парадигмой Агенто-ориентированного подхода к программированию. Это метод является частным случаем агент-ориентированного моделирования (agent-based modeling). Основным понятием данной парадигмы является понятие «Агента» - объект, выполняющий определенные задачи, реагирующий на другие объекты и имеющий механизмы взаимодействия с этими объектами

Следует отметить, что основным недостатком данной модели является именно её «агентоориентированность». Следовательно, малое внимание уделяется тому, в каких условиях происходит взаимодействие и самому взаимодействию. Так же очевидно, что сложность создания данной модели зависит от количества агентов, их однородности и т.д. Получается, что чем больше неоднородных агентов существует в сети и чем сложнее взаимодействия между ними, тем больше времени, строк кода, вычислительных мощностей и других ресурсов придется потратить на моделирование. Поэтому при таком подходе к моделированию, в отличии от Small-world моделей рассматриваются сети с достаточно небольшим количеством агентов (узлов). Другим важным недостатком ABSS является то, что данная модель недостаточно универсальна, то есть при изменении структуры агентов и их взаимодействия придется перерабатывать модель под другие входные данные и внешние условия, что влечет собой дополнительные затраты.

Заключение

Рассмотренные в данной работе подходы к моделированию социальных сетей, не смотря на все свои недостатки, вполне успешно используются для создания моделей, которые применяются для прогнозирования, оптимизации и изучения процессов, происходящих в этих сетях. Эти подходы постоянно

развиваются и совершенствуются. Вместе с этим возникают и совершенно новые подходы, например использование нейросетей и сетей Петри [8].

Однако в настоящее время наметилась тенденция к усложнению подхода к моделированию и изучению социальных сетей [9]. Этот вопрос начал активно излучаться совсем недавно, и нет ничего удивительного в том, что процесс его изучения должен усложняться и дополняться. Со временем возникла необходимость в создании более сложной (комплексной) модели, которая бы охватывала большое количество изучаемых аспектов и характеристик, и вместе с тем более точно описывала социальные сети, процессы и взаимодействия происходящие в них.

1. Jon Kleinberg, Katrina Liget Information-Sharing and Privacy [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://arxiv.org/abs/1003.0469>.

2. Jon Kleinberg Information-Sharing and Privacy

3. Давыденко В.А. Моделирование социальных сетей / Давыденко В.А., Ромашкина Г.Ф., Чуканов С.Н. // Вестник Тюменского государственного университета. – 2005. - С.68-79.

4. Губанов Д.А. Социальные сети модели информационного влияния управления и противоборства / Д.А.Губанов, Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2010. -228 с.

5. Stanley Milgram Small World Problem [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://measure.igpp.ucla.edu/GK12-SEE-LA/Lesson_Files_09/Tina_Wey/TW_social_networks_Milgram_1967_small_world_problem.pdf

6. Judith Kleinfeld Six Degrees: Urban Myth? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.psychologytoday.com/articles/200203/six-degrees-urban-myth>

7. Lars Backstrom, Paolo Boldi, Marco Rosa, Johan Ugander, Sebastiano Vigna Four Degrees of Separation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://arxiv.org/pdf/1111.4570v3.pdf>

8. Сукощников А.А. Нейроподобные сети Петри при моделировании социальных процессов / Сукощников А.А., Крюкова // Программные продукты №2, 2011 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.swsys.ru/index.php?page=article&id=2755>

9. Давыденко В.А. Моделирование социальных сетей

10. Dan Cosley, Daniel Huttenlocher, Jon Kleinberg Sequential Influence Models in Social Networks [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.cs.cornell.edu/home/kleinber/icwsm10-seq.pdf>

11. Nigel Gilbert Agent-based social simulation: dealing with complexity [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

<http://cress.soc.surrey.ac.uk/resources/ABSS%20%20dealing%20with%20complexity-1-1.pdf>

12. Small-world experiment [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Small-world_experiment.
13. Small-world network [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Small-world_network.
14. Social network [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/Social_network.
15. Watts and Strogatz model [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Watts_and_Strogatz_model.

Разработка программного инструмента для изучения свойств композитного материала

Романчук С.П., ЭТИ (филиал) СГТУ им. Гагарина Ю.А., Терин Д.В., ЭТИ (филиал) СГТУ им. Гагарина Ю.А., Монахова О.А., ЭТИ (филиал) СГТУ им. Гагарина Ю.А.

В текущее время большой интерес вызывают композитные материалы. Этот интерес вызван тем, что свойства композита могут кардинально отличаться от свойств компонент в него входящих. На свойства композитного материала, помимо свойств компонент, так же влияет объемная доля каждого компонента, форма и размер частиц наполнителей и т.д. Таким образом, важной задачей является определение свойств композитного материала. Одной из проблем решения данной задачи является отсутствие необходимых программных инструментов.

В данной статье рассматривается структура узкоспециализированного программного комплекса, при помощи которого осуществляется возможность изучения зависимости комплексной диэлектрической проницаемости композитного материала. Зависимости строятся на основе данных о свойствах компонент входящих в изучаемый композитный материал.

Программный комплекс предоставляет возможность построения графиков зависимости комплексных частей диэлектрической проницаемости композитного материала. Основное окно программного комплекса представлено списком моделей, значениями свойств среды и графическим отображением зависимостей (рис 1).

На рис. 1 отображено основное окно программы, где представлена модель бинарной системы и графики зависимостей комплексной диэлектрической проницаемости композита. Для построения зависимостей нам необходимо указать диэлектрическую проницаемость компонент входящих в материал, а также изменение объемной доли (рис. 2).

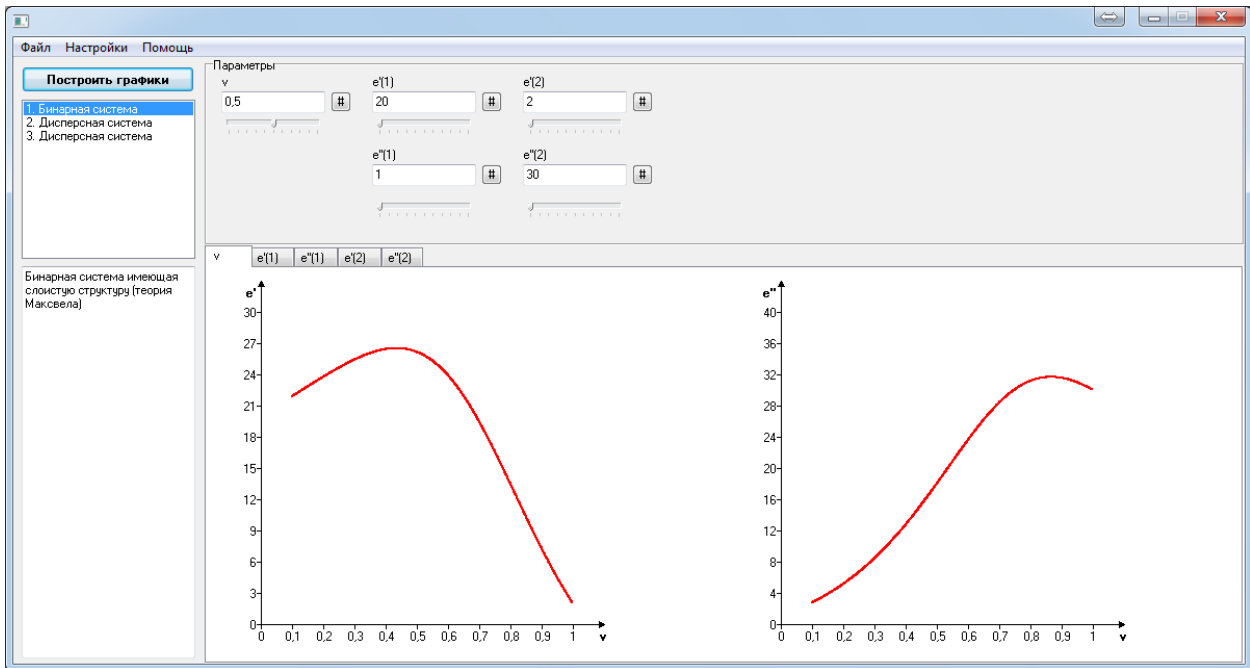


Рис. 1. Основное окно программы.

Программный комплекс построен таким образом, что по каждому значению системы можно вывести график зависимости. На (рис. 2) отображено окно настройка пошагового изменения параметра: указываем, необходимо ли вести расчет по данному параметру, максимальное и минимальное значение, размер шага. В данном случае график зависимости строится по значению объемной доли второго компонента композита на значениях от 0.1 до 1 с шагом 0.001. Таким образом, будет рассчитана диэлектрическая проницаемость со значениями объемной доли 0.101, 0.102 ... 1 и построены два графика (для реальной и мнимой частей диэлектрической проницаемости).

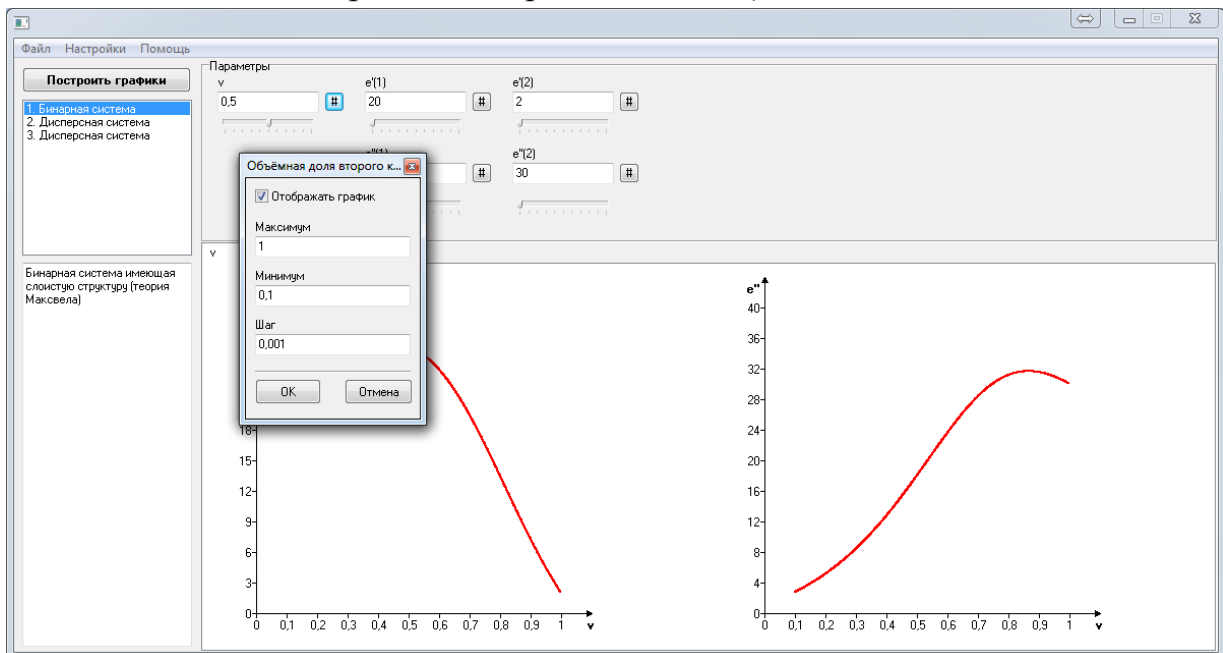


Рис. 2. Окно настройки пошагового изменения объемной доли второго компонента композитного материала.

При разработке программного комплекса были использованы математические модели теорий комплексной диэлектрической проницаемости гетерогенных систем:

- бинарная система, имеющая слоистую структуру (теория Максвелла);
- разбавленные дисперсные системы сферических систем (теория Вагнера);
- теория эффективной среды.

Особый интерес представляет теория эффективной среды (рис. 3), т.к. при реализации данной модели возникла задача поиска корней полиномиальных уравнений с комплексными переменными. Для решения этой задачи были реализованы алгоритмы:

- модифицированный метод «обруча»;
- метод Дженкинса – Трауба;
- метод Дюран – Кернера;
- метод Аберта – Эрлиха.

Таким образом, при выборе моделей в которых необходимо применять какие либо особые алгоритмы, реализована данная возможность (рис 3).

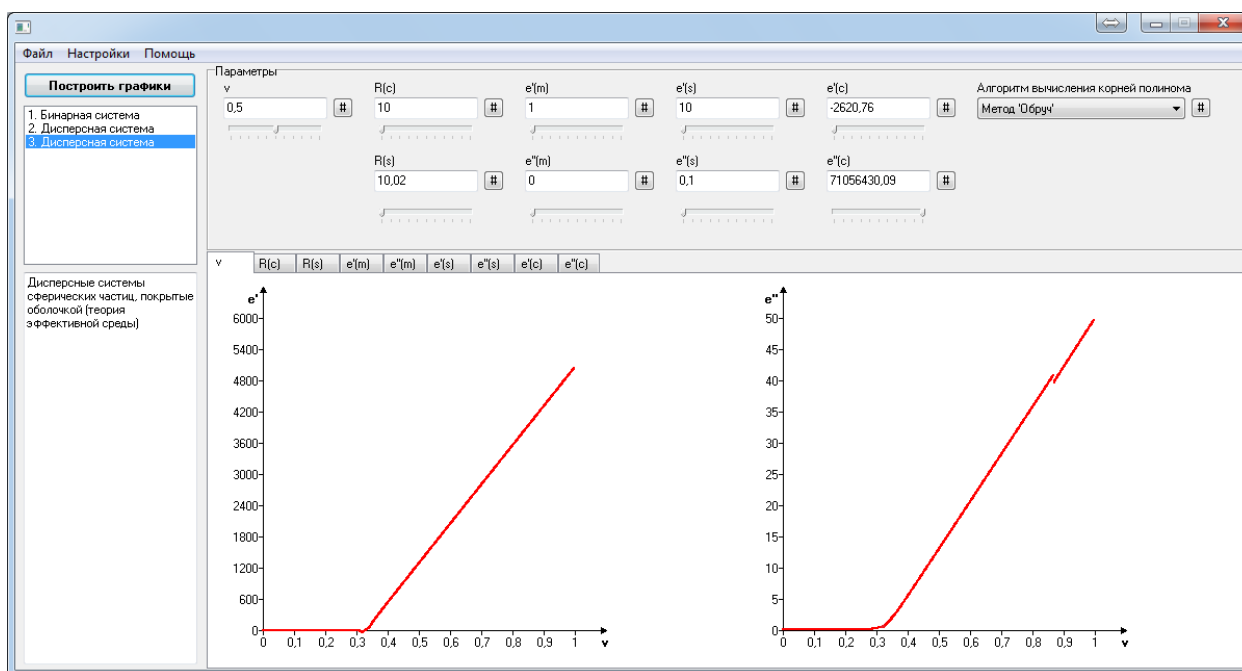


Рис. 3. Дисперсная система сферических частиц покрытых оболочкой.

1. Buchelnikov V.D. Heating of metallic powders by microwaves: experiment and theory./ V.D.Buchelnikov, D.V.Louzguine-Luzgin, G. Xie, S. Li, N. Yoshikawa, M. Sato, A.P. Anzulevich, I.V. Bychkov, A. Inoue // J. Applied Physics, 2008, 104, P. 113505-1-113505-10.

2. O. Aberth, Iteration methods for finding all zeros of a polynomial simultaneously. MATHEMATICS OF COMPUTATION, 1973, pp. 339 – 344.

3. Биленко Д.И. Электродинамические свойства неупорядоченных сред // Д.И.Биленко, Ю.Н. Галишникова, Е.И. Хасина и др. // Физика полупроводников и полупроводниковая электроника. Саратов, Изд-во Саратов. ун-та, 1986. С.32–51.

4. Биленко Д.И. Комплексная диэлектрическая проницаемость. Плазменный резонанс свободных носителей заряда в полупроводниках. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. - 44 с

5. Челидзе Т.Л., Дервянко А.Н., Куриленко О.Д. Электрическая спектроскопия гетерогенных систем. – Киев: Наукова думка, 1977.-231 с.

Содержание

О некоторых аспектах современного состояния исследований структуры и свойств биомолекул методами оптической спектроскопии <i>Бурова Т.Г., Тен Г.Н., Нурлыгаянова М.Н., Яковлева А.А.</i>	3
Простой двуполярный стабилизированный регулируемый лабораторный источник питания от сети переменного тока 42 вольта <i>Гаманюк В.Б., Недогреева Н.Г., Тверикин К.С.</i>	8
«Электронный» реостат <i>Гаманюк В.Б., Недогреева Н.Г., Тверикин К.С.</i>	11
Увеличение чувствительности измерительной установки по наблюдению пятна Пуассона в 3^x сантиметровом диапазоне <i>Васильев А.Е., Рачков В.А.</i>	14
Анализ прохождения белого шума через фильтр типового радиотехнического звена в нелинейной теории электроннолучевого СВЧ-усилителя <i>Б.Е. Железовский, А.П. Козырев</i>	16
Построение линейной теории ЛБВМ методами теории планирования эксперимента <i>Б.Е. Железовский</i>	23
Радиационно-химическая обработка как новое направление высоко-технологических производств <i>Чесноков Б.П., Шешукова М.Д., Наумова О.В.</i> ...25	
Закон Ципфа-Мандельброта и особенности демографии Саратовской области <i>Фирстов В.Е., Иванов Р.А., Дроздова А.Г.</i>	28
Математические и психологические аспекты гармонии в преподавании теории музыки <i>Фирстов В.Е., Кулемина Ю.В.</i>	41
Алгоритм поиска оптимальной траектории баллистического перелета с низкой околоземной орбиты в точку либрации L1 системы «Земля-Луна» <i>Окишев Ю.А., Клинаев Ю.В.</i>	50
Компьютерные методы обработки и анализа стабิโลграмм <i>Абашев А.В., Монахова О.А., Терин Д. В.</i>	61
Опыт работы над комплексными дипломными проектами студентов технологической и информационной специальностей <i>Полушенко И.Г., Безруков А.И.</i> ..	68
Перспективы развития компьютерного моделирования трехмерного физического пространства <i>Д.А. Кальдин</i>	73
Компьютерное моделирование конкуренции рабочего вида и побочных видов колебаний в магнетронных генераторах <i>Терентьев А.А., Лазарев С. А., Дементьев Д.Н.</i>	78
Расчет динамических характеристик усилителей М-типа с учетом возбуждения автоколебаний <i>Терентьев А.А., Лазарев С. А., Дементьев Д.Н.</i>	83
Применение вейвлет-функций для моделирования неоднородных распределений магнитных полей в магнитных периодических фокусирующих системах ламп бегущей волны <i>Е.Р. Кожанова, А.А. Захаров</i>	86
Актуальные проблемы моделирования социальных сетей <i>А.И. Черкасов</i>	90
Разработка программного инструмента для изучения свойств композитного материала <i>Романчук С.П., Терин Д.В., Монахова О.А.,</i>	95

Научное издание

Прикладные аспекты исследований в радиофизике, электронике и спектроскопии

Сборник научных статей

Авторская редакция

Подписано в печать 28.02.2013 Формат 60 84 1/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Times New Roman. Печать RISO. Усл. печ.л. 5,5. Тираж 50 экз.



Отпечатано с готовых диапозитивов
в ЗАО НТЦ «Волгапромстройбезопасность»
413105, г. Энгельс, пр-д Крупской, 73
тел./факс: (8453) 55-32-56,
тел.: (8452) 26-46-01