|  |  |
| --- | --- |
| Утверждена на Ученом Совете  механико-математического факультета СГУ  24. 10. 2019 г. (протокол № 4)  Декан механико-математического факультета, к.ф.-м.н., доцент  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.М. ЗАХАРОВ | Председатель научно-методической комиссии, к.ф.-м.н.  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.В.ТЫШКЕВИЧ |

Программа

государственного междисциплинарного экзамена

по направлению 01.03.03-Механика и математическое моделирование

на 2019/2020 уч. год

**1. Дифференциальные уравнения.**

1. Метод Лагранжа для нахождения частного решения неоднородного уравнения.
2. Теорема о виде общего решения линейного дифференциального неоднородного уравнения n-го порядка.
3. Матричная экспонента. Теорема о сходимости матричного ряда.
4. Собственные значения и собственные функции простейшей краевой задачи. Теорема об ортогональности собственных функций.

**Литература**

1. Гуревич А.П. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. /А.П. Гуревич, В.В. Корнев- Саратов: Изд-во Сарат. Ун-та, 2013. – 176 с.: ил. ISBN 978-5-292-04217-4

2. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения [Текст]/Б.П. Демидович, В.П. Моденов. – Москва: Лань, 2008. – 288 с. – (Классическая учебная литература по математики). – ISBN 978-5-8114-0677-7: Б.ц. (ЭБС ЛАНЬ)

1. **Уравнения математической физики.**

1. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка в случае двух независимых переменных. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов.

2. Основные типы краевых задач для уравнений с частными производными. Постановка краевых задач для уравнения поперечных колебаний струны (с выводом уравнения).

3. Определение корректно поставленной краевой задачи. Теоремы о единственности решения краевых задач для уравнений эллиптического типа. Пример некорректно поставленной задачи (пример Адамара).

4. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Физическая интерпретация решения.

5. Решение краевых задач для уравнений гиперболического типа методом разделения переменных (метод Фурье - общая схема).

6. Метод собственных функций (метод Крылова). Применение к решению краевых задач с неоднородными граничными условиями.

7. Постановка основных краевых задач для уравнения Лапласа. Свойства гармонических функций.

8. Объемный потенциал. Свойства объемного потенциала.

9. Поверхностные потенциалы простого и двойного слоя. Свойства поверхностных потенциалов.

10. Применение теории потенциалов к решению краевых задач для уравнения Лапласа (на примере решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона).

11. Вывод уравнения теплопроводности для неоднородной изотропной среды и постановка краевых задач для этого уравнения.

12.Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Фундаментальное решение и его физическая интерпретация.

**Литература**

1. Ильин А.М. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ильин А.М.— Электрон. текстовые данные— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009— 192 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/1288— ЭБС «IPRbooks».
2. [Владимиров, Василий Сергеевич](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=3&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%92%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%2C%20%D0%92%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BB%D0%B8%D0%B9%20%D0%A1%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B5%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87). Уравнения математической физики [Текст]: учеб. для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 398, [2] с.: рис. - Библиогр.: с. 399 (5 назв.). - ISBN 978-5-9221-0310-7.
3. [Захаров, Евгений Владимирович](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=3&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%97%D0%B0%D1%85%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B2%2C%20%D0%95%D0%B2%D0%B3%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B9%20%D0%92%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87). Уравнения математической физики [Текст]: учеб. для студентов вузов / Е. В. Захаров, И. В. Дмитриева, С. И. Орлик. - Москва: Изд. центр "Академия", 2010. - 314, [6] с. - (Университетский учебник) (Прикладная математика и информатика / редсовет: Ю. И. Журавлев, В. А. Садовничий (председатели)). - Библиогр.: с. 305-306 (18 назв.). - ISBN 978-5-7695-5995-2.
4. [Емельянов, Виктор Михайлович](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=3&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%95%D0%BC%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D1%8F%D0%BD%D0%BE%D0%B2%2C%20%D0%92%D0%B8%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%20%D0%9C%D0%B8%D1%85%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87). Уравнения математической физики [Текст]: практикум по решению задач: учебное пособие / В. М. Емельянов. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2016. - ISBN 978-5-8114-0863-4.
5. **Теоретическая и прикладная механика.**
6. Определения: момента силы относительно точки и момента силы относительно оси. Определение пары сил. Момент пары сил. Теорема Пуансо, главный вектор и главный момент системы сил, условия равновесия системы сил в векторной форме.
7. Теорема Эйлера о дифференцировании постоянной по модулю векторной функции. Скорость и ускорение точки тела, вращающегося около неподвижной оси (кинематика тела с двумя неподвижными точками). Определение плоскопараллельного движения абсолютно твердого тела. Геометрическое рассмотрение движения плоского тела в своей плоскости. Скорость и ускорение точки тела, совершающего плоское движение.
8. Скорость и ускорение точки в векторной форме. Скорость и ускорение точки в естественной системе координат.
9. Основные положения, определения и задачи кинематики сложного движения точки. Локальная и абсолютная производные от векторной функции и связь между ними. Теоремы о сложении скоростей и ускорений точки при сложном движении в абсолютном пространстве Ньютона.
10. Аксиомы Ньютона, принцип детерминированности и две задачи динамики точки.
11. Определение механической системы материальных точек, классификация сил, основные динамические структуры механической системы. Определение элементарной работы силы и работы силы на конечном перемещении точки ее приложения. Необходимое и достаточное условие существования силовой функции для силового поля. Связь силовой функции с потенциальной энергией силового поля. Три теоремы динамики механической системы и первые интегралы. Теорема о движении центра масс механической системы.
12. Колебания материальной точки под действием восстанавливающей силы, сила сопротивления среды, пропорциональной скорости точки, и возмущающей, периодической по временной координате, силы.
13. Основные понятия и определения механики Лагранжа. Переменные Лагранжа и преобразования Лагранжа. Вариационное уравнение Даламбера-Лагранжа (вариационный принцип Лагранжа). Вывод уравнения Лагранжа II-го рода из вариационного принципа Лагранжа.
14. Определение сферического движения абсолютно твердого тела. Теорема Эйлера-Даламбера. Скорость и ускорение точки тела, совершающего сферическое движение (теорема Эйлера, теорема Ривальса). Углы Эйлера и кинематические уравнения Эйлера в подвижной системе координат.

**Литература**

1. [Бухгольц, Николай Николаевич](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=3&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%91%D1%83%D1%85%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%86%2C%20%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%B9%20%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87) Основной курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие : [в 2 ч.] / Н. Н. Бухгольц. - 10-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009 -. (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0926-6.   Ч. 1: Кинематика, статика, динамика материальной точки. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009. - 467, [13] с. - Библиогр.: с. 461. - ISBN 978-5-8114-0919-8 (Ч. 1).

2. [Бухгольц, Николай Николаевич](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=3&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%91%D1%83%D1%85%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%86%2C%20%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%B9%20%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87) Основной курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие : [в 2 ч.] / Н. Н. Бухгольц. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0926-6. Ч. 2: Динамика системы материальных точек. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009. - 332, [4] с. - Библиогр.: с. 329. - ISBN 978-5-8114-0920-4 (Ч. 2).

3. [Антоненко, Эрик Васильевич](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_13/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=3&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%90%D0%BD%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE,%20%D0%AD%D1%80%D0%B8%D0%BA%20%D0%92%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87) Теоретическая механика [Текст] : учеб. пособие для студентов мех.-мат. фак. / Э. В. Антоненко, В. Г. Бирюков; Сарат. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. Ч. 1: Основные понятия, законы и теоремы. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2009. - 78, [2] с.: рис. - Библиогр.: с. 80 (10 назв.). - ISBN 978-5-292-03848-1.

1. **Основы механики сплошной среды.**
2. Понятие сплошной среды. Кинематика сплошной среды в переменных Эйлера и Лагранжа. Переход от координат Эйлера к координатам Лагранжа и обратно.
3. Деформация сплошной среды. Тензоры деформации Коши-Грина и Альманси, геометрический смысл компонент тензора деформаций.  Малые деформации и малые вращения среды. Условия совместности деформаций.
4. Типы сил в механике сплошной среды: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Теория напряженного состояния, тензоры напряжений Коши и Пиолы-Кирхгофа.
5. Интегральная и дифференциальная форма закона сохранения массы. Интегральная и дифференциальная форма закона сохранения массы импульса, момента импульса.
6. Упругая деформация твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации.
7. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела.
8. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях.
9. Постановка краевых задач математической теории упругости. Теорема существования и единственности решения.
10. Общие теоремы теории упругости.
11. Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера (движение идеальной жидкости). Граничные условия.
12. Основные интегралы уравнений движения идеальной жидкости и газа. Интеграл Бернулли. Интеграл Коши-Лагранжа.
13. Ньютоновские среды. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия.

**Литература**

1. [Папуша, А. Н.](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=IPRBK&P21DBN=IPRBK&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%9F%D0%B0%D0%BF%D1%83%D1%88%D0%B0%2C%20%D0%90%2E%20%D0%9D%2E) Механика сплошных сред [Электронный ресурс] : учебное пособие / Папуша А. Н. - Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. - 688 с. - ISBN 978-5-4344-0023-7: Б. ц. Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
2. [Темам, Роджер](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=NIKA&P21DBN=NIKA&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%A2%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D0%BC%2C%20%D0%A0%D0%BE%D0%B4%D0%B6%D0%B5%D1%80). Математическое моделирование в механике сплошных сред [Текст] = Mathematical Modeling in Continuum Mechanics : [курс лекций] / Р. Темам, А. Миранвиль ; пер. с англ. И. О. Арушаняна под ред. Г. М. Кобелькова. - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. - 320 с.: ил. - (Математическое моделирование). - Библиогр.: с. 309-312. - Предм. указ.: с. 313-316. - ISBN 978-5-9963-1542-0
3. [Андреев, В. К.](http://library.sgu.ru/cgi-bin/irbis64r_15/cgiirbis_64.exe?LNG=&Z21ID=&I21DBN=LANE&P21DBN=LANE&S21STN=1&S21REF=1&S21FMT=fullwebr&C21COM=S&S21CNR=20&S21P01=0&S21P02=1&S21P03=A=&S21STR=%D0%90%D0%BD%D0%B4%D1%80%D0%B5%D0%B5%D0%B2%2C%20%D0%92%2E%20%D0%9A%2E) Математические модели механики сплошных сред [Электронный ресурс] / В. К. Андреев. - Москва: Лань", 2015. - ISBN 978-5-8114-1998-2

# **5. Математический анализ**

1. Различные определения непрерывной функции (по Коши и по Гейне)
2. Равномерная непрерывность на отрезке, теорема Кантора.
3. Производная функции действительной переменной, ее геометрический смысл. Теорема о среднем Лагранжа.
4. Интеграл Римана от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Теорема об интегрируемости монотонной функции.
6. Формула Тейлора, различные формы записи остаточного члена (форма Лагранжа и Пеано).
7. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма) и достаточные условия экстремума.
8. Числовой ряд, абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.
9. Функциональный ряд, понятие равномерной сходимости на отрезке. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций.
10. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости степенного ряда.
11. Тригонометрический ряд Фурье. Теорема Римана-Лебега о коэффициентах Фурье.
12. Теорема Фейера о суммируемости ряда Фурье методом средних арифметических.
13. Пространство . Теорема о минимуме уклонения. Замкнутые ортонормированные системы в .

**Литература**

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа [учебник в 2 ч.] – 9-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008. - Ч. 1. - 440 с. Ч. 2. - 463 с.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа [Текст: учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев; Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т). - 6-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2014. - 702 с.