О СОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ОЦЕНОК ОРТОГОНАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СИСТЕМЕ МНОГОЧЛЕНОВ ЛЕЖАНДРА

В. В. Новиков, А. А. Чуйков

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия
E-mail: vvnovikov@yandex.ru, arseniy.chuykov@gmail.com

Получено достаточное условие состоятельности оценок ортогонального разложения, основанных на рядах Фурье по ортогональным многочленам Лежандра.

ON A CONSISTENCY OF ORTHOGONAL SERIES ESTIMATORS WITH RESPECT TO LEGENDRE POLYNOMIALS SYSTEM

V. V. Novikov, A. A. Chuykov

We give a sufficient condition for the consistency of orthogonal series estimators related to the Legendre polynomials system.

Рассмотрим непараметрическую регрессионную модель

$$Y_i = m(X_i) + \varepsilon_i, i = 1,...,n,$$

где $m(x)$ – неизвестная функция регрессии, подлежащая оцениванию на основе эмпирических данных $\{(X_i, Y_i)\}_{i=1}^n$, а $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^n$ – случайные ошибки. В качестве непараметрической оценки функции $m(x)$ берется оценка ортогонального разложения (см., например, [1]) вида

$$\hat{m}_N(x) = \sum_{j=0}^{N(n)} \hat{\beta}_j \varphi_j(x), \tag{1}$$

где

$$\hat{\beta}_j = \sum_{i=1}^{n} Y_i \int_{A_i} \varphi_j(x) dx,$$

$\{A_i\}_{i=1}^n$ – множество неналегающих интервалов таких, что равноотстоящие точки $X_i \in A_i$, $i = 1,...,n$, $N(n)$ – подходящим образом подобранный номер, и $\{\varphi_j(x)\}_{j=0}^{\infty}$ – система ортонормированных на отрезке $[-1,1]$ многочленов Лежандра. В настоящей заметке анонсируется результат, дополняющий полученное в [2] достаточное условие состоятельности оценки $\hat{m}_N(x)$ (см. также [1], Предложение 3.3.1).

Теорема. *Пусть выполнены условия:*

1) $\mathsf{E}\varepsilon_i = 0$, $\mathsf{E}(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$, $\mathsf{E}\varepsilon_i^2 < C$, $i = 1,...,n$, *где* C – *некоторая*

постоянная;

2) $m(x)$ *удовлетворяет условию Липшица порядка* 1;

3) $$N(n) = o\left(\sqrt{n}\right),\ n \to \infty.$$

Тогда при $N(n) \to \infty$ *для оценки* (1) *имеем*

$$\hat{m}_N(x) \xrightarrow{p} m(x),\ x \in [-1,1].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хардле В.* Прикладная непараметрическая регрессия. М. : Мир, 1993. 349 с.
2. *Новиков В. В., Худошина А. О.* О состоятельности оценок ортогонального разложения по системе многочленов Якоби // Таврический вестник информатики и математики, 2019. № 2 (43). С. 67–76.