

О СРАВНЕНИИ ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ СИСТЕМ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН¹

С. В. Асташкин (Самара, Россия)

astash56@mail.ru

Будем говорить, что система случайных величин (с.в.) $\{f_i\}_{i=1}^{\infty}$, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$, мажорируется по распределению системой с.в. $\{g_i\}_{i=1}^{\infty}$, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega', \Sigma', \mathbb{P}')$, если для некоторого $C > 0$ и всех $m \in \mathbb{N}$, $a_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, \dots, m$, и $z > 0$ выполнено

$$\mathbb{P}\left\{\omega \in \Omega : \left|\sum_{i=1}^m a_i f_i(\omega)\right| > z\right\} \leq C \mathbb{P}'\left\{\omega' \in \Omega' : \left|\sum_{i=1}^m a_i g_i(\omega')\right| > C^{-1}z\right\}.$$

В докладе речь будет идти, главным образом, о некоторых результатах работы [1] о сравнении скалярных и векторнозначных линейных комбинаций с.в. с соответствующими линейными комбинациями функций Радемахера, определенных на $[0, 1]$ следующим образом:

$$r_i(t) = \operatorname{sign}(\sin 2^i \pi t), \quad i = 1, 2, \dots.$$

Приведем один из результатов.

Теорема 1. Предположим, что система с.в. $\{f_i\}_{i=1}^{\infty}$, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega, \Sigma, \mathbb{P})$, мажорируется по распределению последовательностью Радемахера $\{r_i\}_{i=1}^{\infty}$. Тогда существует $\tilde{C} > 0$ такое, что для каждого банахова пространства F и всех $m \in \mathbb{N}$, $x_i \in F$, $i = 1, 2, \dots, m$, и $z > 0$ имеет место следующее неравенство:

$$\mathbb{P}\left\{\omega \in \Omega : \left\|\sum_{i=1}^m x_i f_i(\omega)\right\|_F > z\right\} \leq \tilde{C} m \left\{t \in [0, 1] : \left\|\sum_{i=1}^m x_i r_i(t)\right\|_F > \tilde{C}^{-1} z\right\}$$

(m — мера Лебега).

В доказательстве теоремы 1 используются некоторые следствия положительного решения так называемой гипотезы Бернулли, полученного в 2013 г. В. Бедножем и Р. Латалой [2, 3].

Планируется также обсудить связь результатов [1] с результатами недавно опубликованной работы Ж. Бургейна и М. Левко [4].

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки (проект 1.1470.2016/1.4) и РФФИ (проект 17-01-00138).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асташкин С. В. О сравнении систем случайных величин с последовательностью Радемахера // Изв. РАН. Сер. матем. 2017. Т. 81, № 6. С. 5–22.
2. Bednorz W., Latała R. On the suprema of Bernoulli Processes // C.R. Math. Acad. Sci. Paris. 2013. Vol. 351. P. 131–134.
3. Bednorz W., Latała R. On the boundedness of Bernoulli processes // Annals Math. 2014. Vol. 180, № 3. P. 1167–1203.
4. Bourgain J., Lewko M. Sidonicity and variants of Kaczmarz’s problem // Ann. Inst. Fourier, Grenoble. 2017. Vol. 67, № 3. P. 1321–1352.

УДК 517.9

ДРОБНЫЙ ХАОС РАДЕМАХЕРА В ПРОСТРАНСТВАХ ОРЛИЧА¹

С. В. Асташкин, К. В. Лыков (Самара, Россия)

astash56@mail.ru, alkv@list.ru

Работа продолжает исследования [1–7] по поведению в симметричных пространствах на $[0, 1]$ системы Радемахера и производных от нее систем.

Как обычно, функции Радемахера определяются следующим образом: если $0 \leq t \leq 1$, то $r_j(t) := \operatorname{sign}(\sin(2^j \pi t))$, $j = 1, 2, \dots$. Напомним классические неравенства Хинчина [1, 8]: для любого $p \geq 1$ и произвольных $a_k \in \mathbb{R}$, $k = 1, 2, \dots$,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sum_{j=1}^{\infty} a_j^2 \right)^{1/2} \leq \left\| \sum_{j=1}^{\infty} a_j r_j \right\|_{L_p[0,1]} \leq \sqrt{p} \left(\sum_{j=1}^{\infty} a_j^2 \right)^{1/2}.$$

Эти соотношения вызвали большое количество исследований и обобщений, нашли многочисленные применения в различных разделах анализа. А. Я. Хинчин доказал их, «преследуя цель выяснения правильной скорости сходимости в усиленном законе больших чисел Э. Бореля» [9]. С точки зрения геометрии банаевых пространств неравенства Хинчина показывают, что пространства $L_p[0, 1]$, не являясь гильбертовыми при $p \neq 2$, тем не менее, содержат подпространства, изоморфные ℓ_2 . Вопрос о том, в каких симметричных пространствах X последовательность $\{r_j\}_{j=1}^{\infty}$ эквивалентна каноническому базису в ℓ_2 , был решен в работе Родина и Семенова [2], показавших, что последнее имеет место тогда и только тогда, когда X содержит сепарабельную часть пространства Орлича $\operatorname{Exp}L^2$, построенного по функции $M(u) = e^{u^2} - 1$. В работе [3] аналогичный вопрос изучался для системы $\{r_{j_1}(t) \cdot r_{j_2}(t)\}_{j_1 > j_2}$ произведений функций Радемахера, именуемой хаосом Радемахера второго порядка.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 17-01-00138 а и № 16-41-630676 р_а) и Министерства образования и науки РФ (проект 5-100).