результаты даже в том случае, когда $|a_r(j)| \geq c > 0$, $j \in \Omega_N$. Таким образом, возникает задача о поиске альтернативных методов решения уравнения (1).

Предлагается новый подход приближенного решения задачи (1), основанный на разложении искомого решения $y(j)$ на сетке $\Omega_{N+r} = \{0, 1, \ldots, N-1+r\}$ в конечный ряд Фурье по полиномам $\tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(x, N)$, $(n = 0, 1, \ldots, N-1+r)$, ортогональным по Соболеву в смысле скалярного произведения

$$\langle \tau_{r,n}^{\alpha,\beta}, \tau_{r,m}^{\alpha,\beta} \rangle = \sum_{k=0}^{r-1} \Delta^k \tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(0) \Delta^k \tau_{r,m}^{\alpha,\beta}(0) + \sum_{j=0}^{N-1} \Delta^r \tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(j) \Delta^r \tau_{r,m}^{\alpha,\beta}(j) \mu(j),$$

где $\alpha, \beta > -1$, $\mu(x)$ — дискретная весовая функция, задаваемая равенством

$$\mu(x) = \mu(x; \alpha, \beta, N) = \frac{\Gamma(N) 2^{\alpha+\beta+1}}{\Gamma(N+\alpha+\beta+1)} \frac{\Gamma(x+\beta+1)\Gamma(N-x+\alpha)}{\Gamma(x+1)\Gamma(N-x)}.$$

Полиномы $\tau_{r,n}^{\alpha,\beta}(x, N)$ определяются через классические полиномы Чебышева дискретной переменной с помощью следующих равенств:

$$\tau_{r,k}^{\alpha,\beta}(x, N) = \frac{x^{[k]}}{k!} \quad (k = 0, 1, \ldots, r-1),$$

$$\tau_{r,k+r}^{\alpha,\beta}(x, N) = \frac{1}{(r-1)!} \sum_{t=0}^{x-r} (x-1-t)^{[r-1]} \tau_k^{\alpha,\beta}(t, N).$$

УДК 517.518.23

МУЛЬТИПЛИКАТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕССЕЛЕВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А. А. Шкаликов (Москва, Россия)
shkalikov@mi.ras.ru

В докладе будут представлены последние результаты об описании пространств мультипликаторов действующих из одного пространства бесселевых потенциалов $H_p^s(\mathbb{R}^n)$ в другое пространство $H_q^{-t}(\mathbb{R}^n)$. Основное внимание будет уделено случаю, когда индексы гладкости этих пространств разного знака, т.е. $s, t \geqslant 0$. Соответствующее пространство мультипликаторов состоит из распределений u, таких, что для всех

$\varphi \in H_p^s(\mathbb{R}^n)$ произведение $\varphi \cdot u$ корректно определено и принадлежит пространству $H_q^{-t}(\mathbb{R}^n)$. В случае, когда $p \leqslant q$ и выполнено одно из условий

$$s \geqslant t \geqslant 0, \quad s > n/p, \quad \text{или} \quad t \geqslant s \geqslant 0, \quad t > n/q',$$

где $1/q + 1/q' = 1$, рассматриваемые пространства мультипликаторов удается описать явно, а именно

$$M[H_p^s(\mathbb{R}^n) \to H_q^{-t}(\mathbb{R}^n)] = H_{q,\,unif}^{-t}(\mathbb{R}^n) \cap H_{p',\,unif}^{-s}(\mathbb{R}^n),$$

где $H_{r,\,unif}^{\gamma}(\mathbb{R}^n)$ — пространства равномерно локализованных бесселевых потенциалов.

Для важного случая $s = t < n/\max(p, q')$ доказаны двусторонние вложения

$$H_{r_1,\,unif}^{-s}(\mathbb{R}^n) \subset M[H_p^s(\mathbb{R}^n) \to H_{q'}^{-s}(\mathbb{R}^n)] \subset H_{r_2,\,unif}^{-s}(\mathbb{R}^n),$$

где числа $r_1 > r_2 > 1$ указываются явно.

Полученные результаты имеют важные приложения в теории дифференциальных операторов с коэффициентами-распределениями (обыкновенных и с частными производными), о чем будет рассказано в докладе.

Доклад основан на совместных работах с М. И. Нейман-заде и А. А. Беляевым.

УДК 517.9

О РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ В ПОДГРУППАХ[1]

Ю. Н. Штейников (Москва, Россия)
yuriisht@gmail.com

Пусть G — мультипликативная подгруппа простого конечного поля из p элементов. Определим величины $T_k(G)$:

$$T_k(G) = |\{(x_1, ..., x_k, y_1, ..., y_k) \in G^{2k} : x_1 + ... + x_k = y_1 + ... + y_k\}|.$$

В своем докладе я расскажу о новой оценке для $T_k(G)$ и связанных с ней задачах.

Теорема. *При* $|G| < p^{1/2}$ *справедлива оценка*

$$T_3(G) = O(|G|^4 \log |G|.)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Heath-Brown D. R., Konyagin S. V.* New bounds for Gauss sums derived from kth powers, and for Heilbronn's exponential sum // Q. J. Math. 2000. Vol. 51, iss. 2. P. 221–235.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00005).