

Имеются аналогичные разложения для полиномов Бернштейна в случае произвольного модуля (7) с любым (не обязательно рациональным) значением $c \in (0, 1)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lorentz G. G.* Bernstein Polynomials. Toronto : Univ. of Toronto Press, 1953. 130 p.
2. *Виденский В. С.* Многочлены Бернштейна. Учебное пособие к спецкурсу. Л. : ЛГПИ им. А. И. Герцена, 1990. 64 с.
3. *Bustamante J.* Bernstein Operators and Their Properties. Birkhäuser, 2017. 420 p.
4. *Popoviciu T.* Sur l'approximation des fonctions convexes d'ordre supérieur // Mathematica. 1935. Т. 10. Р. 49–54.
5. *Тихонов И. В., Шерстюков В. Б.* Приближение модуля полиномами Бернштейна // Вестник ЧелГУ. Математика. Механика. Информатика. 2012. Вып. 15. № 26. С. 6–40.
6. *Тихонов И. В., Шерстюков В. Б., Петросова М. А.* Полиномы Бернштейна: старое и новое // Матем. форум. Том. 8. Часть 1. Исследования по матем. анализу. Владикавказ : ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2014. С. 126–175.
7. *Тихонов И. В., Шерстюков В. Б., Цветкович Д. Г.* Как выглядят аттракторы нулей для классических полиномов Бернштейна // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2017. № 2. С. 59–73.

УДК 517.5

ДВОИЧНЫЕ МАСШТАБИРУЮЩИЕ СПЛАЙН-ФУНКЦИИ¹

С. А. Чумаченко (Саратов, Россия)
chumachenkosergei@gmail.com

Пусть $If(x) = \int_0^x f(t) dt$ ($x \in [0, 1]$) — оператор интегрирования, $W_{2^m-1}(x) = \prod_{k=0}^{m-1} r_k(x)$ — функции Уолша, $m \in \mathbb{N}, m \geq 2$.

Определение 1. Функцию

$$\varphi_m(x) = \begin{cases} 2^{\frac{m^2+3m-2}{2}} I^m W_{2^m-1}(x), & x \in [0, 1], \\ 0, & x \notin [0, 1]. \end{cases}$$

будем называть *двоичным базисным сплайном m -й степени*.

Для удобства, мы выбрали функции φ_m нормированными в C . В [1] было доказано, что система сжатий и сдвигов функции $\varphi_m(x)$ является базисом в пространстве $C_0[0, 1]$ и справедливо неравенство

$$|f(x) - S_{2^n+j}(x)| \leq \omega_f\left(\frac{1}{2^{n+2}}\right) + \omega_f^2\left(\frac{1}{2^{n+2}}\right).$$

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00152).

где $S_{2^n+j}(x)$ — значение частичных сумм в точке x , ω_f , ω_f^2 — модули непрерывности первого и второго порядка.

Обозначим $F(x) = \varphi_m(\frac{x}{2^m})$. Отметим, что $\text{supp}F = [0, 2^m]$.

Теорема 1. Справедливо равенство

$$F(x) = \frac{1}{2^m} F(2x - 0) + \sum_{t=1}^{2^m-1} \frac{1}{2^{m-1}} F(2x - t) + \frac{1}{2^m} F(2x - 2^m)$$

При каждом $n \in \mathbb{Z}$ образуем подпространства

$$V_n = \overline{(2^{\frac{n}{2}} F(2^n x + k))_{k \in \mathbb{Z}}}$$

Определение 2. Если выполнены условия (аксиомы)

- A1) $V_n \in V_{n+1}$;
- A2) $\bigcup_{n \in \mathbb{Z}} V_n = L_2(\mathbb{R})$;
- A3) $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}} V_n = 0$,

то совокупность $(V_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ называют *обобщенным кратномасштабным анализом*. Говорят также, что функция F порождает *обобщенный КМА*.

Теорема 2. Совокупность $(V_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ образует обобщенный КМА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чумаченко С. А. Об одном из аналогов системы Фабера – Шаудера // Тр. матем. центра им. Н. И. Лобачевского. 2016. Т. 53. С. 163.
2. Hongkai Zhao, editor Mathematics in image processing // IAS/Park City mathematics series. 2013. Vol. 19. P. 245.
3. Кашин Б. С., Саакян А. А. Ортогональные ряды. М. : АЦФ, 1999. 550 с.
4. Аубакиров Т. У., Бокаев Н. А. О новом классе систем функций типа Фабера – Шаудера // Матем. заметки. 2007. Т. 82, № 5. С. 643–651.

УДК 517.518

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ГЛАДКИМИ ФУНКЦИЯМИ НА ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКЕ¹

С. А. Чумаченко, А. М. Шеина (Саратов, Россия)
chumachenkosa@info.sgu.ru, sheinaam@info.sgu.ru

Рассмотрим третью функцию Уолша. Проинтегрировав дважды эту функцию, получим гладкую функцию

$$\psi(x) = (4I)^2 \omega_3(x),$$

¹Работа Чумаченко С. А. поддержана грантом РФФИ 16-01-00152а.