Теорема. *Пусть $f(x) \in B$ имеет ряда Фурье (3) с показателями, удовлетворяющих условий (4). Если этот ряд допускает малых пропусков вида $n_{k+1} - n_k \geq \frac{4\pi}{T}$ $(T \to \infty)$ и*

$$\int_1^\infty \omega_k(f;h)_B \sqrt{S(x)} \frac{dx}{x} < \infty,$$

где $\omega_k(f;h)_B$ — модуль гладкости функции, а

$$S(t) = \sum_{n_k \leq t} 1,$$

то

$$\sum_{k=1}^\infty |A_{n_k}| < \infty.$$

Эта теорема содержит результатов Нобля и Кеннеди, потому что из неравенства

$$l = \inf_{k \geq 0}(n_{k+1} - n_k) \geq \frac{4\pi}{T}$$

вытекает, что $n_k \geq lk$ $(k = 1, 2, \ldots)$, поэтому

$$\sum_{n_k \leq x} 1 \leq \sum_{lk \leq x} 1 \leq \frac{x}{l}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Noble M. E.* Coefficient properties of Fourier series with a gap condition // Math. Ann. 1958. Vol. 128. P. 55–62.

2. *Kennedy P. B.* Fourier series with gap // Quart. Journ. Math. 1956. Vol. 7. P. 224–230.

3. *Боянич Р., Томич М.* Об абсолютной сходимости рядов Фурье с малыми пропусками // Матем. сб. 1966. Т. 70, вып. 112, № 3. С. 297–309.

4. *Хасанов Ю. Х.* Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций // Матем. заметки. 2013. Т. 94, № 5. С. 745–756.

5. *Хасанов Ю. Х.* Об абсолютной суммируемости рядов Фурье почти-периодических функций // Anal. Math. 2013. Т. 39. С. 259–270.

УДК 517.5

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ НА СИМПЛЕКСАХ

Р. Ш. Хасянов (Саратов, Россия)
hasbendshurich@gmail.com

В работе [2] на треугольнике был построен многочлен третьей степени, производные которого интерполируют производные до третьего

порядка включительно функции четвёртого порядка гладкости. Оценки отклонения производных функции от многочлена получены в терминах производных по направлениям сторон треугольника. В [1] аналогичный результат был получен для функции, заданной в тетраэдре. Мы будем строить многочлен третьей степени на симплексе произвольной размерности. Получим оценки отклонения производных функции от производных многочлена, которые будут зависеть от одной геометрической характеристики симплекса в случае размерностей 3 и 4 и от двух в пространствах большей размерности.

Пусть $\overline{T} = A_0 A_1 ... A_n$ есть n-симплекс ($n \geq 3$), d - диаметр этого симплекса (длина наибольшего ребра). Пусть $c_n > 1$. Назовём ребро длинным, если оно больше, чем $\dfrac{d}{c_n}$, и неизвестным в противном случае. Будем предполагать, что симплекс $\overline{T}$ выбран таким образом, что в нём можно найти вершину, из которой выходят по крайней мере $(n-1)$ длинное рёбро и пусть это вершина A_n. Длинные рёбра обозначим $[A_n A_m]$ и $[A_n A_l]$, неизвестные — $[A_n A_s]$.

Пусть

$$M_4 = \max_{0 \leq i_j \leq 4 : \sum i_j = 4} \max_{\mathbf{x} \in T} \left| \frac{\partial^4 f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{e}_1^{i_1} \partial \mathbf{e}_2^{i_2} \partial \mathbf{e}_3^{i_3} \partial \mathbf{e}_4^{i_4}} \right|.$$

Будем считать, что точка $\mathbf{x}$ задана своими барицентрическими координатами $(x_1, x_2, ..., x_n)$.

Пусть многочлен

$$Q(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{n} a_i x_i^3 + \sum_{\substack{0 \leq i,j \leq n \\ i \neq j}} a_{ij} x_i^2 x_j + \sum_{0 \leq i < j < k \leq n} a_{ijk} x_i x_j x_k.$$

удовлетворяет следующим интерполяционным условиям:

$$f(A_i) = Q(A_i), \quad i = \overline{0, n},$$

$$\frac{\partial f(A_i)}{\partial \mathbf{e}_{ij}} = \frac{\partial Q(A_i)}{\partial \mathbf{e}_{ij}}, \quad i, j = \overline{0, n}, \quad i \neq j,$$

$$\frac{\partial (Q - f)(P_{nk})}{\partial \mathbf{e}_{np}} = 0, \quad n > k > p \geq 0,$$

$$\frac{\partial (Q - f)(P_{ij})}{\partial \mathbf{e}_{np}} = 0, \quad 0 \leq i, j < p < n,$$

где P_{ij} есть середина отрезка $[A_i A_j], \mathbf{e}_{ij} = \dfrac{\overrightarrow{A_i A_j}}{|A_i A_j|}$.

Теорема. *Пусть* $f(\mathbf{x}) \in C^4(\overline{T})$, *тогда для любой точки* $\mathbf{x} \in \overline{T}$

$$\left| \frac{\partial^r (Q-f)(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{e}^i_{nm} \partial \mathbf{e}^j_{nl} \partial \mathbf{e}^{r-i-k}_{ns}} \right| \le 16 c_n M_4 d^{4-r}, \quad 1 \le r \le 3, \quad 0 \le i,j \le r, \quad i+j \le r. \tag{1}$$

Предложение. 1. *В любом тетраэдре можно найти вершину, из которой выходят по крайней мере два ребра, больших* $\frac{d}{2}$, *и в любом* 4-*симплексе есть вершина, из которой исходят по крайней мере три ребра, больших* $\frac{d}{2}$.

2. *Для любого натурального* $n \ge 5$ *и для всякого* $c > 0$ *существует такой* n-*симплекс, из всех вершин которого выходят по крайней мере два ребра, длина которых не больше, чем* $\frac{d}{c}$.

Следствие. *В случаях размерностей* $n = 3$ *и* $n = 4$ *в неравенствах* (1) *можно избавиться от параметра* c_n *и получить следующие оценки:*

$$\left| \frac{\partial^r (Q-f)(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{e}^i_{nm} \partial \mathbf{e}^j_{nl} \partial \mathbf{e}^{r-i-k}_{ns}} \right| \le 32 M_4 d^{4-r}, \quad 1 \le r \le 3, \quad 0 \le i,j \le r, \quad i+j \le r.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куприянова Ю. В.* Об одной теореме из теории сплайнов // Журн. вычисл. матем. и матем. физи. 2008. Т. 48. С. 206–211.

2. *Куприянова Ю. В.* Об аппроксимации производных интерполяционного многочлена по направлениям на треугольнике // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы конф. Воронеж, 2007. С. 120–121.

УДК 517.9

ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ

Г. В. Хромова (Саратов, Россия)

khromovagv@info.sgu.ru

Рассматривается уравнение

$$Au \equiv \int_0^x \left[\frac{(x-t)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} - \frac{(x-t)^{\beta}}{\Gamma(1+\beta)} \right] u(t)dt = f(x), \tag{1}$$

где $\Gamma(*)$ — гамма-функция, $0 < \beta < 1$, $u(x) \in C[0,1]$, а функция $f(x)$ задана ее δ-приближением $f_\delta(x) : \|f_\delta - f\|_{L_2} \le \delta$.