Тогда для любой $f \in L^1_{\widetilde{\Lambda}-loc}(X)$ *выполнено* $\lim\limits_{n\to\infty} T_n f(x) = f(x)$ $\mu-$ *почти всюду.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fremlin D. H.* Measure theory. Vol. 2. Colchester :Torres Fremlin, 2001. 563 p.

УДК 517.518.66

ОБ АБСОЛЮТНОЙ СХОДИМОСТИ РЯДОВ ФУРЬЕ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С МАЛЫМИ ПРОПУСКАМИ

Ю. Х. Хасанов, Ф. М. Талбаков (Душанбе, Таджикистан)

yukhas60@mail.ru

Пусть $f(x)$ — интегрируемая на отрезке $[-\pi, \pi]$ периодическая функция и имеет ряда Фурье

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \tag{1}$$

где

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos ntdt, \;\; b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin ntdt.$$

Определение. *Ряд Фурье функции* $f(x)$ *имеет пропуски, если* $a_n^2 + b_n^2 > 0$ *только для* $n = n_k$ $(k = 1, 2, \ldots)$, *где* $1 < n_1 < n_2 < \ldots$ *натуральные числа.*

Пусть $f(x)$ — непрерывная функция или функция с ограниченным изменением на отрезке $[-\pi, \pi]$, где $0 < \eta < \pi$, а последовательность n_k $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ удовлетворяет условию малых пропусков, т.е.

$$n_{k+1} - n_k \geq \frac{4\pi}{\eta}. \tag{2}$$

М. Нобль [1] показал, что если функция $f(x)$ имеет ограниченное изменение и

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\sqrt{\omega(\frac{1}{n}, f)} < \infty,$$

и, кроме того, если при $k \to \infty$, выполняется соотношения

$$\frac{n_{k+1} - n_k}{\log n_k} \to \infty,$$

то ряд (1) сходится абсолютно. П. Кеннеди [2] доказал, что для абсолютной сходимости рядов вида (1) достаточно, чтобы выполнялись условия $n_{k+1} - n_k \to \infty$ при $k \to \infty$.

Обобщая результаты Нобля и Кеннеди для рядов Фурье с малыми пропусками вида (2), Р. Боянич и М. Томич [3] доказали, что если этот ряд на отрезке $[-\eta, \eta] \subset [-\pi, \pi]$ $(0 < \eta < \pi)$ имеет модуль непрерывности вида

$$\omega(h, f) = \sup_{|x_1 - x_2| \le h} |f(x_1) - f(x_2)| \quad (x_1, x_2 \in [-\eta, \eta]),$$

то условия

$$\int_{-\eta}^{\eta} |df(t)| < \infty, \ \int_0^1 \omega(\frac{1}{t}, f) \left(\sum_{n_k \le t} 1 \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dt}{t} < \infty,$$

влекут сходимость ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} (|a_{n_k}| + |b_{n_k}|).$$

В настоящей работе найдены достаточные условия абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций с малыми пропусками вида (2) в равномерной метрике. Однако в отличие от периодических функций, где условия накладываются только на гладкости функций, здесь потребуются дополнительные условия и на поведения показателей Фурье (см. напр., [4] или [5]).

Пусть $f(x)$ — равномерная почти-периодическая функция, т.е. $f(x) \in \in B$ и ее ряд Фурье имеет вид

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n exp(i\lambda_n x), \tag{3}$$

где

$$A_n = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(x) exp(-i\lambda_n x)\, dx$$

— коэффициенты Фурье функций $f(x) \in B$, а $\{\lambda_n\}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ — показатели Фурье, которые имеют единственную предельную точку в бесконечности т.е.

$$\lambda_0 = 0, \ \lambda_{-n} = -\lambda_n, \ \lambda_n \le \lambda_{n+1}, \ \lim_{n \to \infty} \lambda_n = \infty. \tag{4}$$

Теорема. *Пусть* $f(x) \in B$ *имеет ряда Фурье* (3) *с показателями, удовлетворяющих условий* (4). *Если этот ряд допускает малых пропусков вида* $n_{k+1} - n_k \geq \frac{4\pi}{T}$ $(T \to \infty)$ *и*

$$\int_1^\infty \omega_k(f;h)_B \sqrt{S(x)} \frac{dx}{x} < \infty,$$

где $\omega_k(f;h)_B$ *— модуль гладкости функции, а*

$$S(t) = \sum_{n_k \leq t} 1,$$

то

$$\sum_{k=1}^{\infty} |A_{n_k}| < \infty.$$

Эта теорема содержит результатов Нобля и Кеннеди, потому что из неравенства

$$l = \inf_{k \geq 0}(n_{k+1} - n_k) \geq \frac{4\pi}{T}$$

вытекает, что $n_k \geq lk$ $(k = 1, 2, \ldots)$, поэтому

$$\sum_{n_k \leq x} 1 \leq \sum_{lk \leq x} 1 \leq \frac{x}{l}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Noble M. E.* Coefficient properties of Fourier series with a gap condition // Math. Ann. 1958. Vol. 128. P. 55–62.

2. *Kennedy P. B.* Fourier series with gap // Quart. Journ. Math. 1956. Vol. 7. P. 224–230.

3. *Боянич Р., Томич М.* Об абсолютной сходимости рядов Фурье с малыми пропусками // Матем. сб. 1966. Т. 70, вып. 112, № 3. С. 297–309.

4. *Хасанов Ю. Х.* Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций // Матем. заметки. 2013. Т. 94, № 5. С. 745–756.

5. *Хасанов Ю. Х.* Об абсолютной суммируемости рядов Фурье почти-периодических функций // Anal. Math. 2013. Т. 39. С. 259–270.

УДК 517.5

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ НА СИМПЛЕКСАХ

Р. Ш. Хасянов (Саратов, Россия)
hasbendshurich@gmail.com

В работе [2] на треугольнике был построен многочлен третьей степени, производные которого интерполируют производные до третьего