СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Temlyakov V. N.* Greedy approximation in convex optimization // Constr. Approx. 2015. Vol. 41, no. 2. P. 269–296.

2. *Frank M., Wolfe Ph.* An algorithm for quadratic programming // Naval Research Logistics Quarterly. 1956. Vol. 3, № 1—2. P. 95–110.

3. *Левитин Е. С., Поляк Б. Т.* Методы минимизации при наличии ограничений // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1966. Т. 6, вып. 5. С. 787–823.

4. *Демьянов В. Ф., Рубинов А. М.* Приближенные методы решения экстремальных задач. Л. : Ленингр. ун-т, 1968. 180 с.

5. *Temlyakov V. N.* Dictionary descent in optimization // Analysis Mathematica. 2016. Vol. 42, № 1. P. 69–89.

6. *DeVore R. A., Temlyakov V. N.* Convex optimization on Banach spaces // Found. Comput. Math. 2016. Vol. 16, № 2. P. 369–394.

7. *Nguyen H., Petrova G.* Greedy Strategies for Convex Optimization // Calcolo. 2017. Vol. 54, № 1. P. 207–224.

8. *Freund R. M., Grigas P.* New analysis and results for the Frank-Wolfe method // Math. Program. 2016. Vol. 155, № 1–2. P. 199–230.

9. *Jaggi M.* Revisiting Frank–Wolfe: Projection-free sparse convex optimization // ICML'13 : Proc. 30th Intern. Conf. on Machine Learning. Atlanta, GA, USA, 2013. P. 427–435.

10. *Clarkson K. L.* Coresets, sparse greedy approximation, and the Frank–Wolfe algorithm // ACM Transactions on Algorithms. 2010. Vol. 6, № 4. P. 1–30.

11. *Dereventsov A.V.* On the approximate weak Chebyshev greedy algorithm in uniformly smooth Banach spaces // J. Math. Anal. and Appl. 2016. Vol. 436, № 1. P. 288–304.

УДК 517.518

КОНТИНУАЛЬНЫЕ МНОЖЕСТВА ЕДИНСТВЕННОСТИ ДЛЯ КРАТНЫХ РЯДОВ ВИЛЕНКИНА

М. Г. Плотников (Вологда, Россия)
MGPlotnikov@gmail.com

Пусть $\{f_n\}$ — система функций, заданных на некотором множестве X. Множество $A \subset X$ называется *множеством единственности* (иначе, $\mathcal{U}$-*множеством*) для рядов $\sum\limits_n a_n f_n(x)$, если любой такой ряд, сходящийся к нулю на $X \setminus A$, содержит лишь нулевые коэффициенты.

Континуальные множества единственности для сходящихся по прямоугольникам кратных рядов Уолша изучались в работах [1–4] и ряде других. Наиболее широкие известные классы $\mathcal{U}$-множеств для таких рядов построены в [3, 4]. В [5–8] строились $\mathcal{U}$-множества для сходящихся по кубам и λ-сходящихся кратных рядов Уолша на многомерной двоичной группе G^d. Отметим [9], что классы $\mathcal{U}$-множеств при таких типах сходимости и при сходимости по прямоугольникам не совпадают.

Результаты работы [6] были обобщены [10, 11] на случай кратных рядов по системам характеров нульмерных компактных абелевых групп.

В частности, в [11] показано, что существуют континуальные множества единственности для таких рядов при сходимости по кубам.

Здесь мы рассматриваем *$\mathcal{P}$-ичные группы Виленкина* $G_{\mathcal{P}}$, где $\mathcal{P} = \{p_k\}_{k=0}^{\infty}$ — произвольная последовательность простых чисел. $G_{\mathcal{P}}$ есть множество последовательностей

$$t = (t_0, t_1, \ldots), \quad t_k = 0, \ldots, p_k - 1,$$

а групповая операция — покоординатное сложение по модулям p_k. $G_{\mathcal{P}}$ является нульмерной компактной абелевой группой. Системой характеров этой группы служит *система Виленкина* $\{V_n\}_{n=0}^{\infty}$. Положим $m_0 = 1$ и $m_k = p_0 p_1 \ldots p_{k-1}$ при $k = 1, 2, \ldots$. В нумерации Пэли функции V_n определяются формулами

$$V_n(t) = \prod_{k=0}^{\infty} (R_k(t))^{n_k}, \quad R_k(t) \stackrel{\text{def}}{=} \exp\left(\frac{2\pi i t_k}{p_k}\right),$$

$$n = \sum_{k=0}^{\infty} n_k m_k \quad (n_k = 0, \ldots, p_k - 1), \quad t = (t_0, t_1, \ldots) \in G.$$

Функции $R_k(t)$ называют *функциями Радемахера* на $G_{\mathcal{P}}$.

Следующий результат дает достаточное условие принадлежности заданного множества семейству континуальных $\mathcal{U}$-множеств для кратных рядов по системе $\{V_n\}$. Напомним, что множество $A \subset X$ называют *множеством Дирихле* для системы функций $\{g_n\}_{n=0}^{\infty}$, заданной на X, если

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in A} |1 - g_n(x)| = 0.$$

Теорема 1. *Предположим, что заданы $\lambda > 1$ и возрастающая последовательность $\{s_k\}$ натуральных чисел. Пусть $A \subset (G_{\mathcal{P}})^d$ — произвольное множество Дирихле для системы $\{g_k\}$, где*

$$g_k \stackrel{\text{def}}{=} R_{s_k}\left(t^1\right) \cdot \ldots \cdot R_{s_k}\left(t^d\right), \quad \left(t^1, \ldots, t^d\right) \in (G_{\mathcal{P}})^d.$$

Тогда A является множеством единственности для d-кратных рядов по системе $\{V_n\}$ при λ-сходимости.

Отметим, что каждое множество A из теоремы 1 можно вложить в некоторое совершенное множество Дирихле для системы $\{g_k\}$.

Теорему 1 можно усилить, заменив сходимость к нулю сходимостью к суммируемой функции.

Теорема 2. *В условиях предыдущей теоремы предположим, что d-кратный ряд по системе Виленкина λ-сходится к конечной сумме $f(\mathbf{t})$*

для всех $\mathbf{t} \in (G_{\mathcal{P}})^d \setminus A$. *Если функция* f *суммируема, то данный ряд является ее рядом Фурье – Виленкина.*

В [7] для кратных рядов Уолша задача восстановления рядов, сходящихся вне множеств Дирихле для систем $\{g_k\}$, была решена для сходимости к произвольным функциям f. Для этого был построен процесс интегрирования, определенный на классе, включающем все подобные функции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Скворцов В. А.* О коэффициентах сходящихся кратных рядов Хаара и Уолша // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. 1973. № 6. С. 77–79.

2. *Лукомский С. Ф.* О некоторых классах множеств единственности кратных рядов Уолша // Матем. сб. 1989. Т. 180, № 7. С. 937–945.

3. *Гоголадзе Л. Д.* К вопросу восстановления коэффициентов сходящихся кратных функциональных рядов // Изв. РАН. Сер. матем. 2008. Т. 72, № 2. С. 83–90.

4. *Жеребьева Т. А.* Об одном классе множеств единственности для кратных рядов Уолша // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2009. № 2. С. 14–21.

5. *Плотников М. Г.* О множествах единственности для кратных рядов Уолша // Матем. заметки. 2007. Т. 81, вып. 2. С. 265–279.

6. *Плотников М. Г.* О кратных рядах Уолша, сходящихся по кубам // Изв. РАН. Сер. матем. 2007. Т. 71, № 1. С. 61–78.

7. *Плотников М. Г.* Квазимеры на группе G^m, множества Дирихле и проблемы единственности для кратных рядов Уолша // Матем. сб. 2010. Т. 201, № 12. С. 131–156.

8. *Плотников М. Г.* λ-Сходимость кратных рядов Уолша-–Пэли и множества единственности // Матем. заметки. 2017. Т. 102, вып. 2. С. 292–301.

9. *Lukomskii S. F.* On a U-set for multiple Walsh series // Anal. Math. 1992. Vol. 18, № 2. P. 127–138.

10. *Юрченко И. С.* О множествах единственности кратных рядов по системе характеров нуль-мерной группы в смысле сходимости по кубам // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 2, ч. 1. С. 35–43.

11. *Юрченко И. С.* U-множества для системы характеров нульмерной группы в смысле сходимости по кубам // Современные проблемы теории функций и их приложения : материалы 18-й междунар. Сарат. зимн. шк. СаратовЁ: ООО «Научная книга», 2016. С. 349–351.

УДК 517.955+004.94

МЕТОД ДВИЖЕНИЯ РАЗРЫВОВ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

А. В. Подорога, И. В. Тихонов (Москва, Россия)
anastasiapodoroga@gmail.com, ivtikh@mail.ru

При макроскопическом моделировании транспортных потоков часто используют квазилинейное уравнение дорожного движения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = 0, \qquad x \in \mathbb{R}, \qquad t \geqslant 0. \tag{1}$$