где $M(r,f)=\max\limits_{|z|=r}|f(z)|$.

Фактор Вейерштрасса имеет вид:

$$A\left(\frac{z}{z_k},q\right)=\left(1-\frac{z}{z_k}\right)\exp\left\{\frac{z}{z_k}+\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z_k}\right)^2+...+\frac{1}{q}\left(\frac{z}{z_k}\right)^q\right\},$$

где $q$ — наименьшее целое число, для которого $\int\limits_0^{+\infty} t^{-q-1}n(t)dt=+\infty$, $q>0$, $|z|<t$, $n(r)=\{card z_k : |z|\le r\}$ (см. [1, 2]).

*Замечание.* Отметим, что для класса $A^p_{\omega,\rho}(C)$ с весом автором была получена характеризация корневых множеств в работе [3].

**Теорема.** *Пусть $0<p<+\infty$. Тогда следующие утверждения равносильны:*

*1) $f\in A^p_{\omega,\rho}(C)$;*

*2) $f$ допускает представление $f(z)=A\left(\frac{z}{z_k},q\right)\cdot\exp\{P_m(z)\}$, $m<\frac{\rho}{p}$, $\frac{\rho}{p}$ — не целое число. При этом нули $z_k$, $k=0,1,...$, функции $f$ удовлетворяют условию $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{(n(2^k))^p}{2^{k\rho}}<+\infty$.*


СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гольдберг А. А., Островский И. В.* Распределение значений мероморфных функций. М. : Наука, 1979.

2. *Левин Б. Я.* Распределение корней целых функций. М. : Гостехиздат, 1956.

3. *Охлупина О. В.* Обобщение теоремы Валирона на случай целых функций с весом // Вестн. Брянск. гос. ун-та. Сер. точные и естественные науки. 2015. № 3. С. 400–408.



УДК 517.54


## ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДНОЙ ШВАРЦА ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ[1]


**Н. А. Павлов (Владивосток, Россия)**

npamcs@gmail.com


Рассмотрим класс $\mathfrak{B}_1$ функций $f$ голоморфных в единичном круге $U_z=\{z:|z|<1\}$, $\operatorname{Re} f\ge 0$, с разложением:

$$f(z)=a_1(z-1)+a_2(z-1)^2+a_3(z-1)^3+\angle o((z-1)^3),\quad z\to 1,\quad (1)$$

где $\angle o((z-1)^3)$ означает бесконечно малую по сравнению с функцией $(z-1)^3$ при $z\to 1$ в любом углу Штольца с вершиной в 1, лежащем в


[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 14-11-00022-П).

круге $U_z$. Пусть $r(D,z)$ — внутренний радиус открытого множества $D$ относительно точки $z \in D$ [1]. Методами теории потенциала [2] установлен следующий результат для производной Шварца [1].

**Теорема 1.** *Пусть функция $f$ принадлежит классу $\mathfrak{B}_1$, и справедливо разложение (1) с коэффициентами $a_1$ и $a_2$ такими, что $a_1 > 0$, $a_1 + 2\operatorname{Re} a_2 = 0$. Пусть $\Phi$ — преобразование области $f(U_z)$ в область $\Phi f(U_z)$, удовлетворяющее условию*

$$r(f(U_z),t) \le r(\Phi f(U_z),t)$$

*для достаточно малых $t > 0$. Пусть $H$ — верхняя полуплоскость, $\Psi : i\Phi f(U_z) \to H$ — голоморфная функция, для которой*

$$\Psi(w) = w + b_2 w^2 + b_3 w^3 + \angle o(w^3), \quad w \to 0,$$

*где $\operatorname{Im} b_2 = 0$. Тогда справедливо неравенство*

$$\operatorname{Re}\left[-S_f(1) + a_1^2 S_\Psi(0)\right] \ge 0.$$


СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dubinin V. N.* Condenser capacities and symmetrization in geometric function theory. Basel : Springer, 2014. 344 p.

2. *Дубинин В. Н.* Геометрические оценки производной Шварца // УМН. 2017. Т. 72, вып. 3 (435). С. 97–130.



УДК 517.57


## О $C^m$–ОТРАЖЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ЗАМКНУТЫХ ЖОРДАНОВЫХ КРИВЫХ НА ПЛОСКОСТИ[1]


**П. В. Парамонов (Москва, Россия)**

petr.paramonov@list.ru


Пусть $D$ — жорданова область в $\mathbf{R}^2$ с границей $\Gamma$, $\Omega$ — дополнение в $\mathbf{R}^2$ к замыканию $\overline{D}$ области $D$. Пусть $f \in C(\overline{D})$ – вещественная функция, гармоническая в $D$, а $g$ — решения задачи Дирихле в $\Omega$ с граничной функцией $f|_\Gamma$. Функция $g$ называется *гармоническим отражением* функции $f$ относительно кривой $\Gamma$.

В докладе планируется обсудить следующий вопрос.

*При заданных $m > 0$ и $k > 0$, для каких $\Gamma$ из условия $f \in C^m(\overline{D})$ следует, что $g \in C^k(\overline{\Omega})$ ?*


[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 1.3843.2017/4.6).