2. *Hurwitz A.* Über die Anzahl der Riemannsche Flaĉhen mit gegeben Verzweigungpunkten // Math. Ann. 1902. Vol. 55. P. 53–66.

3. *Медных А. Д.* Неэквивалентные накрытия римановых поверхностей с заданным типом ветвления // Сиб. матем. журн. 1984. Т. 25, № 4. С. 120–142.

4. *Медных А. Д.* Новый метод подсчета числа накрытий над многообразием с конечно порожденной фундаментальной группой // Докл. РАН. 2006. Т. 409, № 2. С. 158–162.

5. *Ландо С. К.* Разветвленные накрытия двумерной сферы и теория пересечений в пространствах мероморфных функций на алгебраических кривых // УМН. 2002. Т. 57, вып. 3(345). С. 29–98.

6. *Ландо С. К., Звонкин А. К.* Графы на поверхностях и их приложения. М. : МЦНМО, 2010. 480 с.

7. *Насыров С. Р.* Геометрические проблемы теории разветвленных накрытий римановых поверхностей. Казань : Магариф, 2008. 276 с.

8. *Насыров С. Р.* Нахождение полинома, униформизирующего заданную компактную риманову поверхность // Матем. заметки. 2012. Т. 91, вып. 4. С. 597–607.

9. *Насыров С. Р.* Униформизация односвязных разветвленных накрытий сферы рациональными функциями // Докл. АН. 2017. Т. 476, №Ё1. С. 14–16.

10. *Насыров С. Р.* Униформизация однопараметрических семейств комплексных торов // Изв. вузов. Математика. 2017. № 8, С. 42–52.

УДК 517.51

ИСПРАВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ТИПА ЛАГРАНЖА – СТИЛТЬЕСА

В. В. Новиков (Саратов, Россия)
vvnovikov@yandex.ru

Пусть P_n — ортогональный многочлен Лежандра степени n и E_{n+1} — многочлен Стилтьеса степени $n+1$, определенный с точностью до постоянного множителя условием

$$\int_{-1}^{1} E_{n+1}(x)P_n(x)x^k dx = 0, \quad k = 0, 1, \ldots, n, \quad n \geq 1.$$

Известно (см., например, [1]), что нули $\{\xi_{i,n+1}\}_{i=1}^{n+1}$ многочлена E_{n+1} являются простыми, действительными и лежат в $(-1, 1)$. В [2] установлено, что константы Лебега интерполяционного процесса Лагранжа с узлами $\{\xi_{i,n+1}\}$ имеют оптимальный логарифмический порядок роста подобно интерполяционным константам Лебега для узлов Чебышева. Там же показано, что распределение нулей многочленов $\{E_{n+1}\}$ подчиняется закону арккосинуса. Кроме того, было обнаружено [3], что узлы $\{\xi_{i,n+1}\}$ играют важную роль в теории квадратурных формул (формула Гаусса – Кронрода). Указанные факты обусловили интерес ряда авторов (см.

библиографию в [1] и [2]) к изучению различных аспектов интерполяции с узлами в нулях многочленов $\{E_{n+1}\}$ и их обобщений.

Хорошо известно, что интерполяционный процесс Лагранжа непрерывной функции с узлами в нулях многочленов Чебышева может расходиться всюду (с произвольными узлами — почти всюду [4]), подобно ряду Фурье суммируемой функции. В то же время, показано [5], что любую измеримую (конечную п.в.) функцию можно исправить на множестве сколь угодно малой меры так, что ее ряд Фурье станет равномерно сходящимся. Возникает вопрос, не обладает ли класс непрерывных функций подобным свойством по отношению к интерполяционному процессу по той или иной матрице узлов? Обозначим для функции f, заданной на $[-1,1]$, через $L_{n+1}(S,f,x)$ многочлен Лагранжа, интерполирующий ее в узлах $(n+1)$–ой строки матрицы $S=\{\xi_{i,n+1}\}_{i=1,n=0}^{n+1,\infty}$. Показано, что существует матрица узлов интерполирования S_γ, как угодно близкая к матрице S, такая, что после исправления (с сохранением непрерывности) функции $f\in C[-1,1]$ на множестве как угодно малой меры, интерполяционный процесс с узлами S_γ будет сходится к исправленной функции равномерно внутри $(-1,1)$. Отметим, что для самой матрицы S вопрос открыт. Справедливо следующее утверждение.

Теорема *Пусть последовательность* $\gamma=\{\gamma_n\}_{n=1}^{\infty}\subset\mathbb{R}_+$ *такова, что* $\gamma_n\to 0$ *при* $n\to\infty$. *Тогда существует матрица узлов интерполирования* $S_\gamma=\{y_{k,n+1}\}_{k=1,n=0}^{n+1,\infty}$ *со следующими свойствами:*

1) $|\xi_{k,n+1}-y_{k,n+1}|<\gamma_{n+1}$, $1\le k\le n+1$, $n\ge 0$;

2) *для любых* $f\in C[-1,1]$, $-1<a<b<1$, *и* $0<\delta<b-a$ *найдутся функция* $g\in C[-1,1]$ *и множество* $E\subset[a,b]$, $\mathrm{mes}E>b-a-\delta$, *такие, что* $f=g$ *на* E *и*

$$\lim_{n\to\infty}\|L_{n+1}(S_\gamma,g,\cdot)-g\|_{C[a,b]}=0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Peherstorfer F.* Stieltjes polynomials and functions of the second kind // J. Comput. and Appl. Math. 1995. Vol. 65. P. 319–338.

2. *Mastroianny G., Ehrich S.* Stieltjes polynomials and Lagrange interpolation // Math. Comput. 1997. Vol. 66. № 217. P. 311–331.

3. *Barrucand P.* Intégration Numerique, Abscisses de Kronrod-Patterson et Polynômes de Szegő // C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. A. 1970. Vol. 270. P. 147–158.

4. *Erdős P., Vertesi P.* On the almost everywhere divergence of Lagrange interpolatory polynomials for arbitrary system of nodes // Acta. Math. Acad. Sci. Hungar. 1980. Vol. 36, iss. 1–2. P. 71–89.

5. *Menchoff D.* Sur les séries de Fourier des fonctions continues // Матем. сб. 1940. Т. 8(50), № 3. С. 493–518.