

3. Долженко И. А. Некоторые точные интегральные оценки производных рациональных и алгебраических функций. Приложения // Analysis Math. 1978. Т. 4, № 4. С. 247–268.

4. Пекарский А. А. Оценки высших производных рациональных функций и их приложения // Изв. АН БССР. Сер. физ-матем. н. 1980. № 5. С. 21–29.

5. Lorenz G. G., Golitschek M. V., Makovoz Y. Constructive Approximation. Advanced Problems. Berlin : Springer-Verlag, 1996.

6. Petrushev P. P., Popov V. A. Rational approximation of real functions. Cambridge Univ. Press, 1987.

УДК 517.5

АФФИННЫЕ СИСТЕМЫ ФУНКЦИЙ ТИПА УОЛША И СИСТЕМЫ СЖАТЫХ ФУНКЦИЙ¹

В. А. Миронов, П. А. Терехин (Саратов, Россия)

v.a.mironoff@gmail.com, terekhinpa@mail.ru

Пусть $f(t)$, $t \in \mathbb{R}$, — нечетная 2π -периодическая функция. Тогда

$$D_f := \{f(nt)\}_{n=1}^{\infty}$$

называется системой сжатых функций. Аффинной системой функций типа Уолша, порожденной функцией $f(2\pi t)$, называется

$$W_f := \{f(\pi t)\} \bigcup \left\{ f(2\pi 2^k t) \prod_{\nu=0}^{k-1} r_{\nu}^{\alpha_{\nu}}(t) \right\}_{\alpha \in \mathbb{A}},$$

где $\alpha = (\alpha_0, \dots, \alpha_{k-1}) \in \mathbb{A} = \bigcup_{k=0}^{\infty} \{0, 1\}^k$ и $r_k(t)$, $k = 0, 1, \dots$, — функции Радемахера.

Подсистема $D_f^{(2)} := \{f(2^k t)\}_{k=0}^{\infty}$ системы D_f на $[0, \pi]$ соответствует подсистеме системы W_f на $[0, 1]$, но при этом, вообще говоря, системы D_f и W_f имеют различные базисные свойства. Тем не менее, в следующем частном случае, когда функция f имеет специальный вид

$$S(t) = \sum_{k=0}^N c_k \sin(2^k t),$$

условия базисности в пространстве L^2 систем сжатых функций и аффинных систем Уолша совпадают. В статье Митягина [1] показано, что критерием базисности по Риссу системы D_S является отсутствие нулей полинома $\widehat{S}(z) = \sum_{k=0}^N c_k z^k$ в замкнутом единичном круге ($|z| \leq 1$). Это условие является также критерием базисности по Риссу системы W_S .

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00152).

Теорема 1. Системы D_S и W_S одновременно являются или нет базисами Русса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Митягин Б. С. Системы сжатых функций: полнота, минимальность, базисность // Функц. анализ и его прил. 2017. Т. 51, № 3. С. 94–97.
2. Granados B. Walsh wavelets // Annales Univ. Sci. Budapest., Sect. Comp. 1992. Vol. 13. P. 225–236.
3. Терехин П. А. Аффинные системы функций типа Уолша. Ортогонализация и пополнение // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2014. Т. 14, вып. 4, ч. 1. С. 395–400.
4. Аль-Джоурани Х. Х. Х., Миронов В. А., Терехин П. А. Аффинные системы функций типа Уолша. Полнота и минимальность // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 3. С. 247–256. DOI: 10.18500/1816-9791-2016-16-3-247-256.
5. Асташкин С. В., Терехин П. А. Базисные свойства аффинной системы Уолша в симметричных пространствах // Изв. РАН. Сер. матем. (принято к печати).

УДК 517.9

ОБ ИНТЕРВАЛЕ ДВОЙСТВЕННОСТИ ДЛЯ ОДНОГО СЛАБОГО ЧЕБЫШЕВСКОГО ЖАДНОГО АЛГОРИТМА¹

С. В. Миронов, С. П. Сидоров (Саратов, Россия)

sergei.v.mironov@gmail.com

Пусть X есть Банахово пространство с нормой $\|\cdot\|$. Пусть выпуклая функция E определена на X . Задача выпуклой оптимизации состоит в нахождении приближенного решения следующей задачи

$$E(x) \rightarrow \min_{x \in X}. \quad (1)$$

Во многих реальных приложениях необходимо, чтобы оптимальное решение x^* задачи (1) имело простую структуру, например, представляло собой линейную комбинацию конечного числа элементов заданного множества (словаря D в X). Другими словами, x^* должен быть разреженным по отношению к словарю D в X .

Множество элементов D пространства X называется *словарем* (см., например, [1]), если каждый элемент $g \in D$ ограничен по норме единицей, $\|g\| \leq 1$, и замыкание линейной оболочки D совпадает с X , т.е. $\overline{\text{span } D} = X$. Словарь D называется симметричным, если $-g \in D$ для всякого $g \in D$. Далее мы предполагаем, что словарь D является симметричным.

Нас интересует задача нахождения решений задачи (1), которые являются разреженными по отношению к словарю D .

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00507).