Теорема 3. *Пусть $\omega : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ — непрерывная неубывающая функция, подчиненная условию $\omega(0) = 0$, для которой условие (2) не выполнено. Пусть $n = 2$, $E = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 \geq 0,\ x_1 \leq x_2 \leq \leq 2x_1\}$. Тогда найдется непрерывная на E функция f вида*

$$f(\mathbf{x}) = \varphi(x_2) - \varphi(x_1)$$

такая, что

$$\omega(f, \mathbf{0}, \delta) = \omega(\delta)$$

при $\delta \geq 0$, при этом $\varphi \in C(0, +\infty)$, $\varphi(0) = 0$, $\lim\limits_{t \to +0} \varphi(t) = -\infty$.

При выполнении условий теоремы 2 может случиться так, что функция φ_i имеет скачок в точке a. Возникает вопрос: существует ли представление функции f в виде (1), в котором φ_i непрерывна в a? Оказывается, верна следующая

Теорема 4. *Пусть E– выпуклое тело в $\mathbb{R}^n$, функция f вида* (1) *непрерывна на E, функции $\varphi_i \in B_{int(\Delta_i)}$ $(i = 1, \ldots, m)$. Пусть для некоторого $\mathbf{x}^0 \in E$ и для всех $i = 1, \ldots, m$ существуют пределы $\lim\limits_{t \to a_i} \varphi_i(t) =: b_i$, где $a_i := \mathbf{a}^i \cdot \mathbf{x}^0$. Тогда при одновременной замене всех значений $\varphi_i(a_i)$ числами b_i $(i = 1, \ldots, m)$ значения функции f на E не изменятся.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *С. В. Конягин, А. А. Кулешов.* О непрерывности конечных сумм ридж-функций // Матем. заметки. 2015. Т. 98, № 2. С. 308-309.

2. *С. В. Конягин, А. А. Кулешов.* О некоторых свойствах конечных сумм ридж-функций, определенных на выпуклых подмножествах $\mathbb{R}^n$ //Тр. МИАН. 2016. Т. 293. С. 193 - 200.

3. *А. А. Кулешов.* О некоторых свойствах гладких сумм ридж-функций //Тр. МИАН. 2016. Т. 294. С. 99 - 104.

4. *А. А. Кулешов.* Непрерывные суммы ридж-функций на выпуклом теле и класс VMO // Матем. заметки., 2017, т. 102, вып. 6, стр. 851-858.

УДК 517.4

КРИТИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ ЛАКУНАРНОСТИ В ЗПЛ ДЛЯ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША

И. Ф. Курбыко, С. В. Левизов (Владимир, Россия)

levizov@rambler.ru

Рассматривается система функций Уолша – Пэли $\{\varphi_n(x)\}$ на отрезке $0 \leq x \leq 1$ (подробное определение см., например, в [1]); $\{n(k)\}$ — некоторая (строго возрастающая) последовательность индексов (номеров).

Скажем, что подсистема $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ подчинена закону повторного логарифма (ЗПЛ), если выполнено соотношение:

$$\overline{\lim_{N\to\infty}}(2N\log\log N)^{-1/2}\cdot\sum_{k=1}^{N}\varphi_{n(k)}(x)=1 \quad \text{почти всюду.} \tag{1}$$

Известно (см. [2]), что если последовательность $\{n(k)\}$ такова, что

$$n(k+1)\geq n(k)\cdot(1+c\cdot k^{-\alpha}), \quad \text{где} \quad c>0, \quad 0<\alpha<0.5 \tag{2}$$

(начиная с некоторого номера k_0), то для подсистемы $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ соотношение (1) имеет место.

В дальнейшем этот результат обобщался в [3–4]. Показатель α в неравенстве (2) регулирует «густоту» последовательности $\{n(k)\}$, определяя в ней размеры лакун — «пробелов». Существенным при этом является неравенство $\alpha<0.5$ (см. [2]). Следующее утверждение показывает, что этот «рубеж» нельзя ослабить.

Теорема. *Существует последовательность* $\{n(k)\}$ *такая, что*

$$n(k+1)\geq n(k)\cdot(1+k^{-1/2}),$$

но соотношение (1) *при этом для подсистемы* $\{\varphi_{n(k)}(x)\}$ *не выполняется.*

Отметим, что аналогичный результат верен для центральной предельной теоремы (ЦПТ) — см. [5, 6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Балашов Л. А., Рубинштейн А. И.* Ряды по системе Уолша и их обобщения // Итоги науки. Сер. матем., матем. анализ. ВИНИТИ. 1971. С. 147–202.

2. *Foldes A.* Further Statistical properties of the Walsh functions // Stud. Sci. Math. Hung. 1972. Vol. 7. P. 147–153.

3. *Takahasi S.* A statistical property of the Walsh functions // Stud. Sci. Math. Hung. 1975. Vol. 10. P. 93–98.

4. *Левизов С.В.* ЗПЛ для лакунарных рядов по системе Уолша // Сиб. матем. журн. 1992. Т. 3, № 1. С. 69–77.

5. *Foldes A.* Central limit theorems for weakly lacunary Walsh series // Stud.Sci.Math.Hung. 1975. Vol. 10. P. 147–153.

6. *Левизов С.В.* О ЦПТ для системы Уолша // Матем. заметки. 1984. Т. 36 (3). С. 435–445.