

2. Хромов А. П. Смешанная задача для неоднородного волнового уравнения с суммируемым потенциалом // Современные методы теории краевых задач «Понtryгинские чтения XXVII». Воронеж, 2016. С. 277–281.

3. Хромов А. П. Смешанная задача для волнового уравнения с суммируемым потенциалом и с ненулевой начальной скоростью // Докл. АН. 2017. Т. 474, № 6. С. 668–670.

УДК 517.984, 517.958

О РЕШЕНИИ НЕОДНОРОДНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КОНЦАМИ И НУЛЕВЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

В. В. Корнев, А. П. Хромов (Саратов, Россия)

kornev@info.sgu.ru, khromovap@info.sgu.ru

Рассмотрим смешанную задачу:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t), \quad x \in [0, 1], \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u'_t(x, 0) = 0, \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \quad (3)$$

где почти при всех x функция $f(x, t)$ абсолютно непрерывна по t и

$$f(x, t), f'_t(x, t) \in L(Q_T), \quad Q_T = [0, 1] \times [0, T]. \quad (4)$$

Формальное решение задачи (1)–(3) возьмем в виде (см. [1])

$$u(x, t) = -\frac{1}{2\pi i} \left(\int_{|\lambda|=r} + \sum_{n \geq n_0} \int_{\gamma_n} \right) \left[\int_0^t (R_\lambda f) \frac{\sin \rho(t-\tau)}{\rho} d\tau \right] d\lambda. \quad (5)$$

Продолжим $f(x, t)$ нечетным образом с периодом 2 на все $x \in \mathbb{R}$.

Теорема 1. Если $f(x, t) \in L(Q_T)$, то при любых $x, t \in Q_T$ ряд (5) сходится к функции

$$v(x, t) = \frac{1}{2} \int_0^t d\tau \int_{x-t+\tau}^{x+t-\tau} f(\eta, \tau) d\eta.$$

Теорема 2. При выполнении условий (4) функция $v(x, t)$ удовлетворяет условиям:

– $v(x, t)$ непрерывна и непрерывно дифференцируема по x и t в Q_T ;

- функции $v'_x(x, t)$ и $v'_t(x, t)$ абсолютно непрерывны по x и t соответственно;
- $v(x, t)$ удовлетворяет условиям (2)–(3);
- $v(x, t)$ удовлетворяет уравнению (1) почти всюду, т. е. $v(x, t)$ является решением задачи (1)–(3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хромов А. П., Корнев В. В. Об обобщенном формальном решении по методу Фурье смешанной задачи для неоднородного волнового уравнения // Современные проблемы теории функций и их приложения : материалы 19-й междунар. Сарат. зимней шк., посвящ. 90-летию со дня рожд. акад. П. Л. Ульянова. Саратов, 2018. С. 156–159.

УДК 517.984

АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ ЖОРДАНА – ДИРИХЛЕ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ЯДРОМ, ИМЕЮЩИМ СКАЧКИ НА СТОРОНАХ КВАДРАТА, ВПИСАННОГО В ЕДИНИЧНЫЙ КВАДРАТ

О. А. Королева (Саратов, Россия)

korolevaoart@yandex.ru

Рассмотрим интегральный оператор:

$$y = Af = \int_0^1 A(x, t) f(t) dt.$$

Обозначим:

$$\begin{aligned} A_1(x, t) &= A(x, t), \text{ если } \{0 \leq t \leq 1/2 - x, 0 \leq x \leq 1/2\}, \\ A_2(x, t) &= A(x, t), \text{ если } \{1/2 + x \leq t \leq 1, 0 \leq x \leq 1/2\}, \\ A_3(x, t) &= A(x, t), \text{ если } \{0 \leq t \leq -1/2 + x, 1/2 \leq x \leq 1\}, \\ A_4(x, t) &= A(x, t), \text{ если } \{3/2 - x \leq t \leq 1, 1/2 \leq x \leq 1\}, \\ A_5(x, t) &= A(x, t), \text{ если } \{1/2 - x \leq t \leq 1/2 + x, 0 \leq x \leq 1/2\} \text{ и} \\ &\quad \{-1/2 + x \leq t \leq 3/2 - x, 1/2 \leq x \leq 1\}. \end{aligned}$$

Будем предполагать, что $\frac{\partial^{k+l}}{\partial x^k \partial t^l} A_i(x, t)$, ($i = 1, \dots, 5$) непрерывны в своих областях, ($k + l \leq 2$, причем, если $k + l = 2$, то $k = l = 1$). $\frac{\partial}{\partial x} A_i(x, t)$, ($i = 1, \dots, 5$) непрерывно дифференцируемы в своих областях, причем

$$\begin{aligned} A_5(x, \frac{1}{2} - x + 0) - A_1(x, \frac{1}{2} - x - 0) &= a, \\ A_5(x, \frac{1}{2} + x - 0) - A_2(x, \frac{1}{2} + x + 0) &= b, \end{aligned}$$