($i = 1,2,3,4$) в пространстве $\mathcal{L}^2(I)$ интегрируемых по Лебегу с квадратом модуля функций на I.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Everitt W. N.* Linear ordinary quasi-differential expressions // Lecture notes for the Fourth International Symposium on Differential equations and Differential Geometry, Beijing, Peoples' Republic of China Department of Mathematics, University of Peking. 1986. P. 1–28.

УДК 517.53

О ПОРЯДКЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ НАИПРОСТЕЙШЕЙ ДРОБИ. СВЯЗЬ С МНОГОЧЛЕНАМИ ЛАГРАНЖА[1]

Е. Н. Кондакова, П. В. Чунаев (Владимир, Россия)

kebox@mail.ru, chunayev@mail.ru

Рассматриваются вопросы, связанные с интерполяцией таблиц $T_n := \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^n$ с простыми узлами x_k посредством наипростейших дробей (н.д.) порядка n:

$$R_n(x) = Q'_n(x)/Q_n(x), \qquad Q_n(x) = q_n x^n + q_{n-1}x^{n-1} + \ldots + q_0. \qquad (1)$$

В [1] изучены вопросы разрешимости задачи интерполяции с унитарным многочленом Q_n, т.е. $q_n = 1$, $\deg Q_n = n$, обоснованы способы построения н.д. порядка n вида (1).

Пусть порядок Q_n не фиксирован. Рассмотрим однородную систему $\mathcal{S}$ вида $\mathbf{A} \cdot \mathbf{q} = 0$, где

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} y_1 & y_1x_1 - 1 & \ldots & y_1x_1^{n-1} - (n-1)x_1^{n-2} & y_1x_1^n - nx_1^{n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_n & y_nx_n - 1 & \ldots & y_nx_n^{n-1} - (n-1)x_n^{n-2} & y_nx_n^n - nx_n^{n-1} \\ y & yx - 1 & \ldots & yx^{n-1} - (n-1)x^{n-2} & yx^n - nx^{n-1} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{q} := \begin{pmatrix} q_0 & \ldots & q_{n-1} & q_n \end{pmatrix}^T.$$

Если $\det \mathbf{A} \neq 0$, то система $\mathcal{S}$ имеет единственное тривиальное решение $\mathbf{q} = (0,0,\ldots,0)^T$. Если $\det \mathbf{A} = 0$, т.е. $\mathbf{A}$ — сингулярная, то рассматриваемая система имеет бесконечно много решений. Возникает задача нахождения решения $Q = Q_m$, имеющего наименьшую степень.

Пусть $\mathbf{B}$ — подматрица $\mathbf{A}$ из первых n строк и $r := \operatorname{rank} \mathbf{B}$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-31-00252 мол_а).

Теорема 1. *Минимальный порядок m интерполяционной н.д. не превосходит r.*

Приведем пример. Пусть $T_2 := \{(-1,-1);(1,1)\}$. Легко видеть, что $r = 1$ и система $\mathcal{S}$ имеет два линейно независимых решения $\mathbf{q} = (0,1,0)$ и $\mathbf{q} = (1,0,1)$ (их можно домножать на константы и складывать), т.е. $Q(z) = z$ и $Q(z) = z^2 + 1$, соответственно. При этом $m = r = 1$.

Интересно рассмотреть связь разрешимости системы $\mathcal{S}$ и степени многочлена Лагранжа P_l степени $l \le n-1$, интерполирующего таблицу T_n. Можно показать, что при этом

$$r = n - l.$$

Отсюда и из теоремы 1 получается

Теорема 2. *Минимальный порядок m интерполяционной н.д. не превосходит $n - l$.*

Рассмотрим таблицу T_2 из предыдущего примера. Она интерполируется многочленом $P_1(x) = x$, и потому, согласно теореме 2, $m \le 1$. Это вполне согласуется с тем, что $m = 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Данченко В. И., Кондакова Е. Н.* Критерий возникновения особых узлов при интерполяции наипростейшими дробями // Тр. МИАН. 2012. Т. 278. С. 49–58.

УДК 517.984

ОБ ОБОБЩЕННОМ ФОРМАЛЬНОМ РЕШЕНИИ ПО МЕТОДУ ФУРЬЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

В. В. Корнев, А. П. Хромов (Саратов, Россия)

kornevvv@info.sgu.ru, khromovap@info.sgu.ru

1. Рассмотрим следующую задачу:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - q(x)u(x,t) + f(x,t),\ x \in [0,1],\ t \in [0,T], \quad (1)$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u'_t(x,0) = \psi(x), \quad (2)$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \quad (3)$$

где $q(x) \in L[0,1]$, $\varphi(x) \in L[0,1]$, $\psi(x) \in L[0,1]$, $f(x,t) \in L(Q_T)$, $Q_T = [0,1] \times [0,T]$.

В [1] на основе резольвентного подхода была изучена сходимость формального решения метода Фурье для задачи (1)–(3) в случае $q(x) \in L[0,1]$, $\psi(x) \equiv 0$ и $f(x,t) \in L_2(Q_T)$. Теперь мы изучаем случай