Для целых α аналогичные результаты были получены ранее в [1], сверточные возмущения оператора Штурма – Лиувилля исследовались в работах [2, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Buterin S.* On an inverse spectral problem for a convolution integro-differential operator // Results Math. 2007. Vol. 50, № 3–4. P. 173–181.

2. *Юрко В. А.* Обратная задача для интегро-дифференциальных операторов // Матем. заметки. 1991. Т. 50, № 5. С. 134–146.

2. *Бутерин С. А.* О восстановлении сверточного возмущения оператора Штурма – Лиувилля по спектру // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, № 1. С. 146–149.

УДК 517.98

СИСТЕМЫ РИССА – ФИШЕРА В НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫХ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

М. И. Исмайлов (Баку, Азербайджан)

miqdadismailov1@rambler.ru

Пусть X — несепарабельное банахово пространство, I — некоторое несчетное множество индексов, I^a — множество не более чем счетных подмножеств I. Рассмотрим минимальную систему $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset X$ с биортогональной системой $\{x^*_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset X^*$. Пусть K — несепарабельное банахово пространство систем $\lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I}$ скаляров таких, что $\{\alpha \in I : \lambda_\alpha \neq 0\} \in I^a$. Пространство K назовем CB-пространством, если система $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset K$, $\delta_\alpha = \{\delta_{\alpha\beta}\}_{\beta\in I}$ является несчетным безусловным базисом в K, т.е. $\forall\ \lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in K$ имеет место

$$\lambda = \sum_{\alpha\in I} \lambda_\alpha \delta_\alpha = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_{\alpha_i} \delta_{\alpha_i},$$

где $\{\lambda_{\alpha_i}\}_{i\in N}$ — произвольная перестоновка элементов $\lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I}$. K называется монотонным, если из $\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in K$ следует, что $\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I'} \in K$, $\forall\ I' \subset I$ и $\left\|\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I'}\right\|_K \leq \left\|\{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I}\right\|_K$.

Определение 1. Пару $\{x_\alpha; x^*_\alpha\}$ назовем *K-бесселевым*, если выполняется условие: $\forall\, x \in X\ \{x^*_\alpha(x)\}_{\alpha\in I} \in K$. В случае, когда система $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ полна в X и пара $\{x_\alpha; x^*_\alpha\}$ — K-бесселева в X, то систему $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ назовем *K-бесселевой в X*.

Пару $\{x_\alpha; x^*_\alpha\}$ назовем *K-гильбертовым в X*, если выполняется условие: $\forall\ \lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in K\ \exists\ x \in X$: $\lambda = \{x^*_\alpha(x)\}_{\alpha\in I}$. В случае, когда система $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ полна в X и пара $\{x_\alpha; x^*_\alpha\}$ — K-гильбертова в X, то систему $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ назовем *K-гильбертовой в X*.

Систему $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ назовем *системой K-Рисса – Фишера в X*, если она является K-бесселевой и K-гильбертовой в X одновременно.

Получены следующие критерии для систем K-Рисса – Фишера.

Теорема 1. *Пусть K-монотонное CB-пространство с несчетным безусловным каноническим базисом $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset K$, биортогональные системы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ и $\{x^*_\alpha\}_{\alpha\in I}$ полны. Для того, чтобы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ была системой K-Рисса-Фишера, необходимо и достаточно, чтобы существовал ограниченно обратимый оператор $T \in L(X, K)$, что $Tx_\alpha = \delta_\alpha, \forall\ \alpha \in I$.*

Следствие 1. *Пусть K-монотонное CB-пространство с несчетным безусловным каноническим базисом $\{\delta_\alpha\}_{\alpha\in I} \subset K$, биортогональные системы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ и $\{x^*_\alpha\}_{\alpha\in I}$ полны. Для того, чтобы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ была системой K-Рисса-Фишера, необходимо и достаточно, чтобы существовали такие постоянные $M > 0$ и $m > 0$, что для любого конечного набора $\{\lambda_\alpha\}$ имеет место*

$$m \left\|\{\lambda_\alpha\}\right\|_K \le \left\|\sum_\alpha \lambda_\alpha x_\alpha\right\|_X \le M \left\|\{\lambda_\alpha\}\right\|_K .$$

Пусть пространство X имеет несчетный безусловный базис $\{\varphi_\alpha\}_{\alpha\in I}$ с пространством последовательностей коэффициентов K_φ. Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть биортогональные системы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ и $\{x^*_\alpha\}_{\alpha\in I}$ полны. Тогда для того, чтобы $\{x_\alpha\}_{\alpha\in I}$ была системой K_φ-Рисса-Фишера, необходимо и достаточно, чтобы оператор $A_\lambda : K_\varphi \to K_\varphi$ определенный выражением $A_\lambda(\lambda) = \left\{\sum_{\alpha\in I} x^*_\beta(\varphi_\alpha)\lambda_\alpha\right\}_{\beta\in I}$, $\lambda = \{\lambda_\alpha\}_{\alpha\in I} \in$ $\in K_\varphi$ был ограниченно обратим в K_φ.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бари Н. К.* Биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве // Ученые записки МГУ. 1951. Т. 4, вып. 148. С. 69–107.

2. *Билалов Б. Т., Гусейнов З. Г.* K-бесселевы и K-гильбертовы системы. K-базисы // Докл. РАН. 2009. Т. 429, № 3. С. 298–300.

УДК 517.575

НЕКОТОРЫЕ ТОЖДЕСТВА НА СФЕРЕ ДЛЯ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В. В. Карачик (Челябинск, Россия)
karachik@susu.ru

Хорошо известно, что для гармонической в единичном шаре $S \subset \mathbb{R}^n$ функции $u \in C^m(\bar{S})$ верно равенство

$$\int_{\partial S} \frac{\partial^m u}{\partial \nu^m}\, ds_x = 0,$$