

4. Гудков А. А., Миронов С. В., Файзлиев А. Р. О сходимости жадного алгоритма для решения задачи построения монотонной регрессии // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. Т. 17, вып. 4. 2017. С. 431–440.

5. Toader G. The representation of n -convex sequences // L'Analyse Numerique et la Theorie de l'Approximation. 1981. Vol. 10, № 1. P. 113–118.

6. Frank M., Wolfe Ph. An algorithm for quadratic programming // Naval Research Logistics Quarterly. 1956. Vol. 3, № 1–2. P. 95–110.

7. Левитин Е. С., Поляк Б. Т. Методы минимизации при наличии ограничений // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1966. Т. 6, вып. 5. С. 787–823.

УДК 517.5

NIKOLSKII CONSTANTS FOR SPHERICAL POLYNOMIALS¹

F. Dai (Edmonton, Canada), D. Gorbachev (Tula, Russia),

S. Tikhonov (Barcelona, Spain)

fdai@ualberta.ca, dvgmail@mail.ru, stikhonov@crm.cat

We study the asymptotic behavior of sharp Nikolskii constant

$$C(n, d, p, q) := \sup_{f \in \Pi_n^d, \|f\|_{L^p(\mathbb{S}^d)} = 1} \|f\|_{L^q(\mathbb{S}^d)}$$

for $0 < p < q \leq \infty$ as $n \rightarrow \infty$, where Π_n^d denotes the space of all spherical polynomials f of degree at most n on the unit sphere $\mathbb{S}^d \subset \mathbb{R}^{d+1}$.

1. We prove that for $0 < p < \infty$ and $q = \infty$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n, d, p, \infty)}{n^{d/p}} = \mathcal{L}(d, p, \infty),$$

and for $0 < p < q < \infty$,

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n, d, p, q)}{n^{d(1/p - 1/q)}} \geq \mathcal{L}(d, p, q),$$

where the constant $\mathcal{L}(d, p, q)$ is defined for $0 < p < q \leq \infty$ by

$$\mathcal{L}(d, p, q) := \sup_{f \in \mathcal{E}_p^d, \|f\|_{L^p(\mathbb{R}^d)} = 1} \|f\|_{L^q(\mathbb{R}^d)},$$

with \mathcal{E}_p^d denoting the set of all entire functions $f \in L^p(\mathbb{R}^d)$ of spherical exponential type at most 1.

These results extend the recent results of Levin and Lubinsky for trigonometric polynomials on the unit circle.

¹F. D. was supported by NSERC Canada under the grant RGPIN 04702. D. G. was supported by the RFBR (no. 16-01-00308). S. T. was partially supported by MTM 2014-59174-P and 2014 SGR 289.

2. We find the following sharp constant in the Nikolskii inequality for nonnegative functions

$$\sup_{f \in \mathcal{E}_1^d, f \geq 0} \frac{\|f\|_{L^\infty(\mathbb{R}^d)}}{\|f\|_{L^1(\mathbb{R}^d)}} = \frac{1}{2^{d-1} |\mathbb{S}^d| \Gamma(d+1)}.$$

We estimate the normalized Nikolskii constant

$$L_d := \frac{|\mathbb{S}^d| \Gamma(d+1)}{2} \mathcal{L}(d, 1, \infty).$$

It was known that $e^{-d} \leq L_d \leq 1$.

3. We prove the following lower and upper estimates:

$$2^{-d} \leq L_d \leq {}_1F_2\left(\frac{d}{2}; \frac{d}{2} + 1, \frac{d}{2} + 1; -\frac{\beta_d^2}{4}\right),$$

where ${}_1F_2$ and β_d denote the hypergeometric function, and the smallest positive zero of the Bessel function $J_{d/2}$, respectively. In particular, this implies that the constant L_d decays exponentially fast as $d \rightarrow \infty$:

$$2^{-d} \leq L_d \leq (\sqrt{2/e})^{d(1+O(d^{-2/3}))},$$

where $\sqrt{2/e} = 0.85776 \dots$

УДК 517.53

О ЗАДАЧЕ ГОРИНА ДЛЯ ПОЛУОСИ¹
В. И. Данченко, П. В. Чунаев (Владимир, Россия)
vDashanch2012@yandex.ru, chunayev@mail.ru

Пусть все полюсы z_k наипростейшей дроби

$$\rho_n(x) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{x - z_k}$$

лежат в остром угле с биссектрисой на отрицательной полуоси \mathbb{R}^- :

$$z_k = r_k e^{i\varphi_k}, \quad \varphi_k \in (\pi - \alpha, \pi + \alpha), \quad \alpha \in (0, \pi/2). \quad (1)$$

¹Работа В. И. Данченко выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (задание № 1.574.2016/1.4). Работа П. В. Чунаева выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00252 мол_а.