

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени
государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

В.А. Двинских, Н.Г. Олейник

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ
ПАССИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ
С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Учебное пособие по курсу
"Решение прикладных задач на ЭВМ"

Издательство Саратовского университета

1983

В работе даны краткие сведения об электрических фильтрах и их параметрах. Приведены примеры расчета параметров элементов индуктивно-емкостных фильтров на основе справочного материала. Изложен алгоритм расчета частотных характеристик фильтров на ЭВМ, базирующийся на решении системы линейных уравнений фильтра, и рассмотрена блок-схема программы, реализующая этот алгоритм.

Для студентов физического факультета по курсу "Решение прикладных задач на ЭВМ", а также студентов смежных специальностей.

Печатается по решению кафедры электро- и радиотехники физического факультета Саратовского университета.

Рецензент - доктор физ.-матем. наук О.Г. Боков

И 341 - 157
176(02)-83 90 - 83. 2403000000

© Издательство Саратовского университета, 1983 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Разнообразные устройства включают в себя электрические фильтры, расчет которых связан с достаточно трудоёмкими операциями. В предлагаемом учебном пособии рассмотрен расчет линейных пассивных электрических фильтров с применением ЭВМ.

В первой главе даны краткие сведения об электрических фильтрах, их характеристических и рабочих параметрах, а также перечислены этапы проектирования фильтров. Кроме того, дано понятие о нормировании и преобразованиях частоты.

Во второй главе рассмотрен расчет параметров элементов индуктивно-емкостных фильтров без потерь на основе справочного материала. Даны общие сведения о фильтрах типов: Баттерворта, Гаусса, Чебышева, Кауэра. Проведён расчет параметров элементов индуктивно-емкостных низкочастотных фильтров в этих типов с использованием приведённых в тексте таблиц, взятых из справочника. Изложены расчеты параметров элементов высокочастотных и полосовых фильтров с использованием низкочастотных прототипов. В последнем параграфе дано техническое задание на расчёт индуктивно-емкостных фильтров и указаны требования к отчёту.

В третьей главе дан расчёт частотных характеристик фильтров с учётом потерь на ЭВМ. Обсуждено влияние потерь в элементах фильтра на его частотные характеристики. Рассмотрено составление матричных уравнений фильтров по методам контурных токов и узловых напряжений, а также преобразование этих уравнений для решения на ЭВМ. В дальнейшем изложен алгоритм расчёта частотных характеристик фильтров на ЭВМ с использованием стандартных процедур и подпрограмм в системах ТА-ЭМ и ДСС ЕС ЭВМ. В последнем параграфе обсуждена блок-схема программы по расчету частотных характеристик фильтра с указанием рекомендуемых обозначений.

Работа по составлению пособия между авторами распределялась следующим образом: В.А. Двинских - глава 2, Н.Г. Олейник - главы 1 и 3.

I. Классификация фильтров

Электрическим фильтром называется линейный четырехполюсник, предназначенный для пропускания из спектра входного электрического сигнала тех частотных составляющих, которые расположены в определенной полосе частот (полоса пропускания или прозрачности), и подавления тех составляющих, которые лежат вне этой полосы (полоса задерживания или непропускания).

Частота, лежащая на границе полос пропускания и непропускания, называется частотой среза f_c [1,2,3].

Фильтры классифицируют по различным признакам [3], и по взаимному расположению полос пропускания и задерживания они делятся на следующие типы:

- а) фильтры нижних частот (ФНЧ), пропускающие спектр сигнала с частотами от 0 до f_c ;
- б) фильтры верхних частот (ФВЧ), пропускающие спектр сигнала с частоты f_c до бесконечности;
- в) полосовые фильтры (ПФ), пропускающие входной сигнал в полосе частот от f_{c1} до f_{c2} ;
- г) заграждающие фильтры (ЗФ), не пропускающие входной сигнал в полосе частот от f_{c1} до f_{c2} ;
- д) гребенчатые фильтры (ГФ), или многополосовые, имеющие несколько полос пропускания.

Различают фильтры по схемам звеньев. Они могут состоять из Г-, Т- и П-образных и мостиковых звеньев.

По типам элементов фильтры делятся на LC-фильтры и RC-фильтры. По структуре схем различают лестничные (цепочечные) фильтры - каскадное соединение Г-, Т-, П-образных и мостиковых звеньев.

Фильтры можно разделить на активные и пассивные - по наличию источников энергии. В дальнейшем ограничимся рассмотрением пассивных фильтров с сосредоточенными параметрами. Такие фильтры можно представить в виде линейных пассивных четырехполюсников, которые могут быть охарактеризованы своими параметрами [1].

2. Характеристические и рабочие параметры фильтров

При прохождении сигналов через четырехполюсник на выходе его устанавливаются определенные для данной схемы и нагрузочного сопротивления (Z_H) значения напряжения и тока, отношение которых определяет сопротивление на входе четырехполюсника (рис. 1а).

Сопротивление носит название входного [1]:

$$Z_{вх1} = \frac{U_1}{I_1} \quad (1)$$

Аналогично можно определить входное сопротивление $Z_{вх2}$ со стороны зажимов 2 - 2, если нагрузочное сопротивление поместить между зажимами 1 - 1.

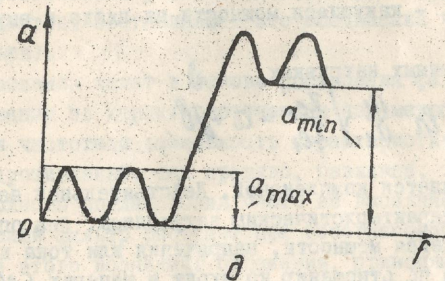
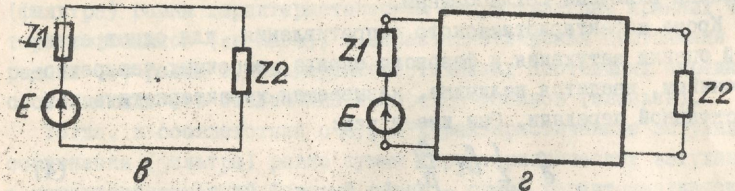
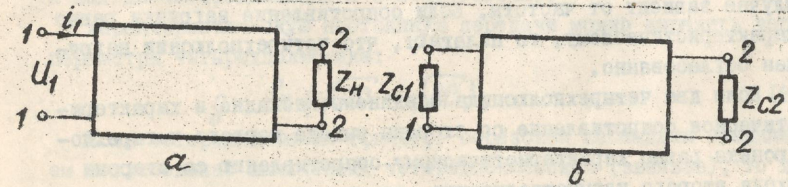


Рис. 1

В общем случае входное сопротивление будет являться функцией частоты (если сопротивление элементов фильтра и нагрузочное сопротивление будут комплексными величинами).

Для каждого четырехполюсника можно подобрать такие нагрузочные сопротивления Z_{C1} и Z_{C2} (рис. 1р), при которых входное сопротивление с одной из сторон зажимов (I-I или 2-2) будет равно нагрузочному сопротивлению с этой же стороны зажимов. Такое входное сопротивление носит название характеристического.

Четырехполюсник, у которого характеристические сопротивления равны с обеих сторон, называется симметричным:

$$Z_{C1} = Z_{C2} = Z_C. \quad (3)$$

Характеристическое сопротивление, как и входное, в общем случае зависит от частоты. Если сопротивление нагрузки равно характеристическому, то полагают, что четырехполюсник нагружен согласованно.

Если два четырехполюсника соединены каскадно и характеристическое сопротивление со стороны выхода первого четырехполюсника равно характеристическому сопротивлению со стороны входа второго четырехполюсника, то считают, что четырехполюсники включены согласованно.

Кроме характеристического сопротивления, для одновременной оценки затухания и фазового сдвига, вносимых четырехполюсником, вводится величина, называемая характеристической постоянной передачи. Она имеет вид:

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{P_1}{P_2}, \quad (4)$$

где P_1 и P_2 - кажущиеся мощности на входе и выходе четырехполюсника.

При согласованных нагрузках

$$g = \ln \frac{U_1}{U_2} \sqrt{\frac{Z_{C2}}{Z_{C1}}} = a + jb. \quad (5)$$

Эта величина является комплексной. Действительная ее часть a называется характеристическим затуханием. Она определяет уменьшение кажущейся мощности, напряжения или тока на выходе четырехполюсника по отношению ко входу в неперлах (N) или

децибелах ($g\text{б}$):

$$a = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{P_1}{P_2} \right| = \ln \left| \frac{U_1}{U_2} \right| = \ln \left| \frac{I_1}{I_2} \right| (N)$$

или

$$a = 10 \lg \left| \frac{P_1}{P_2} \right| = 20 \lg \left| \frac{U_1}{U_2} \right| = 20 \lg \left| \frac{I_1}{I_2} \right| (g\text{б}). \quad (6)$$

Мнимая часть в (5) определяет фазовый сдвиг, вносимый четырехполюсником, и называется характеристическим фазовым сдвигом (или постоянной):

$$b = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (7)$$

где φ_1 и φ_2 - фазы векторов напряжения или тока на входе и выходе четырехполюсника соответственно.

Характеристическую постоянную передачи можно выразить через параметры четырехполюсника:

$$g = \ln (\sqrt{AD} + \sqrt{BC}). \quad (8)$$

Если четырехполюсник (фильтр) образован каскадным соединением согласованно включенных четырехполюсников (звеньев), то характеристические сопротивления полученного четырехполюсника (фильтра) равны характеристическим сопротивлениям крайних четырехполюсников (звеньев), а характеристическая постоянная передачи его равна сумме характеристических постоянных передачи, составляющих это соединение четырехполюсников (звеньев).

Тогда, в соответствии с (5), и характеристическое затухание соединения (фильтра) равно сумме характеристических затуханий, а характеристический фазовый сдвиг - сумме характеристических фазовых сдвигов, составляющих это соединение четырехполюсников (звеньев).

Эти положения лежат в основе построения фильтров при их проектировании по характеристическим параметрам.

Так как частотная зависимость характеристических и нагрузочных сопротивлений, как правило, различна, то на практике условие полного согласования часто не выполняется, то есть электрический фильтр работает при несогласованных нагрузках. Вследствие этого возникают отражения, приводящие к изменению мощности, поступающей в приемник. Отражение изменяет ве-

личину и частотную зависимость затухания, фазового сдвига и входного сопротивления фильтра, а также приводит к возникновению явления электрического эха [I]. Поэтому для оценки работы фильтра в условиях несогласованности, в рабочих условиях, вводят понятия рабочих параметров [II].

Рабочая постоянная передачи определяется отношением кажущейся мощности P_0 , которую воспринимал бы условный приемник Z_2 (рис. 1в), непосредственно соединенный с генератором E , при условии равенства Z_1 и Z_2 , к кажущейся мощности P_2 , которую фактически воспринимает данный приемник, включенный на выходе четырехполюсника (рис. 1в):

$$g_p = \frac{1}{2} \ln \frac{P_0}{P_2}. \quad (9)$$

Это выражение можно написать иначе, выделив действительную и мнимую части:

$$g_p = \ln \frac{|E|}{2|U_2|} \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} + j(\varphi_0 - \varphi_2) = a_p + j\varphi_p, \quad (10)$$

где действительная часть a_p носит название рабочего затухания, а мнимая часть φ_p - рабочего фазового сдвига.

Рабочее затухание связано с характеристическим следующим образом:

$$a_p = a + \ln \left| \frac{R_1 + Z_{c1}}{2\sqrt{R_1 Z_{c1}}} \right| + \ln \left| \frac{Z_{c2} + R_2}{2\sqrt{R_2 Z_{c2}}} \right| + \ln |1 - \Gamma_1 \Gamma_2 e^{-2g}|, \quad (11)$$

где $\Gamma_1 = \frac{R_1 - Z_{c1}}{R_1 + Z_{c1}}$, $\Gamma_2 = \frac{R_2 - Z_{c2}}{R_2 + Z_{c2}}$ - коэффициенты отражений на входе и выходе четырехполюсника; R_1 и R_2 - сопротивления на входе и выходе четырехполюсника.

Как видно (II), рабочее затухание обусловлено как собственными остоятельствами четырехполюсника (характеристическое затухание), так и затуханием вследствие отражения. Поэтому сумму последних трех слагаемых в (II) называют затуханием отражения $a_{отр}$, которое может служить мерой согласования четырехполюсника с нагрузками.

Вводятся и другие рабочие параметры: затухание-эхо $a_{зхо}$ и рабочий коэффициент отражения $\Gamma_{вх}$:

$$a_{зхо} = \ln \left| \frac{R_1 + Z_{вх1}}{R_1 - Z_{вх1}} \right|, \quad \Gamma_{вх} = \frac{R_1 - Z_{вх1}}{R_1 + Z_{вх1}} \cdot 100\%, \quad (12)$$

где $Z_{вх1}$ - входное сопротивление четырехполюсника со стороны зажимов I-I при нагрузке R_2 на зажимах 2-2 (рис. 1г).

Если при проектировании фильтров основываться на рабочих параметрах, то методы расчета параметров элементов фильтра будут более сложными, чем при использовании характеристических параметров, но результаты расчета будут точнее.

Линейный фильтр, как четырехполюсник, может характеризоваться коэффициентом передачи

$$K = \frac{U_{вых}}{U_{вх}}. \quad (13)$$

Для схемы включения фильтра, представленной на рис. 1г, коэффициент передачи имеет вид:

$$K = \frac{U_2}{E} = \left| \frac{U_2}{E} \right| e^{j\Delta\varphi}, \quad \text{где } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_0. \quad (14)$$

Зависимость модуля коэффициента передачи от частоты $K(\omega)$ носит название амплитудно-частотной характеристики, а зависимость аргумента коэффициента передачи от частоты $\Delta\varphi(\omega)$ - фазо-частотной.

Из сравнения формул (10) и (14) следует, что амплитудно-частотная характеристика и рабочее затухание связаны между собой простой зависимостью:

$$g_p(\omega) = \ln \frac{1}{2K(\omega)} \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}. \quad (15)$$

Рабочий фазовый сдвиг φ_p и фазочастотная характеристика отличаются лишь знаком

$$\varphi_p(\omega) = -\Delta\varphi(\omega). \quad (16)$$

3. Этапы проектирования фильтров

Задача проектирования фильтра состоит в том, чтобы по задан-

ним техническим требованиям к фильтру выбрать его электрическую схему с минимальным числом элементов и рассчитать их значения [2].

Первый этап проектирования — разработка технических требований к фильтру. При проектировании фильтров к ним предъявляются обычно следующие основные требования:

а) полоса частот, которую фильтр должен пропускать с относительно малым затуханием (полоса пропускания) (рис. 1д);

б) максимально допустимое значение рабочего затухания в полосе пропускания;

в) полоса частот, которую фильтр должен задерживать с достаточно большим затуханием (полоса задерживания);

г) минимально допустимое значение рабочего затухания в полосе задерживания;

д) нагрузки, между которыми должен работать фильтр: со стороны зажимов (1-1) — R_1 , зажимов (2-2) — R_2 ;

е) максимально допустимые значения коэффициента отражения, обусловленного несогласованностью входного сопротивления фильтра с нагрузками.

Кроме этого, к фильтру могут быть предъявлены дополнительные требования. Например, к добротности катушек индуктивности, их весу, габаритам и т.п.

Второй этап заключается в выборе типа фильтра, наиболее подходящего для того, чтобы удовлетворить заданным требованиям [2]. На этот выбор влияют такие факторы, как диапазон рабочих частот, уровень полного сопротивления, габариты, стоимость и т.д. Разработчик имеет возможность широкого выбора из разнообразных типов фильтров. Наибольшее распространение находят LC-фильтры.

После того, как выбран класс фильтра, можно приступить к следующему этапу — расчету значений элементов в схеме фильтра. К настоящему времени в литературе большое количество работ посвящено и специальными методами синтеза фильтров [2], и методам инженерного расчета [1]. Опубликованы и обширные справочные материалы [4], позволяющие упростить выполнение этого этапа, а также определить разработчику — с минимумом вычислений — значения элементов фильтра.

Третий этап следует после определения значений элементов фильтра и представляет собой анализ характеристик фильтра. Сначала такой анализ выполняется при номинальных значениях элементов, чтобы убедиться в правильности расчетов, сделанных на предыдущем этапе. Затем рассчитываются характеристики фильтров с учетом погрешностей элементов, что позволяет проверить, будет ли фильтр, построенный из реальных элементов, удовлетворять техническим требованиям. Часть погрешности связана с допусками на значения параметров (например, разброс величин емкостей и индуктивностей обычно составляет около 2%), другие — с паразитными эффектами (индуктивностями выводов, паразитными емкостями катушек индуктивности и т.д.). Кроме того, на характеристики фильтров влияют потери в элементах, особенно в катушках индуктивности, а также рассогласования по входу и выходу.

Этот этап целесообразно выполнять с использованием ЭВМ. Математические модели с учетом погрешностей, используемые для анализа на ЭВМ, настолько хорошо соответствуют реальным фильтрам, что отпадает необходимость в опытной проверке результатов расчета путем измерений их характеристик на лабораторном макете.

На последнем этапе производится сравнение технических требований с параметрами, полученными расчетным путем. Если требования не выполняются, требуется повторить процесс проектирования, изменив исходные данные.

4. Нормирование и преобразование частоты

Часто для описания величин электрических параметров и элементов фильтров, например, частоты, емкости, приходится иметь дело с очень большими или очень малыми числами. Это вызывает неудобство как при вычислениях вручную, так и при использовании вычислительных машин для анализа или проектирования.

Эту проблему можно решить, если значения некоторых параметров принять за единичные, что значительно упрощает расчет, а числовые результаты, в конечном итоге, имеют более общий характер. Этот процесс называется нормированием.

Не все единицы в нормированной схеме можно выбрать произвольно. Показано [2], что только две переменные могут быть нормированы независимо. Очень часто выбирают сопротивление и частоту. Например, для LC-фильтров обычно величины его элементов нормируются для частоты среза $\omega_c = 1$ рад/с при сопротивлении нагрузки $R_2 = 1$ Ом. Справочный материал [4], как правило, приводит результаты расчета нормализованных фильтров.

Для преобразования нормированных величин в реальные их необходимо умножить на коэффициент преобразования. Например, нормированные индуктивность и емкость в LC-фильтрах умножаются на постоянные K_L и K_C , которые можно вычислить с помощью следующих формул:

$$K_L = \frac{R_2}{2\pi f_c}, \quad (17)$$

$$K_C = \frac{1}{2\pi f_c R_2}, \quad (18)$$

где R_2 — сопротивление нагрузки, f_c — частота среза.

Преобразование частоты представляет собой простой и полезный способ для обобщения результатов, полученных для LC-фильтров нижних частот, на более сложные типы LC-фильтров [2]. Этот метод позволяет преобразовать фильтр нижних частот (часто называемый прототипом) в полосовой, фильтр верхних частот, в заграждающий, гребенчатый.

В общем виде преобразование частоты имеет вид:

$$\omega_{ap} X(\omega) = A \omega \frac{(\omega_2^2 - \omega^2)(\omega_4^2 - \omega^2) \dots}{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_3^2 - \omega^2) \dots}, \quad (19)$$

где $0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots$; A — положительная действительная постоянная; ω_{ap} — исходная переменная (переменная прототипа); ω — новая переменная.

Рассмотрим самые простые преобразования. Простейшее преобразование

$$\omega_{ap} = -\frac{A}{\omega} \quad (20)$$

приводит к тому, что индуктивное сопротивление прототипа преобразуется в емкостное, а емкостное сопротивление — в индуктивное.

Например,

$$\omega_{ap} L_{ap} \rightarrow -A L_{ap} / \omega = -\frac{1}{\omega C}, \quad (21)$$

где $C = \frac{1}{A L_{ap}}$.

Характеристика затухания прототипа (фильтра нижних частот) превращается в этом случае в характеристику фильтра верхних частот.

Преобразование типа

$$\omega_{ap} = -A \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega} \quad (22)$$

преобразует прототип в полосовой фильтр, имеющий геометрически симметричную характеристику затухания (относительно частоты ω_2). При этом индуктивность прототипа заменяется схемой с последовательным контуром, емкость преобразуется в схему с параллельным контуром.

A преобразование

$$\omega_{ap} = A \frac{\omega}{\omega_1^2 - \omega^2} \quad (23)$$

приводит к заграждающему фильтру, причем индуктивность прототипа замещается параллельным, а емкость — последовательным контуром.

ГЛАВА II. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ИНДУКТИВНО-ЕМКОСТНЫХ ФИЛЬТРОВ

5. Типы индуктивно-емкостных фильтров

В настоящее время широкое применение находят индуктивно-емкостные пассивные электрические фильтры, обеспечивающие необходимую фильтрацию электрических сигналов в различных частотных диапазонах. Наиболее разработана методика расчета индуктивно-емкостных фильтров следующих типов: Баттерворта, Гаусса, Чебышева и Кауэра. Ниже будут рассмотрены низкочастотные фильтры таких типов, поскольку, согласно [4], высокочастотные и полосовые фильтры можно рассчитать, используя низкочастотный прототип.

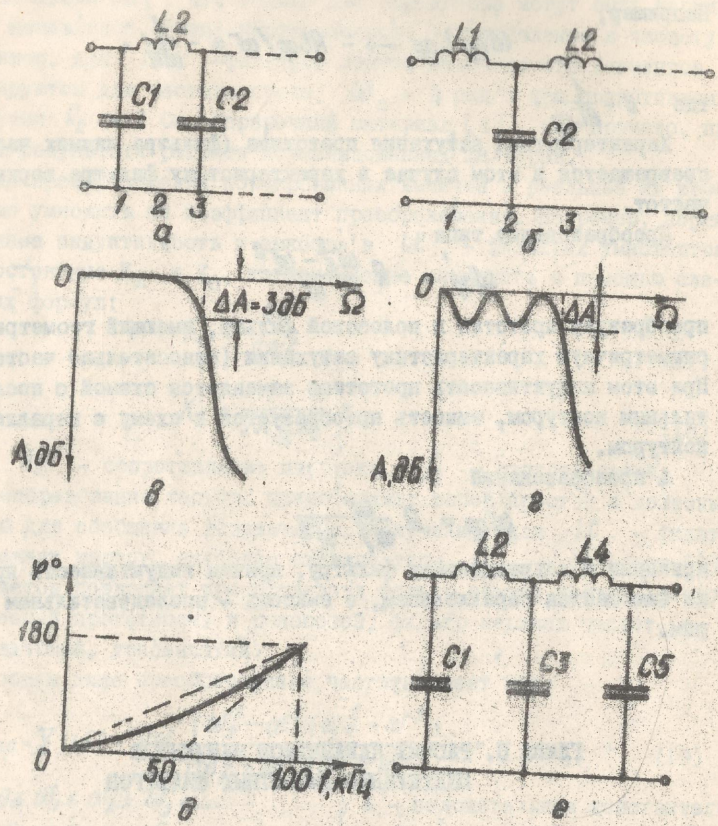


Рис. 2

Фильтры этих типов состоят из П-образных звеньев (рис. 2а, 3а), или Г-образных (рис. 2б). Количество плеч соответствует порядку N фильтра.

Фильтр Баттерворта характеризуется монотонным изменением затухания в полосе пропускания и задерживания (рис. 2б). Затухание в полосе задерживания изменяется приблизительно на 6 дБ за октаву для каждого звена фильтра. Например, фильтр пятого порядка

будет иметь затухание 30 дБ при двойной частоте среза. За нормированную частоту $\Omega = 1$ для фильтра Баттерворта принимается частота, на которой затухание составляет 3 дБ.

Фильтр Гаусса по сравнению с фильтром Баттерворта имеет меньшее затухание. За нормированное значение частоты $\Omega = 1$ также принимается частота, на которой затухание составляет 3 дБ.

Характеристика затухания фильтра Чебышева имеет колебательный характер в полосе пропускания и монотонный — в полосе задерживания (рис. 2г). Неравномерность затухания ΔA в полосе пропускания однозначно связана с максимальным коэффициентом отражения (ρ) и коэффициентом стоячей волны напряжения (КСВН). В частности, $\Delta A = 0,01$ дБ соответствует $\rho = 5\%$; КСВН = 1,105; $\Delta A = 0,044$ дБ — $\rho = 10\%$, КСВН = 1,222; $\Delta A = 0,177$ — $\rho = 20\%$, КСВН = 1,5.

Фильтры Кауэра включают в себя колебательные контуры, соответственно, параллельного или последовательного типа. На рис. 3а, г, е приведены фильтры Кауэра соответственно 3, 4 и 5-го порядков с П-образным звеном, а на рис. 3б, д, ж, — с Г-образным звеном. Характеристики затухания фильтров Кауэра имеют колебательный характер как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания (рис. 3в). Как и для фильтров Чебышева, для фильтров Кауэра необходим выбор величины неравномерности затухания в полосе пропускания ΔA и, кроме того, гарантированное затухание в полосе задерживания $A_з$.

Электрические фильтры характеризуются групповым временем запаздывания и запаздыванием фазы.

Групповое время запаздывания соответствует наклону фазовой кривой в данной точке и представляет собой "запаздывание отгибающей", проявляющееся после детектирования при очень малой модуляции несущей частоты. Величина группового времени запаздывания вычисляется из выражения

$$t_{гроз} = \frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{d\varphi}{360df} \quad (24)$$

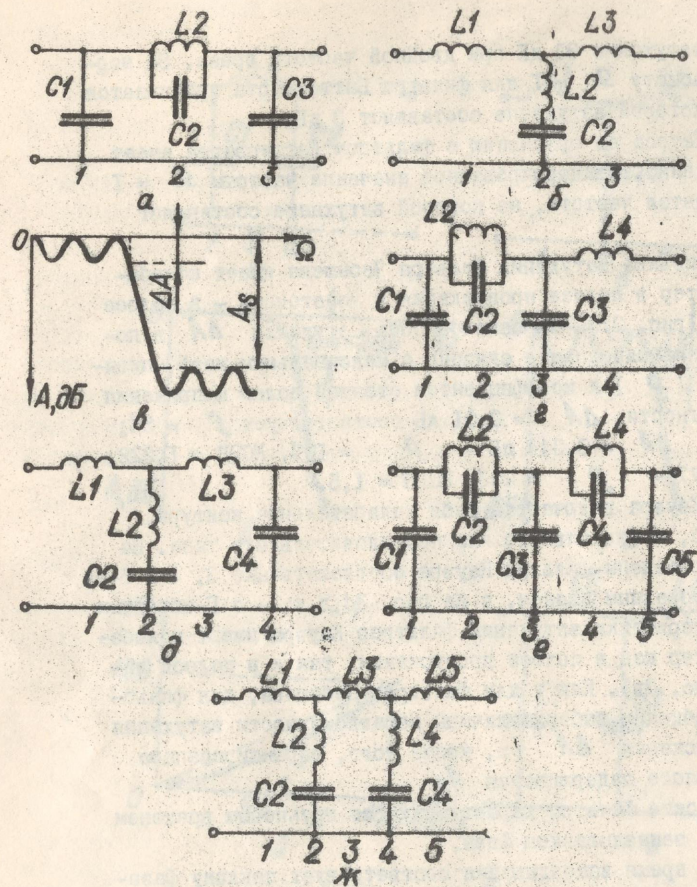


Рис. 3

При прохождении сигнала через низкочастотный фильтр важно знать запаздывание фазы, определяемое из выражения

$$t_{\phi} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \omega} = \frac{\Delta \varphi}{360 \Delta f}, \quad (25)$$

в котором фаза и частота считаются относительно нулевой частоты

Различие между групповым временем запаздывания и запаздыванием фазы для низкочастотного фильтра показано на рис. 2, д. Для приведенных на этом рисунке данных имеем: $t_{гвз} = 10 \text{ мкс}$, $t_{\phi} = 5 \text{ мкс}$.

6. Расчет параметров элементов индуктивно-емкостных низкочастотных фильтров

Реальные элементы индуктивно-емкостных фильтров в общем случае должны характеризоваться как реактивными, так и активными параметрами. С целью упрощения расчета параметров элементов рассматриваемых фильтров пренебрегают потерями в катушках индуктивности и конденсаторах.

В табл. I-8, данные которых взяты из [4], приведены нормированные значения параметров элементов фильтров, где верхний ряд обозначений относится к фильтрам с Π -образными, а нижний ряд - к фильтрам с Γ -образными звеньями. При этом n означает количество звеньев и соответствует порядку фильтра.

Нормировка проведена при частоте среза $\omega_0 = 1 \text{ рад/с}$ и сопротивлении нагрузки 1 Ом . При этом коэффициенты нормировки K_L и K_C определяются выражениями (17) и (18). Если использовать сопротивление нагрузки 1000 Ом , частоту среза выразить в килогерцах, то постоянные K_L и K_C определяются одной формулой

$$K_L = K_C = \frac{159154,94}{f_0} \quad (\text{мкГ или пФ}). \quad (26)$$

Постоянная K_L имеет размерность мкГ, а K_C - пФ. В табл. I приведены параметры элементов фильтра Баттерворта.

Таблица 1

| n | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 |
|-----|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 1,414 | 1,414 | | | | | |
| 3 | 1,000 | 2,000 | 1,000 | | | | |
| 4 | 0,7654 | 1,848 | 1,848 | 0,7654 | | | |
| 5 | 0,6180 | 1,618 | 2,000 | 1,618 | 0,6180 | | |
| 6 | 0,5176 | 1,414 | 1,932 | 1,932 | 1,414 | 0,5176 | |
| 7 | 0,4450 | 1,247 | 1,802 | 2,000 | 1,802 | 1,247 | 0,4450 |

| n | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 | L_5 | C_6 | L_7 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

В качестве примера рассмотрим фильтр Баттерворта 5-го порядка (рис. 2е) с частотой среза 150 кГц и сопротивлением нагрузки 1000 Ом. Для П-образной схемы звеньев с учетом выражения (26) имеем:

$$C_1 = 0,618 \quad 1061,03 = 655,7 \text{ пФ};$$

$$L_2 = 1,618 \quad 1061,03 = 1717 \text{ мкГ или } 1,717 \text{ мГ};$$

$$C_3 = 2,000 \quad 1061,03 = 2122,1 \text{ пФ};$$

$$L_4 = 1,618 \quad 1061,03 = 1717 \text{ мкГ или } 1,717 \text{ мГ};$$

$$C_5 = 0,618 \quad 1061,03 = 655,7 \text{ пФ}.$$

В табл. 2 даны значения параметров фильтра Гаусса.

Таблица 2

| n | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 |
|-----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2 | 2,145 | 0,5747 | | | | | |
| 3 | 2,196 | 0,9674 | 0,3364 | | | | |
| 4 | 2,257 | 1,090 | 0,6776 | 0,2352 | | | |
| 5 | 2,251 | 1,138 | 0,8015 | 0,5058 | 0,1738 | | |
| 6 | 2,262 | 1,111 | 0,8527 | 0,6323 | 0,3996 | 0,1364 | |
| 7 | 2,284 | 1,104 | 0,8684 | 0,7015 | 0,5245 | 0,3257 | 0,1106 |

| n | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 | L_5 | C_6 | L_7 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

В качестве примера рассмотрим фильтр Гаусса 5-го порядка (рис. 2е) с частотой среза 150 кГц и сопротивлением нагрузки 1000 Ом. Для П-образной схемы звеньев с учетом выражения (26) имеем:

$$C_1 = 2,251 \quad 1061,03 = 2389,4 \text{ пФ};$$

$$L_2 = 1,108 \quad 1061,03 = 1175,6 \text{ мкГ или } 1,1756 \text{ мГ};$$

$$C_3 = 0,8015 \quad 1061,03 = 850,4 \text{ пФ};$$

$$L_4 = 0,5058 \quad 1061,03 = 536,7 \text{ мкГ или } 0,5367 \text{ мГ};$$

$$C_5 = 0,1738 \quad 1061,03 = 184,4 \text{ пФ}.$$

В табл. 3, 4, 5 данные которых взяты из 2, значения параметров элемента фильтра Чебышева, имеющие неравномерности затухания ΔA , соответственно, равные: 0,011 дБ; 0,044 дБ и 0,177 дБ.

Таблица 3

| n | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 3 | 0,6395 | 0,9785 | 0,6395 | | | | |
| 4 | 0,6349 | 1,203 | 1,203 | 0,6349 | | | |
| 5 | 0,7664 | 1,310 | 1,538 | 1,310 | 0,7664 | | |
| 6 | 0,7275 | 1,380 | 1,807 | 1,607 | 1,380 | 0,7275 | |
| 7 | 0,8068 | 1,397 | 1,757 | 1,634 | 1,757 | 1,397 | 0,8068 |

| n | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 | L_5 | C_6 | L_7 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Таблица 4

| n | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 3 | 0,3533 | 1,1036 | 0,3533 | | | | |
| 4 | 0,7994 | 1,354 | 1,354 | 0,7994 | | | |
| 5 | 0,9732 | 1,372 | 1,803 | 1,372 | 0,9732 | | |
| 6 | 0,8989 | 1,178 | 1,721 | 1,721 | 1,478 | 0,9989 | |
| 7 | 1,010 | 1,437 | 1,941 | 1,622 | 1,941 | 1,437 | 1,010 |

| n | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 | L_5 | C_6 | L_7 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Таблица 5

| n | C_1 | L_2 | C_3 | L_4 | C_5 | L_6 | C_7 |
|-----|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 3 | 1,1893 | 1,1540 | 1,1893 | | | | |
| 44 | 1,041 | 1,482 | 1,482 | 1,041 | | | |
| 5 | 1,302 | 1,346 | 2,129 | 1,246 | 1,302 | | |
| 6 | 1,159 | 1,159 | 1,938 | 1,838 | 1,529 | 1,159 | |
| 7 | 1,335 | 1,389 | 2,240 | 1,515 | 2,240 | 1,389 | 1,335 |

| n | L_1 | C_2 | L_3 | C_4 | L_5 | C_6 | L_7 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | | | | |

В качестве примера рассмотрим фильтр Чебышева 5-го порядка (рис. 2е) с частотой среза 150 кГц и сопротивлением нагрузки 1000 Ом, имеющий неравномерность затухания 0,177 дБ. Для П-образной схемы звеньев с учетом выражения (26) имеем:

$$C_1 = 1,302 \quad 1061,03 = 1381,5 \text{ пФ};$$

$$L_2 = 1,346 \quad 1061,03 = 1428 \text{ мкГ или } 1,428 \text{ мГ};$$

$$C_3 = 2,129 \quad 1061,03 = 2258,9 \text{ пФ};$$

$$L_4 = 1,346 \quad 1061,03 = 1428 \text{ мкГ или } 1,428 \text{ мГ};$$

$$C_5 = 1,302 \quad 1061,03 = 1381,5 \text{ пФ}.$$

В табл. 6, 7, 8, данные которых взяты из [2], приведены нормированные значения параметров элемента фильтра Кауэра, соответственно, 3, 4 и 5 порядков, где верхний ряд обозначений относится к схемам, приведенным на рис. 3, а, г, е, а нижний ряд к схемам, приведенным на рис. 3б, д, ж.

В качестве примера рассмотрим фильтр Кауэра 5-го порядка (рис. 3ж) с частотой среза $f_c = 150$ кГц и сопротивлением нагрузки 1000 Ом, имеющий неравномерность затухания в полосе пропускания 0,177 дБ и затухания в полосе задерживания $A_c = 50,5$ дБ на наименьшем значении частоты

$$f_s = \Omega \cdot f_c = 1,624269 \quad 150 = 243,64 \text{ кГц}$$

Таблица 6

| $\Delta A, \text{ дБ}$ | Ω_s | $A_0, \text{ дБ}$ | C_1 | C_2 | L_2 | Ω_2 | C_3 |
|------------------------|------------|-------------------|--------|--------|--------|------------|--------|
| 0,011 | 11,474 | 61,61 | 0,6354 | 0,0059 | 0,9711 | 13,242 | 0,6354 |
| | 2,2055 | 52,82 | 0,6314 | 0,0116 | 0,9636 | 9,4661 | 0,6314 |
| | 5,241 | 41 | 0,6194 | 0,0291 | 0,9411 | 6,0377 | 0,6194 |
| 0,044 | 9,567 | 62,9 | 0,8479 | 0,0075 | 1,0944 | 11,0392 | 0,8479 |
| | 6,3925 | 52,31 | 0,841 | 0,017 | 1,0826 | 7,37 | 0,841 |
| | 4,134 | 40,72 | 0,8233 | 0,042 | 1,0525 | 4,7552 | 0,8233 |
| 0,177 | 7,185 | 61,54 | 1,1796 | 0,0123 | 1,1404 | 8,2869 | 1,1796 |
| | 4,81 | 50,92 | 1,1672 | 0,029 | 1,1231 | 5,5386 | 1,1672 |
| | 3,236 | 40,23 | 1,1395 | 0,0669 | 1,0844 | 3,7137 | 1,1395 |

| $\Delta A, \text{ дБ}$ | Ω_s | $A_0, \text{ дБ}$ | L_1 | L_2 | C_2 | Ω_2 | L_3 |
|------------------------|------------|-------------------|-------|-------|-------|------------|-------|
| | | | | | | | |

Таблица 7

| $\Delta A, AB$ | Ω_3 | A_3, AB | C_1 | C_2 | L_2 | Ω_2 | C_3 | L_4 |
|----------------|------------|-----------|--------|---------|-------|------------|-------|--------|
| 0,0II | 5,185531 | 61,5 | 0,6112 | 0,02655 | 1,162 | 5,692923 | 1,188 | 0,637I |
| | 3,763997 | 50,1 | 0,5891 | 0,05228 | 1,124 | 4,12478I | 1,174 | 0,639I |
| | 2,96326 | 41,3 | 0,5595 | 0,06859 | 1,074 | 3,24190I | 1,156 | 0,6418 |
| 0,044 | 4,226219 | 60,3 | 0,7664 | 0,0359 | 1,297 | 4,633838 | 1,332 | 0,8013 |
| | 3,237204 | 51,6 | 0,7422 | 0,06339 | 1,256 | 3,54414I | 1,616 | 0,8027 |
| | 2,452295 | 40,3 | 0,6968 | 0,1183 | 1,179 | 2,677264 | 1,287 | 0,8052 |
| 0,177 | 3,569699 | 60,3 | 0,996 | 0,04644 | 1,408 | 3,910693 | 1,453 | 1,041 |
| | 2,733826 | 50,6 | 0,9630 | 0,08273 | 1,353 | 2,988543 | 1,432 | 1,041 |
| | 2,039556 | 40,5 | 0,904 | 0,1522 | 1,257 | 2,28663II | 1,394 | 1,041 |
| $\Delta A, AB$ | Ω_3 | A_3, AB | L_1 | L_2 | C_2 | Ω_2 | L_3 | C_4 |

Таблица 8

| $\Delta A, AB$ | Ω_3 | A_3, AB | C_1 | C_2 | L_2 | Ω_2 | C_3 | C_4 | L_4 | Ω_4 | C_5 |
|----------------|------------|-----------|--------|---------|-------|------------|-------|--------|--------|------------|--------|
| 0,0II | 2,559305 | 61,2 | 0,732I | 0,044II | 1,26I | 4,239719 | 1,496 | 0,12II | 1,149 | 2,680696 | 0,6628 |
| | 2,062665 | 50,8 | 0,7112 | 0,0718I | 1,23I | 3,362873 | 1,444 | 0,2038 | 1,056 | 2,155627 | 0,6004 |
| | 1,701302 | 40,8 | 0,6798 | 0,1148 | 1,187 | 2,706909 | 1,373 | 0,3456 | 0,9214 | 1,772152 | 0,507 |
| 0,044 | 2,202689 | 60,1 | 0,9265 | 0,05866 | 1,307 | 3,611883 | 1,666 | 0,1607 | 1,173 | 2,303827 | 0,8363 |
| | 1,836078 | 50,9 | 0,9024 | 0,08993 | 1,273 | 2,955288 | 1,601 | 0,2534 | 1,076 | 1,915395 | 0,7678 |
| | 1,524253 | 40,7 | 0,8613 | 0,1454 | 1,216 | 2,378086 | 1,498 | 0,4338 | 0,9135 | 1,583348 | 0,6533 |
| 0,177 | 2,000000 | 61,4 | 1,24I | 0,07446 | 1,27I | 3,250805 | 1,936 | 0,2024 | 1,132 | 2,08247 | 1,129 |
| | 1,624269 | 50,5 | 1,202 | 0,124I | 1,224 | 2,566192 | 1,823 | 0,3479 | 1,006 | 1,690112 | 1,024 |
| | 1,367327 | 40,2 | 1,144 | 0,2017 | 1,153 | 2,073339 | 1,670 | 0,5990 | 0,8338 | 1,414999 | 0,875 |
| $\Delta A, AB$ | Ω_3 | A_3, AB | L_1 | L_2 | C_2 | Ω_2 | L_3 | L_4 | C_4 | Ω_4 | L_5 |

С учетом выражения (26) имеем:

$$C_1 = 1,202 \quad 1061,03 = 1275,4 \text{ пФ};$$

$$C_2 = 0,1224 \quad 1061,03 = 131,7 \text{ пФ};$$

$$L_2 = 1,224 \quad 1061,03 = 1299 \text{ мкГ или } 1,299 \text{ мГ};$$

$$C_3 = 1,823 \quad 1061,03 = 1934,3 \text{ пФ};$$

$$C_4 = 0,3479 \quad 1061,03 = 369,1 \text{ пФ};$$

$$L_4 = 1,036 \quad 1061,03 = 1067 \text{ мкГ или } 1,069 \text{ мГ};$$

$$C_5 = 1,024 \quad 1061,03 = 1086,5 \text{ пФ};$$

При этом резонансные частоты контуров C_2L_2 и C_4L_4 соответственно равны:

$$f_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi} = 2,5666192 \quad 150 = 384,929 \text{ кГц};$$

$$f_4 = \frac{\Omega_4}{2\pi} = 1,690112 \quad 150 = 253,517 \text{ кГц}.$$

7. Расчет параметров элементов высокочастотных фильтров

Как указано в первой главе, высокочастотные фильтры (ВЧ) могут быть получены из низкочастотных прототипов (НЧ) при обратных величинах для всех нормированных частот:

$$\Omega_{ВЧ} = \frac{1}{\Omega_{НЧ}}. \quad (27)$$

На рис. 4а,б показаны элементы низкочастотного прототипа и на рис. 4в,г - соответствующие им элементы высокочастотного фильтра. Поскольку расчет высокочастотник подобен расчету низкочастотных фильтров, то в качестве примера рассмотрим расчет высокочастотного фильтра с частотой среза $f_c = 10$ кГц и сопротивлениями на входе и выходе, равными 1000 Ом. В качестве низкочастотного прототипа выбираем фильтр Кауэра 5-го порядка (табл.8) с $\Delta A = 0,177$ дБ и $A_d = 61,4$ дБ, схема которого приведена на рис. 4д.

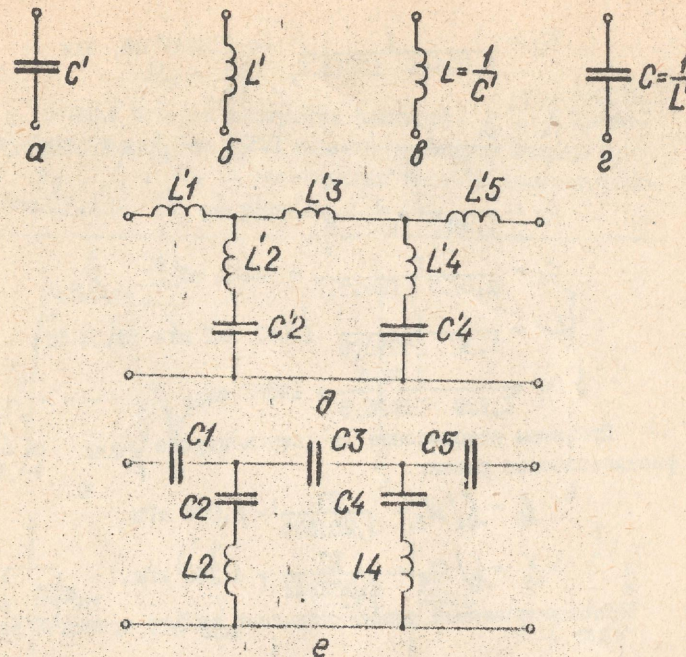


Рис. 4

Коэффициенты нормирования индуктивности и емкостей, с учетом выражения (26), имеют вид:

$$K_L = K_C = \frac{159154,94}{10} = 15915,5 \text{ (мкГ или пФ)}.$$

Частота, на которой затухание достигает 61,4 дБ, составит:

$$f_c = \frac{10}{2,000000} = 5 \text{ кГц}.$$

С учетом данных табл. 8 имеем:

$$C_1 = \frac{1}{1,241 \cdot 15915,5} = 12825 \text{ пФ};$$

$$C_2 = \frac{I}{0,07446 \cdot 15915,5} = 213747 \text{ пФ, или } 0,213747 \text{ мкФ};$$

$$L_2 = \frac{I}{1,27 \cdot 15915,5} = 12522 \text{ мкГ или } 12,522 \text{ мГ};$$

$$C_3 = \frac{I}{1,936 \cdot 15915,5} = 8221 \text{ пФ};$$

$$C_4 = \frac{I}{0,2024 \cdot 15915,5} = 78634 \text{ пФ};$$

$$L_4 = \frac{I}{1,32 \cdot 15915,5} = 14060 \text{ мкГ или } 14,06 \text{ мГ};$$

$$C_5 = \frac{I}{1,129 \cdot 15915,5} = 14097 \text{ пФ};$$

При этом резонансные частоты контуров L_2C_2 и L_4C_4 соответственно равны:

$$f_2 = f_c / \Omega_2 = \frac{10}{3,250805} = 3,076 \text{ кГц},$$

$$f_4 = f_c / \Omega_4 = \frac{10}{2,089247} = 4,786 \text{ кГц}.$$

Рассматриваемый высокочастотный фильтр приведен на рис. 4б.

8. Расчет параметров элементов индуктивно-емкостных полосовых фильтров

Для расчета полосовых фильтров на примере фильтра Каузера 5-го порядка используются, согласно [4], следующие выражения

$$f_0^2 = f_c \cdot f_c = f_3 \cdot f_3 = f_2 \cdot f_2 = f_4 \cdot f_4, \quad (28)$$

$$\Delta f_c = f_c - f_1, \quad (29)$$

$$\Delta f_3 = f_3 - f_3, \quad (30)$$

$$\Delta f_2 = f_2 - f_2, \quad (31)$$

$$\Delta f_4 = f_4 - f_4, \quad (32)$$

$$\Omega_3 = \frac{\Delta f_3}{\Delta f_c}, \quad (33)$$

$$\Omega_2 = \frac{\Delta f_2}{\Delta f_c}, \quad (34)$$

$$\Omega_4 = \frac{\Delta f_4}{\Delta f}, \quad (35)$$

где f_0 - средняя частота настройки фильтра; f_c, f_c - частоты среза фильтра; f_3, f_3 - частоты положения первых нулей; f_2, f_2, f_4, f_4 - резонансные частоты соответственно контуров: $C_2L_2, C_2L_2, C_4L_4, C_4L_4$.

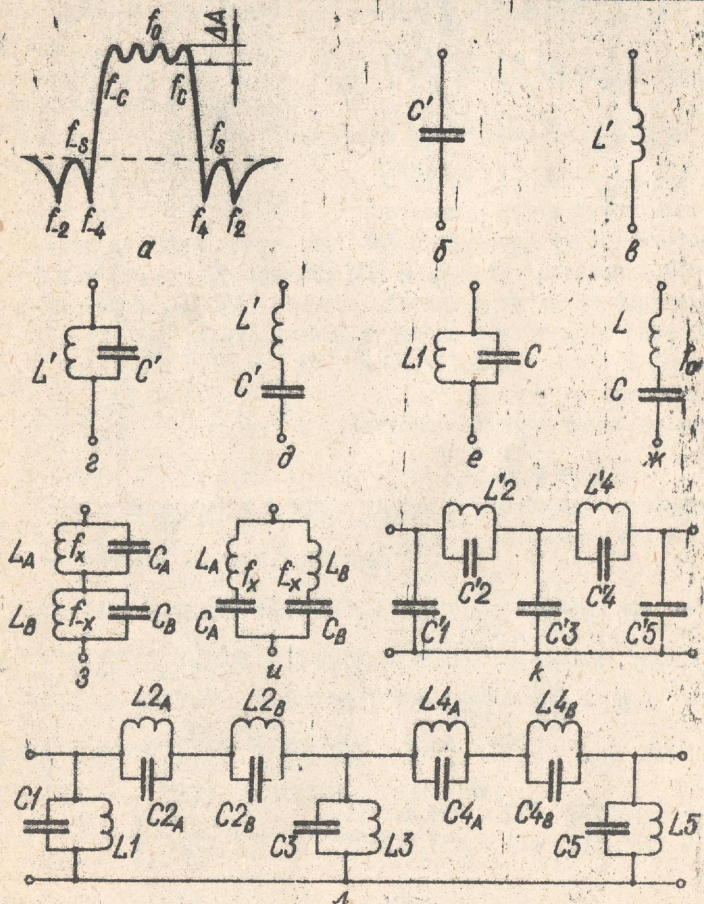


Рис. 5

На рис. 5р, в, г, д показаны элементы низкочастотного прототипа. Соответствующие им элементы полосового фильтра представлены на рис. 5ж, з, и. При этом

$$C = \frac{1}{L} = K_A C' \quad (\text{рис. 5р, в}); \quad (36)$$

$$L = \frac{1}{C} = K_A L' \quad (\text{рис. 5р, ж}); \quad (37)$$

$$C_{iA} = \frac{1}{L_{iB}} = K_A C' \left[1 + \left(\frac{f_0}{f_i} \right)^2 \right] \quad (\text{рис. 5г, з}); \quad (38)$$

$$C_{iB} = \frac{1}{L_{iA}} = K_A C' \left[1 + \left(\frac{f_0}{f_i} \right)^2 \right] \quad (\text{рис. 5р, з}); \quad (39)$$

$$L_{iA} = \frac{1}{C_{iB}} = K_A L' \left[1 + \left(\frac{f_0}{f_i} \right)^2 \right] \quad (\text{рис. 5д, и}); \quad (40)$$

$$L_{iB} = \frac{1}{C_{iA}} = K_A L' \left[1 + \left(\frac{f_0}{f_i} \right)^2 \right] \quad (\text{рис. 5д, л}); \quad (41)$$

где i - порядковый номер элемента.

Рассмотрим расчет полосового фильтра, показанного на рис. 5л, с полосой в пределах от $f_H = 250$ кГц до $f_B = 400$ кГц и сопротивлениями на входе и выходе, равными 1000 Ом. В качестве низкочастотного прототипа выбираем фильтр Кауэра 5-го порядка (табл. 8) с $\Delta A = 0,177$ дБ и $A_B = 50,5$ дБ, схема которого приведена на рис. 5к.

Среднее значение частоты составит:

$$f_0 = \sqrt{f_H \cdot f_B}. \quad (42)$$

Коэффициенты нормирования индуктивностей и емкостей с учетом выражения (26) имеют вид:

$$K_L = K_C = \frac{159154,94}{316,228} = 503,2917 \text{ (мкГ или пФ)}.$$

Коэффициент преобразования ширины по оси равен:

$$K_A = \frac{316,228}{400 - 250} = 2,10819.$$

Для полосы $\Delta f_c = 400 - 250 = 150$ кГц с учетом данных табл.

8 имеем:

$$\Delta f_2 = 2,566192 \quad 150 = 384,929 \text{ кГц};$$

$$\Delta f_4 = 1,690112 \quad 150 = 253,517 \text{ кГц}.$$

Пользуясь выражениями (34) и (35), вычисляем резонансные частоты для контуров. В результате получаем:

$$f_2 = 562,657 \text{ кГц} - \text{резонансная частота для контура}$$

$$C_{2A}, L_{2A}; \quad f_2 = 177,728 \text{ кГц} - \text{резонансная частота для контура}$$

$$C_{2B}, L_{2B}; \quad f_4 = 467,445 \text{ кГц} - \text{резонансная частота для контура}$$

C_{4A}, L_{4B} .
Контуры $C1, L1; C3, L3; C5, L5$ имеют резонанс на средней частоте 316,228 кГц.

Кроме того, для преобразования необходимы следующие величины:

$$1 + \frac{f_0^2}{f_2^2} = 1,3158797;$$

$$1 + \frac{f_0^2}{f_4^2} = 1,4576617;$$

$$1 + \frac{f_0^2}{f_2^2} = 4,165769;$$

$$1 + \frac{f_0^2}{f_4^2} = 3,1850197.$$

С учетом данных табл. 8 имеем:

$$C_1 = 1,202 \quad 2,10819 \quad 503,2917 = 1275,4 \text{ пФ};$$

$$L_1 = \frac{503,2917}{1,202 \quad 2,10819} = 198,01 \text{ мкГ};$$

$$C_{2A} = 0,1241 \quad 2,10819 \quad 1,3158797 \quad 503,2917 = 173,27 \text{ пФ};$$

$$L_{2A} = \frac{503,2917}{0,1241 \quad 2,10819 \quad 4,1657619} = 461,78 \text{ мкГ};$$

$$C_{2B} = 0,1241 \quad 2,10819 \quad 4,1657619 \quad 503,2917 = 548,53 \text{ пФ};$$

$$L_{2B} = \frac{503,2917}{0,1241 \quad 2,10819 \quad 1,3158797} = 1461,9 \text{ мкГ};$$

$$C_3 = 1,823 \quad 2,10819 \quad 503,2917 = 1934,3 \text{ пФ};$$

$$L_3 = \frac{503,2917}{0,823 \quad 2,10819} = 130,96 \text{ мкГ};$$

$$L_{4A} = \frac{503,2917}{0,3479 \quad 2,10819 \quad 3,1850197} = 215,45 \text{ мкГ};$$

$$C_{44} = 0,3479 \cdot 2,10819 \cdot 1,4576617 \cdot 503,2917 = 539,1 \text{ пФ};$$

$$C_{48} = 0,3479 \cdot 2,10819 \cdot 3,185197 \cdot 503,2917 = 1175,7 \text{ пФ};$$

$$L_{48} = \frac{503,2917}{0,3479 \cdot 2,10819 \cdot 1,4576617} = 470,76 \text{ мкГ};$$

$$C_6 = 1,024 \cdot 2,10819 \cdot 503,2917 = 1086,5 \text{ пФ};$$

$$L_6 = \frac{503,2917}{1,024 \cdot 2,10819} = 233,14 \text{ мкГ}.$$

9. Техническое задание на расчет индуктивно-емкостных фильтров

Рассчитать параметры элементов индуктивно-емкостных фильтров без потерь и выполнить на ЭВМ расчет частотных характеристик фильтров с учетом потерь.

Принятые обозначения: Б - Баттерворта; Г - Гаусса; Ч - Чебышева; К - Кауэра; ФНЧ - фильтр низких частот; ФВЧ - фильтр высоких частот; ПФФ - полосовой частотный фильтр; n - порядок фильтра.

Задание неравномерности: $A = 0,311$ дБ; $B = 0,044$ дБ;

$D_1 = 0,177$ дБ.

Задание затухания: $I \sim 60$ дБ; $II \sim 50$ дБ; $III \sim 40$ дБ; m - порядковый номер студента в списке группы.

Примеры записи задания: ФНЧ Б 5 (m I кГц), ФНЧ К 5 (m I кГц) А I.

Последовательность выполнения задания и требования к оформленному отчету:

1. Рассчитать параметры индуктивно-емкостного фильтра без потерь.
2. Составить матрицу проводимостей или сопротивлений с учетом потерь в индуктивности. Сопротивления потерь в индуктивностях принять одинаковыми и равными 0,3; 1; 3; 5 Ом.
3. Составить программу на ЭВМ для расчета частотных характеристик фильтра и произвести их вычисление.
4. Построить графики частотных характеристик фильтра при различных сопротивлениях индуктивностей.
5. Определить по частотным характеристикам фильтров неравномерность частотных характеристик в полосе пропускания, крутизну среза, минимальное затухание в полосе пропускания.

6. Оформить отчет, в котором должны быть помещены следующие данные: а) техническое задание; б) схема фильтра с рассчитанными параметрами; в) матрица сопротивлений или проводимостей; г) распечатка текста программы; д) графики частотных характеристик; е) параметры фильтра; ж) обсуждение результатов и выводы.

ГЛАВА III. РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЛЬТРОВ НА ЭВМ

10. Влияние потерь элементов на частотные характеристики фильтров

Как отмечалось в первой главе, один из этапов проектирования фильтров заключается в анализе характеристик спроектированного фильтра. Этот анализ необходимо провести при номинальных (рассчитанных) значениях элементов фильтра, чтобы с одной стороны, проверить правильность расчета элементов фильтра, а с другой, - убедиться в соответствии характеристик фильтра заданным техническим требованиям. Кроме того, при разработке фильтров, к которым предъявляются повышенные требования, часто необходимо иметь реальные характеристики, учитывающие условия рассогласования, разброс величин схемных элементов от номиналов, наличие потерь в реальных элементах схемы.

При анализе характеристик фильтров с учетом потерь в элементах обычно рассматривают эквивалентную схему, в которой потери в катушке индуктивности отражаются последовательно включенным сопротивлением R , а потери в конденсаторах - параллельно включенным сопротивлением Z (рис. 6в). Чаще всего потерями в конденсаторах пренебрегают, так как Z очень велико.

Потери вызывают изменения характеристического сопротивления $[T]$. За счет потерь возникает реактивная составляющая характеристического сопротивления в полосе пропускания и активная составляющая - в полосе задерживания. Возникает дополнительное затухание в полосе пропускания, величина которого зад

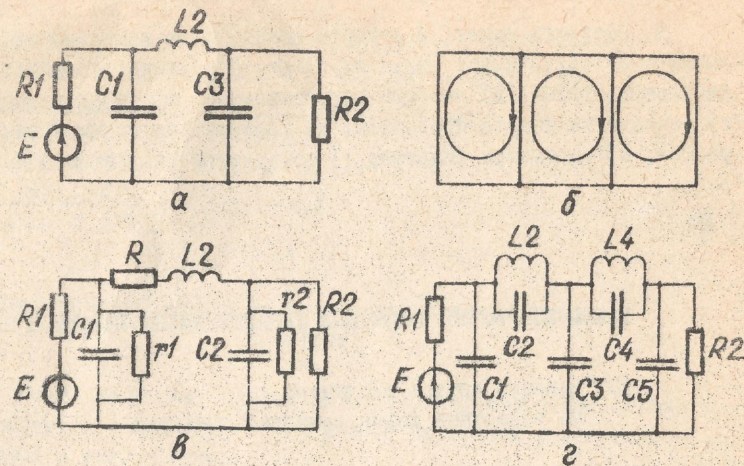


Рис. 6

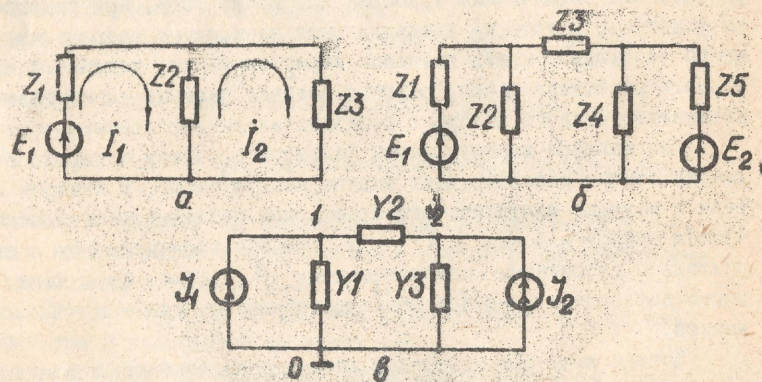


Рис. 7

больше, чем больше потери. Это затухание неодинаково на различных частотах и приводит к появлению амплитудных искажений, которые могут изменить форму сигнала, проходящего через фильтр. Значительное затухание происходит на частоте среза и в ее окрестности. Появляется переходная область между полосой пропускания и задерживания. За счет этого ухудшается избирательность фильтра.

Наличие потерь приводит к изменению фазовой характеристики, которая в полосе пропускания изменяется мало, но претерпевает большие изменения в полосе задерживания.

Для получения частотных характеристик фильтра, так называемой зависимости рабочего затухания A_p и рабочего фазового сдвига ν_p от частоты, а также амплитудно-частотной характеристики, необходимо найти, как видно из (10) и (14), напряжение U_2 на выходе фильтра при заданной частоте генератора E . Рассчитать напряжение U_2 можно, решая линейные уравнения фильтра, составленные по любому известному методу расчета сложных электрических цепей.

II. Составление матричных уравнений линейных электрических фильтров

Для составления уравнений линейного электрического фильтра целесообразно использовать метод контурных токов или узловых напряжений в символической форме [5].

а) Метод контурных токов.

Метод контурных токов применим только для плоских схем [5], то есть таких, которые могут быть изображены на плоскости без пересечения.

На рис. 7а приведена простая электрическая цепь с идеальным источником гармонического напряжения (т.е. имеющим нулевое внутреннее сопротивление) и комплексными сопротивлениями Z_1, Z_2, Z_3 , образующими два независимых контура.

В методе контурных токов вводятся контурные токи, то есть токи, протекающие в выбранном контуре, и задаются их направле-

ния в контуре. На основе второго закона Кирхгофа можно записать следующие уравнения в комплексной форме. Для первого контура при направлении обхода по часовой стрелке

$$Z_1 \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_1 - Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 \quad (43)$$

и после группировки членов

$$Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 = \dot{E}_1, \quad (44)$$

где $Z_{11} = Z_1 + Z_2$ — собственное сопротивление первого контура; $Z_{12} = -Z_2$ — взаимное сопротивление между первым и вторым контурами.

Для второго контура аналогично имеем:

$$Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 = 0, \quad (45)$$

где $Z_{21} = -Z_2$ — взаимное сопротивление между вторым и первым контурами; $Z_{22} = Z_2 + Z_3$ — собственное сопротивление второго контура.

Решая систему уравнений (44) и (45), можно найти контурные токи. Токи в ветвях будут либо совпадать с контурными токами (крайние ветви), либо будут равны их алгебраической сумме (в средней ветви $\dot{I}_1 - \dot{I}_2$). Очевидно, что

$$U_{\text{вх}} = Z_{11} \dot{I}_2.$$

Можно обобщить эту систему уравнений на случай n — независимых контуров:

$$\begin{aligned} Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 + \dots + Z_{1n} \dot{I}_n &= \dot{E}_1 \\ Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 + \dots + Z_{2n} \dot{I}_n &= \dot{E}_2 \\ \dots & \dots \\ Z_{n1} \dot{I}_1 + Z_{n2} \dot{I}_2 + \dots + Z_{nn} \dot{I}_n &= \dot{E}_n \end{aligned} \quad (46)$$

где Z_{ii} — собственное сопротивление i -го контура; Z_{jk} — взаимное сопротивление между j -м и k -м контурами.

Систему n — уравнений (46) можно записать в матричной форме [5,6]:

$$Z J = E, \quad (47)$$

где

$$Z = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}$$

— матрица сопротивления;

$$E = \begin{vmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \vdots \\ \dot{E}_n \end{vmatrix}$$

— матрица-столбец задающих напряжений, причем \dot{E}_k равно алгебраической сумме напряжений источников, входящих в k -й контур;

$$J = \begin{vmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{vmatrix}$$

— матрица-столбец контурных токов (или источникный вектор).

Чтобы выбрать в схеме независимые контуры, можно воспользоваться следующим способом [5]. В качестве независимых рассматривают контуры, охватывающие так называемые ячейки схемы — замкнутые области, образующиеся скелетной схемой, т.е. схемой, где ветви представляются линиями (рис. 6,б).

б) Метод узловых напряжений.

При анализе схемы по методу узловых напряжений, который применим как для плоских, так и для объемных схем, в качестве искомых величин выбираются узловые напряжения, т.е. напряжения между одним из узлов схемы, называемым базисным узлом [5], и остальными узлами. Базисный узел обычно обозначается нулем. Узловые напряжения считаются направленными к узлам схемы.

В качестве источников следует использовать источники тока, и положительным направлением этих задающих токов также считается направление к узлу. Для примера рассмотрим электри-

ческую цепь, приведенную на рис. 7б. Для составления уравнений по методу узловых напряжений необходимо прежде всего от источников напряжения перейти к эквивалентным источникам тока.

Тогда ветвь, содержащая источник напряжения \dot{E}_1 и сопротивление Z_1 , преобразуется в ветвь, содержащую источник тока с задающим током

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1}, \quad (50)$$

и параллельную ей ветвь, содержащую проводимость

$$Y_{12} = \frac{1}{Z_1}. \quad (51)$$

Аналогично получаем:

$$\dot{J}_2 = \frac{\dot{E}_2}{Z_5}, \quad Y_{23} = \frac{1}{Z_5}. \quad (52)$$

Переходя во всей схеме к проводимостям

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2}, \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}, \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4} \quad (53)$$

и учитывая, что $Y_1 = Y_{12} + Y_2$ и $Y_5 = Y_{23} + Y_4$, приходим к эквивалентной схеме, изображенной на рис. 7в, которая, кроме базисного узла, содержит два независимых узла 1 и 2.

Для первого узла схемы в соответствии с первым законом Кирхгофа можно записать

$$Y_1 \dot{U}_1 + Y_2 (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) = -\dot{J}_1 \quad (54)$$

или после группировки членов

$$Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2 = -\dot{J}_1, \quad (55)$$

где \dot{U}_1, \dot{U}_2 - узловые напряжения, $Y_{11} = Y_1 + Y_2$ - собственная проводимость узла 1, $Y_{12} = -Y_2$ - взаимная проводимость между первым и вторым узлом, \dot{J}_1 - задающий ток источника.

Аналогично для второго узла имеем

$$Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 = -\dot{J}_2, \quad (56)$$

где $Y_{21} = -Y_2$ - взаимная проводимость между вторым и первым узлом, $Y_{22} = Y_2 + Y_3$ - собственная проводимость второго узла.

Решая систему уравнений (55) и (56), можно найти искомого узловые напряжения. А напряжения на ветвях схемы будут совпадать с узловыми напряжениями либо определяться как разность узловых напряжений двух узлов, между которыми находится данная ветвь.

Можно обобщить эту систему уравнений на случай n независимых узлов. Тогда получим в матричной форме [5,6]:

$$YU = J \quad (57)$$

где $Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{pmatrix}$

- матрица проводимости,

$$J = \begin{pmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \vdots \\ \dot{J}_n \end{pmatrix}$$

- матрица-столбец задающих токов, где \dot{J}_k - алгебраическая сумма токов источников, присоединенных к k -му узлу,

$$U = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix}$$

- матрица-столбец узловых напряжений.

Число независимых узлов в схеме определяется просто: если в схеме n узлов и один из них выбирается за базисный, то остальные ($n - 1$) узлов будут независимыми.

12. Преобразование матричных уравнений фильтров для решения на ЭМ

Для решения системы линейных уравнений типа (47) или (57) на ЭМ используется тот или иной численный метод. Наиболее употребительный из них метод Гаусса. При составлении программы численного решения системы линейных уравнений на языках АЛГОЛ и ФОРТРАН можно использовать стандартные процедуры, реализующие метод Гаусса, или его модификации.

На ФОРТРАНе допускается употребление уравнений с комплексными коэффициентами [7]. В этом случае система уравнений, например (47), записывается в следующем виде:

$$(Re Z + j Im Z)(Re J + j Im J) = Re E + j Im E, \quad (60)$$

т.е. матрица сопротивлений Z распадается на две:

$$Z = Re Z + j Im Z, \quad (61)$$

где $Re Z$ — матрица, состоящая из действительных частей сопротивлений, а $Im Z$ — матрица, состоящая из мнимых частей сопротивлений.

Аналогично преобразуются в (47) матрицы-столбцы искомого контурного тока J и задающих напряжений E :

$$\begin{aligned} J &= Re J + j Im J, \\ E &= Re E + j Im E. \end{aligned} \quad (62)$$

Так же записывается и система уравнений (57), составленная по методу узловых напряжений:

$$(Re Y + j Im Y)(Re U + j Im U) = Re J + j Im J. \quad (63)$$

Таким образом, при решении системы уравнений на ФОРТРАНе необходимо исходные матрицы с комплексными коэффициентами, вхо-

дящие в уравнения, представить суммой двух матриц с действительными компонентами.

В качестве примера рассмотрим составление матрицы сопротивлений для фильтра нижних частот Баттерворта 3-го порядка (рис. 7а). Эта схема содержит три независимых контура с контурными токами J_1, J_2, J_3 . Исходная матрица сопротивлений будет иметь вид:

$$Z = \begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} & -\frac{1}{j\omega C_1} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega C_1} & j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_3} & -\frac{1}{j\omega C_3} \\ 0 & -\frac{1}{j\omega C_3} & R_2 + \frac{1}{j\omega C_3} \end{vmatrix} \quad (64)$$

Тогда матрица $Re Z$ действительных частей и матрица $Im Z$ мнимых частей записываются следующим образом:

$$Re Z = \begin{vmatrix} x'_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x'_3 \end{vmatrix}, \quad Im Z = \begin{vmatrix} -x''_1 & x''_1 & 0 \\ x''_1 & x''_2 & x''_3 \\ 0 & x''_3 & -x''_3 \end{vmatrix}, \quad (65)$$

где $x'_1 = R_1, x'_3 = R_2, x''_1 = \frac{1}{\omega C_1}, x''_2 = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_3}, x''_3 = \frac{1}{\omega C_3}$.
Из исходной матрицы задающих напряжений

$$E = \begin{vmatrix} \dot{E} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (66)$$

получаем матрицы $Re E$ действительных и $Im E$ мнимых частей

$$Re E = \begin{vmatrix} E' \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad Im E = \begin{vmatrix} E'' \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \text{где } \dot{E} = E' + jE'' \quad (67)$$

Рассмотрим еще составление матрицы проводимости для фильтра нижних частот Коуэра 5-го порядка (рис. 7г). В этой схеме три независимых узла: 1, 2 и 3.

Проведем преобразования в схеме: заменим источник напряжения \dot{E} источником тока $\dot{J} = \dot{E}/R_1$. Исходная матрица проводимостей запишется в виде:

$$Y = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_1} + j\omega(C_1 + C_2) + \frac{1}{j\omega L_2} & -\frac{1}{j\omega L_2} - j\omega C_2 & 0 \\ -\frac{1}{j\omega L_2} - j\omega C_2 & \frac{1}{j\omega L_2} + j\omega(C_2 + C_3 + C_4) + \frac{1}{j\omega L_4} & -\frac{1}{j\omega L_4} + j\omega C_4 \\ 0 & -\frac{1}{j\omega L_4} - j\omega C_4 & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_4} + j\omega(C_4 + C_5) \end{vmatrix} \quad (68)$$

Тогда матрица действительных $Re Y$ и мнимых $Im Y$ частей получается таким образом:

$$Re Y = \begin{vmatrix} Y_1' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_5' \end{vmatrix}, \quad Im Y = \begin{vmatrix} Y_1'' & -Y_2'' & 0 \\ -Y_2'' & Y_3'' & -Y_4'' \\ 0 & -Y_4'' & Y_5'' \end{vmatrix} \quad (69)$$

где $Y_1' = \frac{1}{R_1}$, $Y_1'' = \omega(C_1 + C_2) - \frac{1}{\omega L_2}$, $Y_2'' = \omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2}$,
 $Y_3'' = -\frac{1}{\omega L_2} + \omega(C_2 + C_3 + C_4) + \frac{1}{\omega L_4}$, $Y_4'' = \omega C_4 - \frac{1}{\omega L_4}$
 $Y_5' = \frac{1}{R_2}$, $Y_5'' = \omega(C_4 + C_5) - \frac{1}{\omega L_4}$.

Аналогично из исходной матрицы заданных токов

$$J = \begin{vmatrix} \dot{j} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (70)$$

получим матрицы $Re J$ действительных и $Im J$ мнимых частей

$$Re J = \begin{vmatrix} J_1' \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad Im J = \begin{vmatrix} J_1'' \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{где } \dot{j} = J_1' + jJ_1'' \quad (71)$$

На АЛГОЛе решение системы линейных уравнений с комплексными коэффициентами невозможно [8]. Поэтому необходимо в системе уравнений (47) или (57) проводить преобразования, приводящие к системе с действительными коэффициентами. Эти преобразования заключаются в том, что каждое уравнение распадается на два относительно действительной и мнимой части решения. Например, k -е уравнение в системе (47) принимает вид:

$$\begin{aligned} Z_{k1}' J_1' + Z_{k2}' J_2' + \dots + Z_{kn}' J_n' - Z_{k1}'' J_1'' - Z_{k2}'' J_2'' - \dots - Z_{kn}'' J_n'' &= E_k' \\ Z_{k1}'' J_1' + Z_{k2}'' J_2' + \dots + Z_{kn}'' J_n' + Z_{k1}' J_1'' + Z_{k2}' J_2'' + \dots + Z_{kn}' J_n'' &= E_k'' \end{aligned}$$

где $\dot{J}_k = J_k' + jJ_k''$, $Z_{ki} = Z_{ki}' + jZ_{ki}''$, $\dot{E}_k = E_k' + jE_k''$ (72)

Тогда получится система $2n$ -уравнений, которую можно записать в матричной форме таким образом:

$$Z_D J_D = E_D, \quad (73)$$

где

$$Z_D = \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} & \dots & Z'_{1n} & -Z''_{11} & -Z''_{12} & \dots & -Z''_{1n} \\ Z'_{21} & Z'_{22} & \dots & Z'_{2n} & -Z''_{21} & -Z''_{22} & \dots & -Z''_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z'_{n1} & Z'_{n2} & \dots & Z'_{nn} & -Z''_{n1} & -Z''_{n2} & \dots & -Z''_{nn} \\ Z''_{11} & Z''_{12} & \dots & Z''_{1n} & Z'_{11} & Z'_{12} & \dots & Z'_{1n} \\ Z''_{21} & Z''_{22} & \dots & Z''_{2n} & Z'_{21} & Z'_{22} & \dots & Z'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z''_{n1} & Z''_{n2} & \dots & Z''_{nn} & Z'_{n1} & Z'_{n2} & \dots & Z'_{nn} \end{pmatrix}$$

- матрица действительных коэффициентов, которая получается из исходной матрицы Z комплексных коэффициентов по следующей схеме:

$$Z_D = \begin{pmatrix} \operatorname{Re} Z & -\operatorname{Im} Z \\ \operatorname{Im} Z & \operatorname{Re} Z \end{pmatrix}, \quad \text{где } Z = \operatorname{Re} Z + j \operatorname{Im} Z; \quad (74)$$

$$J_D = \begin{pmatrix} J'_1 \\ J'_2 \\ \vdots \\ J'_n \\ J''_1 \\ J''_2 \\ \vdots \\ J''_n \end{pmatrix} \quad - \text{искомая матрица-столбец, верхнюю половину которой составляют действительные части контурных токов, а нижнюю половину - мнимые части искомых токов;} \quad (75)$$

$$E_D = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ \vdots \\ E'_n \\ E''_1 \\ E''_2 \\ \vdots \\ E''_n \end{pmatrix} \quad - \text{матрица-столбец задающих напряжений, верхнюю половину которой составляют действительные части напряжений, а нижнюю половину - мнимые части.} \quad (76)$$

Аналогичные преобразования можно провести для системы (57) и получить

$$Y_D U_D = J_D, \quad (77)$$

где

$$Y = \begin{pmatrix} \operatorname{Re} Y & -\operatorname{Im} Y \\ \operatorname{Im} Y & \operatorname{Re} Y \end{pmatrix} \quad \text{матрица действительных коэффициентов;} \quad (78)$$

$$J_D = \begin{pmatrix} J'_1 \\ J'_2 \\ \vdots \\ J'_n \\ J''_1 \\ J''_2 \\ \vdots \\ J''_n \end{pmatrix} \quad \text{матрица-столбец задающих токов, где } J_k = J'_k + j J''_k; \quad (79)$$

$$U_D = \begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \\ \vdots \\ U'_n \\ U''_1 \\ U''_2 \\ \vdots \\ U''_n \end{pmatrix} \quad \text{матрица-столбец узловых напряжений, где } U_k = U'_k + j U''_k. \quad (80)$$

В качестве примеров составления матриц проводимости и сопротивления с действительными компонентами рассмотрим те же фильтры нижних частот Баттерворта 3-го порядка (рис. 7а) и Клуэра 5-го порядка (рис. 7г). В первом случае из исходной матрицы сопротивлений Z (64) либо из матриц $Re Z$ и $Im Z$ (65) по правилу (74) получаем матрицу Z_D с действительными компонентами.

$$Z_D = \begin{vmatrix} Z_1' & 0 & 0 & Z_1'' & -Z_2'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Z_1'' & -Z_2'' & -Z_3'' \\ 0 & 0 & Z_3' & 0 & -Z_3'' & Z_3'' \\ -Z_1'' & Z_1'' & 0 & Z_1' & 0 & 0 \\ Z_1'' & Z_2'' & Z_3'' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_3' & -Z_3'' & 0 & 0 & Z_3' \end{vmatrix} \quad (81)$$

Матрица задающих напряжений E_D с действительными компонентами записывается в виде (76) с использованием матриц $Re E$ и $Im E$ (67):

$$E_D = \begin{vmatrix} E' \\ 0 \\ 0 \\ E'' \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (82)$$

А система уравнений записывается в виде (73). Во втором случае матрица проводимостей Y_D с действительными компонентами получается либо из исходной матрицы проводимостей Y (68), либо из матриц $Re Y$ и $Im Y$ (69) по тому же правилу (78):

$$Y_D = \begin{vmatrix} Y_1' & 0 & 0 & -Y_1'' & Y_2'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_2'' & -Y_3'' & Y_4'' \\ 0 & 0 & Y_3' & 0 & Y_4'' & -Y_5'' \\ Y_1'' & -Y_2'' & 0 & Y_1' & 0 & 0 \\ -Y_2'' & Y_3'' & -Y_4'' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Y_4'' & Y_5' & 0 & 0 & Y_5' \end{vmatrix} \quad (83)$$

А матрица задающих токов J_D имеет вид:

$$J_D = \begin{vmatrix} J' \\ 0 \\ 0 \\ J'' \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (84)$$

13. Алгоритм расчета частотных характеристик фильтров на ЭМ

Алгоритм расчета на ЭМ заключается в следующем. При заданном значении частоты для системы уравнений фильтра, составленных по методу контурных токов или узловых потенциалов, находится решение в виде токов в ветвях или напряжений в узлах. По рассчитанным токам или напряжениям определяются значения частотных характеристик (например, рабочего затухания, фазового сдвига, амплитудно-частотной характеристики и т.д.) для данной частоты. Изменяя дискретно значение частоты в нужной воображаемой полосе частот, можно получать дискретные точки частотных характеристик фильтра.

Таким образом, основой алгоритма является цикл по частоте, где на каждом шаге цикла находится решение системы уравнений и рассчитываются значения частотных характеристик.

Изменение по частоте можно задавать в диапазоне $\pm(3+5)\Delta f$ от средней частоты f_0 , где Δf — полоса пропускания или задерживания. В зависимости от диапазона изменения частоты цикл по частоте для программы на АЛГОЛе можно оформить двумя способами. Если в заданном диапазоне частота меняется лишь на порядок (например, у полосовых фильтров), то в качестве параметра цикла используется непосредственно частота. Если частота изменяется на несколько порядков, то в качестве параметра цикла выбирается некоторая вспомогательная переменная K , которая определяет значение частоты на каждом шаге цикла. Значения частоты лучше задавать в такой форме:

$$f = f_n \times 10^{\delta \cdot K}, \quad (85)$$

где f_n — начальное значение частоты, $K = 0, 1, 2, \dots$, а δ — постоянная величина.

Такая форма задания частоты обеспечивает одно и то же количество значений частоты при ее изменении на один порядок. В соответствии с выбранным количеством значений частоты задается и постоянная δ . Например, если частота изменяется от 10 Гц до 10 кГц, т.е. меняется на три порядка, и на каждый порядок требуется 5 значений, то δ находится из условия

$$100 = 10 \times 10^{\delta \cdot 5}. \quad (86)$$

Тогда $\delta = 0,2$, а вспомогательная K принимает значения $K = 0 + 15$.

Поскольку в программе на ФОРТРАНе в качестве параметра цикла можно использовать только целочисленные значения K , то текущее значение частоты следует задавать либо в форме (85), либо в виде:

$$f = f_n + K \Delta f. \quad (87)$$

а) Стандартные процедуры решения систем линейных уравнений в системе ТА-ГМ

В системе программирования на АЛГОЛе ТА-ГМ разработана стандартная процедура решения систем линейных уравнений, имеющих одинаковую матрицу коэффициентов и различные столбцы свободных членов [6]. Система уравнений решается методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.

Обращение к стандартной процедуре имеет вид:

`P 1052 (m, n, D).`

Здесь n — целое число (переменная или арифметическое выражение типа *integer*) — порядок системы; $m = n + l$, где l — число столбцов свободных членов правых частей; D — идентификатор массива, в котором находятся матрица коэффициентов и столбцы свободных членов. Массив D должен содержать $n+1$ строк и m столбцов. Последняя $n+1$ строка используется процедурой в качестве рабочих элементов и не заполняется. Массив D можно описать, например, так:

`array D [1: n+1, 1: m].`

Каждая строка массива D заполняется следующим образом: первые n элементов строки заполняются строкой коэффициентов исходной матрицы, а остальные l элементов — строкой свободных членов.

После работы процедуры решения l систем уравнений будут находиться в l последних столбцах массива, т.е. на месте свободных членов.

Пример. Написать обращение к процедуре для решения системы уравнений фильтра нижних частот Баттерворта 3-го порядка, представленного на рис. 7а.

Система уравнений имеет вид:

$$Z_D Y_D = E_D. \quad (88)$$

Матрица коэффициентов Z_D и столбец свободных членов E_D записаны, соответственно, в (81) и (82).

Порядок системы $n = 6$, число столбцов свободных членов $l = 1$, тогда $m = 7$.

Массив D должен быть описан как `array D` [1:7, 1:7] и заполнен таким образом:

$$D = \begin{pmatrix} Z_1' & 0 & 0 & Z_1'' & -Z_1'' & 0 & E' \\ 0 & 0 & 0 & -Z_1'' & -Z_2'' & -Z_3'' & 0 \\ 0 & 0 & Z_3' & 0 & -Z_3'' & Z_3'' & 0 \\ -Z_1'' & Z_1'' & 0 & Z_1' & 0 & 0 & E'' \\ Z_1'' & Z_2'' & Z_3'' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_3'' & -Z_3'' & 0 & 0 & Z_3' & 0 \end{pmatrix} \quad (89)$$

Тогда обращение к процедуре будет:

P 1052 (7,6, D);

б) Стандартная подпрограмма решения систем линейных уравнений в системе ДЭС ЕС ЭВМ

В системе ДЭС ЕС ЭВМ на ФОРТРАНе-IV разработана программа для решения систем линейных уравнений с комплексными коэффициентами и комплексной правой частью [7]:

$$(REA + jAIM) XEX + jXIM = (REB + jBIM). \quad (90)$$

Эти системы имеют одинаковую матрицу коэффициентов, но различные векторы правой части (или свободные члены).

Обращение к программе имеет вид:

CALL CGAUS (REB, BIM, REA, AIM, N, M),

где N - порядок векторов правой части; M - число векторов правой части; REA - матрица действительных частей коэффициентов уравнений, хранящаяся по столбцам в виде массива длиной $N \times N$; AIM - матрица мнимых частей коэффициентов той же длины; REB - вектора правой части (действительная часть), хранящиеся в виде такого же массива.

Все массивы в программе должны быть описаны. Например, массив REA может быть описан так:

DIMENSION REA (N, N),

а массив REB : DIMENSION REB (N, N).

После работы подпрограммы решения M систем уравнений, будут находиться в массивах REB и BIM , причем действительные части решения - в REB , а мнимые - в BIM .

Пример. Написать обращение к подпрограмме для решения системы уравнений фильтра нижних частот Кауэра 5-го порядка, изображенного на рис. 7г.

Система уравнений имеет вид:

$$(ReY + jImY)(ReU + jImU) = ReJ + jImJ. \quad (91)$$

Порядок системы $N = 3$, число векторов правой части

$M = 1$.

Массивы REA , AIM , REB , BIM должны быть описаны в начале программы следующим образом:

DIMENSION REA (3, 3), AIM (3, 3), REB (3, 1), BIM (3, 1)

Массивы действительных и мнимых частей коэффициентов REA и AIM должны быть заполнены в соответствии (70). Тогда обращение к подпрограмме имеет вид:

CALL CGAUS (REB, BIM, REA, AIM, 3, 1)

14. Блок-схема программы по расчету частотных характеристик фильтра

Программа должна обеспечивать расчет частотных характеристик фильтра без учета и с учетом сопротивлений потерь катушек индуктивности в соответствии с описанным выше алгоритмом.

Введем следующие обозначения:

F - циклическая частота; ω - круговая частота, $\omega = 2\pi F$; FH - начальное значение частоты; FS - заданный шаг по частоте; FK - конечное значение частоты; K - параметр цикла по частоте; $R1$ - сопротивление на входе фильтра; $R2$ - сопротивление на выходе фильтра;

AL - массив значений индуктивностей; C - массив значений емкостей; D - массив коэффициентов уравнений (для программы на АЛГОЛе); REA , AIM - массивы коэффициентов уравнений (для программы на ФОРТРАНе); REB , BIM - массивы правых частей уравнений (для программы на ФОРТРАНе);

AFX - амплитудно-частотная характеристика; FX - фазо-частотная характеристика; PFX - рабочее загужание; R - сопротивление потерь.

Сопротивления $R1$ и $R2$ и массивы AL и C являются исходными числовыми данными. Массив D для программы на АЛГОЛе или массивы REA , AIM , REB , BIM для программы на ФОРТРАНе будем называть рабочими массивами.

Основу программы должен составлять цикл по частоте F , в котором с помощью соответствующей стандартной программы (СП) производится подсчет значений частотных характеристик фильтра, как указано в § 13.

Значения сопротивлений потерь R , равные, например, 0; 0,3; 1; 3; 5 Ом, можно задавать в цикле, который будет внешним по отношению к циклу по частоте. Для программы на АЛГОЛе в качестве параметра этого может служить само сопротивление R . В программу на ФОРТРАНе для индекса цикла нужно ввести цело-

численную переменную, например N , которая задает номер текущего значения R , а сами значения R вводятся с помощью оператора $READ$.

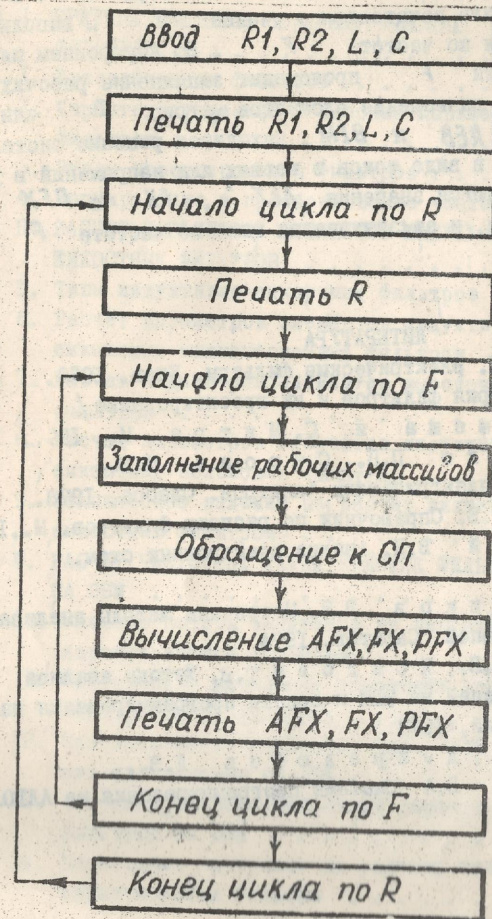


Рис. 8

Блок-схема программы представлена на рис. 8. В начале программы происходит ввод в ЭЦМ числовых данных $R1$, $R2$, массивов $A1$ и C , с перфокарт и последующая печать этих значений. Затем начинается цикл по R для перебора всех значений сопротивлений потерь R . В этом цикле на каждом шаге печатается значение R . Выполняется внутренний цикл по частоте F . Во внутреннем цикле при каждом значении F происходит заполнение рабочих массивов, то есть вычисление элементов матриц D или REA , AIM , REB и BIM , находится решение системы уравнений фильтра в виде токов в ветвях или напряжений в узлах. Далее вычисляются значения AFX , FX и PFX , которые печатаются, и заканчивается цикл по частоте F и цикл по R .

ЛИТЕРАТУРА

1. Босний Н.Д. Электрические фильтры. Киев, 1960.
2. Современная теория фильтров и их проектирование / Под ред. Г.Темеша и С.Митра. М., 19... .
3. Воробийко П.П., Строна М.В. Проектирование электрических фильтров. Одесса, 1978.
4. Хаязел Г.Е. Справочник по расчету фильтров. М., 1974.
5. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. Киев, 1964.
6. Красильникова В.Я. Матричные методы анализа электрических цепей. Саратов, 1974.
7. Крылов Б.В., Крылова Т.В. Методы анализа электрических цепей на ЭВМ и основы программирования на ФОРТРАНе. Горький, 1978.
8. Демин В.Ф., Добролюбов Л.В., Степанов В.А. Системы программирования на АЛГОЛе. М., 1977.

СОДЕРЖАНИЕ

| | стр. |
|---|------|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 3 |
| ГЛАВА I. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРАХ | 4 |
| 1. Классификация фильтров | 4 |
| 2. Характеристические и рабочие параметры фильтров | 5 |
| 3. Этапы проектирования фильтров | 9 |
| 4. Нормирование и преобразование частоты | 11 |
| ГЛАВА II. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ИНДУКТИВНО-ЕМКОСТНЫХ ФИЛЬТРОВ | 13 |
| 5. Типы индуктивно-емкостных фильтров | 13 |
| 6. Расчет параметров элементов индуктивно-емкостных низкочастотных фильтров | 17 |
| 7. Расчет параметров элементов высокочастотных фильтров | 24 |
| 8. Расчет параметров элементов индуктивно-емкостных полосовых фильтров | 26 |
| 9. Техническое задание на расчет индуктивно-емкостных фильтров | 30 |
| ГЛАВА III. РАСЧЕТ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЛЬТРОВ НА ЭВМ | 31 |
| 10. Влияние потерь элементов на частотные характеристики фильтров | 31 |
| 11. Составление матричных уравнений линейных электрических фильтров | 33 |
| 12. Преобразование матричных уравнений фильтров для решения на ЭВМ | 38 |
| 13. Алгоритм расчета частотных характеристик фильтров на ЭВМ | 45 |
| 14. Блок-схема программы по расчету частотных характеристик фильтра | 50 |

Василий Александрович Двинских,
Наталья Георгиевна Олейник

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ
ПАССИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ
С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Учебное пособие по курсу
"Решение прикладных задач на ЭВМ"

Редактор Л. И. Носова
Технический редактор
Корректор

Подписано к печати 15.09.83.

Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Печать ротационная.
Усл. печ. л. 3,25 (3,5). Уч.-изд. л. 3,1. Тираж 300.
Заказ 2443 Цена 10 к.

Издательство Саратовского университета, 410001, Саратов,
Университетская, 42.

Ротапринт НИИ ВС Статуправления. 410030. Саратов,
ул. Сакко и Ванцетти, 54/60.