

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Межвузовский научный сборник
Выпуск 31

Издательство Саратовского университета
2024

УДК [53 + 621.37/.39](082)
ББК 22.3 я 43 + 32 я 43
В74

Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. – Саратов: Издательство Саратовского университета, 2024. – Вып. 31 – 61 с.: илл.

В очередном выпуске сборника представлены научные и методические материалы (теория, эксперимент, компьютерное моделирование физических процессов, страницы истории физических исследований) по различным разделам физики. Раздел PERSONALIA посвящен памяти Михаила Александровича Старшова, многолетнего автора и издателя сборника, признанного авторитета по методике преподавания физики. Отражены современные теоретические и экспериментальные исследования в областях вакуумной электроники О- и М-типа, электродинамики, магнетизма. Проведен сравнительный анализ классического и квантового подходов в изучении отклика ряда углеродных наноструктур – борофена, графена и квази 2D-пленок из одностенных углеродных нанотрубок – на воздействие оптического излучения. В историческом разделе публикуется архивный материал – автореферат магистерской диссертации С. А. Богуславского.

Для специалистов в области теоретической и прикладной физики, а также для аспирантов и студентов физико-технических специальностей вузов.

Редакционная коллегия:

О. Е. Глухова – главный редактор
В. М. Аникин – научный редактор
О.А. Черкасова – ответственный секретарь

Редакционный совет:

В. М. Аникин	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
В. Б. Байбурин	Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
А.Ю. Герасименко	Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»
О. Е. Глухова	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
М.В. Давидович	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
М. М. Слепченков	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
О. А. Черкасова	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
С. В. Чурочкина	Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Т.М. Крачковская	АО «Научно-производственное предприятие „Алмаз“»

УДК [53 + 621.37/39](082)
ББК 22.3 я 43 + 32 я 43

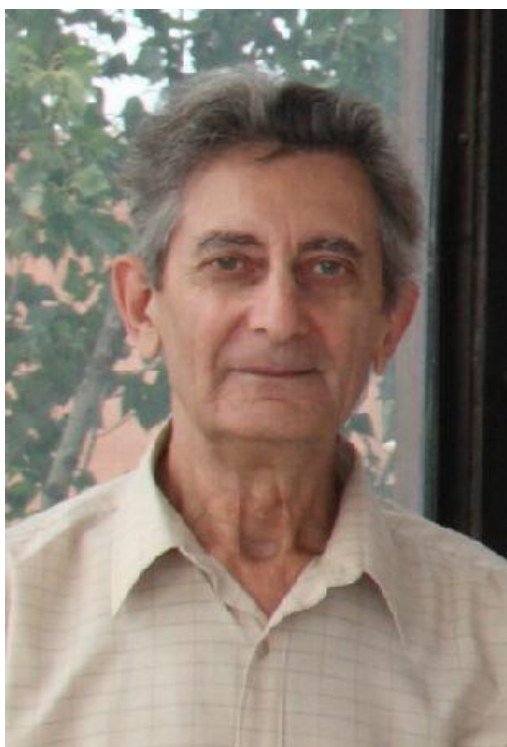
ISSN 0868-6238

© Саратовский национальный
исследовательский государственный
университет имени Н. Г. Чернышевского, 2024

PERSONALIA

ПАМЯТИ МИХАИЛА АЛЕКСАНДРОВИЧА СТАРШОВА (1937 – 2024)

Ушел из жизни удивительный преподаватель, методист-физик Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского, многолетний составитель и редактор межвузовского научного сборника «Вопросы прикладной физики» Михаил Александрович Старшов. Приводятся воспоминания людей, знавших этого замечательного человека многие годы.



М. А. Старшов (2009)

Этапы биографии М. А. Старшова

В. М. Аникин

Шесть десятилетий, выделяясь особым преподавательским мастерством, на физическом факультете Саратовского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского проработал доцент Михаил Александрович Старшов (05.05.1937 – 07.09.2024). Свой подход к преподаванию физики он формулировал так:

«За шестьдесят лет я прочитал много лекций на разные темы – и учебные (причём не только по физике), и для учителей, и по обществу «Знание», членом которого стал году в 1964-м. Уверен: двух одинаковых лекций не

было. Особенный подъём испытывал от лекций по общей физике, считая их особым видом искусства. Имея в душе образцы своих учителей на физическом факультете, всегда старался показать красоту и логику физики, а не только дать информацию. А наибольшее удовольствие получаю от лекций с показом простых физических опытов для любой аудитории. Независимо от «контингента» слушателей они всегда вызывают живой и непосредственный интерес уже с самого первого зрелища – «картезианского водолаза», который у меня умеет ещё и вращаться и вальсировать в закрытой бутылке с водой» [1, с. 197].

Михаил Старшов стал студентом физического факультета СГУ в 1954 г. Можно считать удачей, что он оставил воспоминания о годах непростого детства, студенчества, первых годах работы [1, 2]. Из

его учебной университетской группы вышли известные в Саратове специалисты и педагоги, в том числе академик Российской академии наук Александр Владимирович

Чаплик. А в тот, 1954-й, год на пятом курсе физического факультета блистал будущий академик Лев Петрович Питаевский.



Студенты-физики (слева направо): Кирилл Романько, Юлия Слатинова, Михаил Старшов, Геннадий Фёдоров, Леонард Лукьянов, Любовь Мессель, Юрий Вахлюев, Александр Чаплик, Людмила Кортунова (1959)

В 1959 г., после окончания университета (а выпускался он по кафедре физики твердого тела), М. А. Старшов был направлен на работу на одно из промышленных предприятий г. Саратова, где успешно осваивал полупроводниковую тематику.

В сентябре 1963 г. Михаил Александрович прошел конкурс на замещение должности преподавателя кафедры оптики, где подключился к работе по созданию первого в Саратове импульсного твердотельного рубинового лазера [1, с. 200]. Впоследствии ему довелось поработать на различных кафедрах физического факультета и (с 2021 г.) Института физики.

Уже с первых дней работы в университете он зарекомендовал себя как мыслящий преподаватель, который одновременно и глубоко и тонко разбирается в теоретических вопросах, и обожает показывать на занятиях разнообразные удивительные опыты-демонстрации. Разработал он и свою собственную статистическую систему оценки знаний и умений студентов, в основе которой лежит рейтинг по числу

выполненных студентами заданий в данной учебной группе.



М. А. Старшов за лазерной установкой (1967)

В 1980-е гг., когда физический факультет выпускал параллельно с педагогическим институтом учителей физики, он занимался организацией

специального педагогического кабинета в восьмом учебном корпусе.

Михаил Александрович критически изучал учебную литературу и подмечал неточности, которые допускали в изложении вполне маститые (в научном плане) авторы учебников. Свои замечания он мог формулировать в форме задач, которые включал в публикации по вопросам методики преподавания физики. Представляя его очередную статью, редакция учебно-методической газеты «Физика» отмечала:

«Михаил Александрович выработал уважение к точному слову при изложении широкого круга физических проблем. Именно поэтому мягкий и доброжелательный преподаватель становится жёстким, непримиримым и слегка занудным при малейшем искажении смысла, формулировок и фактов, что заметно, в частности, и по его статьям, опубликованным в нашей газете»¹.

Общее число методических работ М. А. Старшова, которые одновременно содержат много интересных исторических данных, близко к 200. Его историко-методические работы опубликованы в журналах «Физика в школе», «Химия в школе», «Квант», «В мире научных открытий», «Исследователь/Researcher», «Вопросы прикладной физики», в трудах методических конференций, проводившихся в Москве, С.-Петербурге, Глазове, Екатеринбурге, Саратове...

Активно использовал Михаил Александрович возможности интернета; у него были личные странички на сайтах, посвященных методике преподавания физике в средней школе (урок.ру, multiurok.ru и др.), где он публиковал свои методические заметки и задачи с хорошей физикой для школьников.

Любил Михаил Александрович и «живую» работу со школьниками. Как он отмечал в своей статье в журнале «Исследователь/Researcher», «хороший экспромт на 99% состоит из наработок автора и только на один процент из сиюминутного вдохновения, вызванного

ситуацией. Творческий учитель имеет этот запас знаний и навыков, чтобы создавать необычный урок ежедневно»².

Любил давать задачи в нестандартной формулировке. В канун 2004-го года он предложил школьникам забавную задачу на свободное падение тела: «Над городом пролетает Дед Мороз и торопится разбросать свои подарки. На какой высоте летят сани Деда Мороза, если за первую половину времени падения подарок пролетел ровно 501 метр?». Когда у многих девятиклассников стал получаться ответ «2004», Михаил Александрович поздравил всех с наступающим Новым годом. За задачей о «Деде Морозе», которая допускает различные варианты, закрепилось шутивное название «задача Галилея – Старшова».

В подшефной школе придумал он и факультатив с названием «Исторические эксперименты и домашние опыты», слушатели которого получили немало дипломов и грамот на различных конференциях и выставках технического творчества.

Долгие годы, с 1999 г., Михаил Александрович был «наставником» в Саратовской областной школы для одаренных учащихся «Созвездие», выступал с рассказами-лекциями на днях открытых дверей в Саратовском университете, в Центре одаренных детей СГУ и школах Саратова. Читал он и лекции для учителей физики средних школ.

Демонстрируя «простейшие», с незамысловатым «инструментарием», опыты (это видно на фотографиях), он «подталкивал» присутствующих найти скрывающуюся за наблюдаемыми явлениями их физическую подоплеку. При этом многое он оставлял на додумывание, изменяя, например, условия проведения опыта.

Светлая личность Михаила Александровича Старшова и его подвижническая деятельность по

¹ Газета «Первое сентября. Физика». 2005. № 23

² Старшов М. А. Физическая задача как стимул для проекта // Исследователь/Researcher, 2022. № 1–2. С. 163–169.

популяризации физики достойны огромного уважения.

Талантливейший методист

О. Е. Глухова

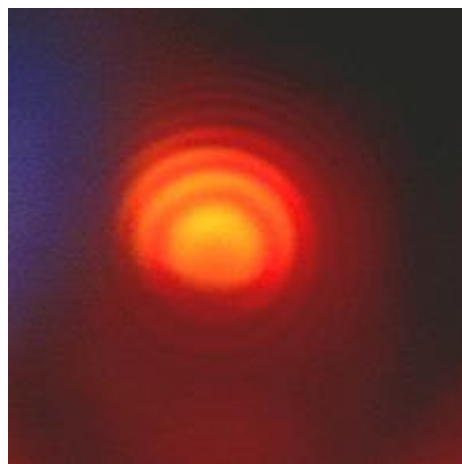
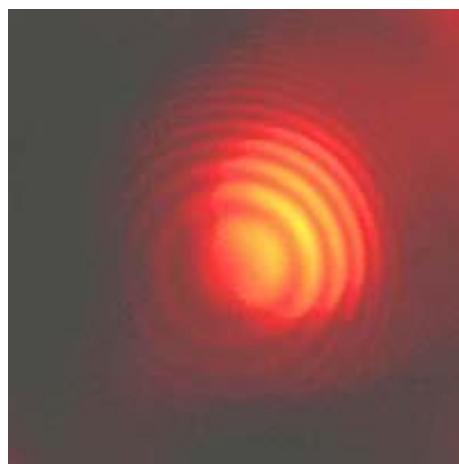
Научной любовью Михаила Александровича была оптика. Им были разработаны оригинальные способы демонстрации именно различных оптических эффектов. Одним из них явился необычный подход к демонстрации интерференции света, на который Михаила Александровича навело наблюдение за цветовыми переливами на тонких перепонках крылышек стрекоз. Цветовая феерия, вызванная взаимодействием двух потоков солнечного света, отраженных от обеих поверхностей тончайшего слоя прозрачного материала, наглядно представляет красивый эффект, обусловленный интерференцией электромагнитных волн. И тогда Михаил Александрович развивает идею о визуальном наблюдении интерференции света на прозрачных искусственных материалах.

Методика простого визуального наблюдения интерференции света подразумевает использование доступных всем материалов – прозрачных пластин, толщина которых во много тысяч раз больше длины волны света. Михаил Александрович предлагает учащимся расположить, например, неоновую лампочку очень близко к глазу, поднести стеклянную пластинку толщиной порядка миллиметра и поймать отраженный от нее свет лампочки. Опыт заключается в наблюдении возникшей при отражении света картины, испещренной светлыми и темными чередующимися полосками. В результате перемещения пластинки вокруг оси глаза, можно увидеть и фрагмент кольцевой интерференционной картины.

Идея Михаила Александровича обнаружения интерференции предложенным способом осуществилась, как он говорил, в результате «ручных» наблюдений. Далее была разработана несложная установка, позволяющая каждому легко наблюдать кольцевую

интерференционную картину. Я принимала активное участие в этой разработке, и нам удалось сделать хорошие снимки проявления эффекта (они приведены на рисунке).

Подобные методические работы наглядны и доступны для реализации всем обучающимся – школьникам и студентам, они не требуют каких-то материальных затрат, нужно только время и внимание.



Интерференционные картины, наблюдавшиеся в опытах М. А. Старшова

С Михаилом Александровичем мы вместе «поднимали» сборник «Вопросы прикладной физики» с начала двухтысячных годов, взяв на себя основной объем работы – редакторской, экспертной, связанной с подбором рецензентов и анализом отзывов, и техническую (формировали макет сборника и проводили его рассылку).

Михаил Александрович лично вычитывал все тексты, делал нужные правки, общался с авторами с позиции

максимальной точности передачи смысла работы и красоты текста. В номерах сборника «Вопросы прикладной физики» за разные годы можно найти описание многочисленных лабораторных физических опытов «от Старшова» из разряда «Занимательная физика для всех».

Было очень интересно и познавательно работать с Михаилом Александровичем, это способствовало обретению ценного опыта тщательной методической работы в области общей физики.

Показать красоту и логику физики

В. Н. Шевцов

Будучи талантливым преподавателем, Михаил Александрович особо важную роль отводил точности формулировок физических понятий и законов, а также истории развития физики. Например, обучаясь в 2005 г. на курсах повышения квалификации, он представил выпускную работу «Точность языка физики». Выпускная работа 2009 г. называлась «Исторические аспекты в курсе общей физики». Получилось так, что обе работы у меня есть в электронном виде, их интересно читать. Одна из них завершается словами:

«Мудрый Блез Паскаль говорил: ”Ум математический будет правильно работать, только если только ему заранее известны все определения и начала, в противном случае он сбивается с толку”».

Михаил Александрович значительную часть своего времени уделял работе с различными литературными источниками. Многие ли из нас нашли время, чтобы прочитать «Математические начал натуральной философии»? А он внимательно вчитывался в текст этого труда И. Ньютона.

Он был одним из самых активных читателей нашей научной библиотеки. Как-то я случайно встретил знакомую сотрудницу отдела хранения Научно библиотеки СГУ. Она рассказала, что чаще всего им приходится обрабатывать заявки на получение книг от М. А. Старшова и

А. Н. Панкратова (институт химии). «Это наши самые активные читатели», – отметила она.

Михаил Александрович обладал незаурядными редакторскими способностями. Он умел очень внимательно вчитываться в текст и часто находил ошибки, которые не были видны другим людям, уже знакомым с этим документом. Это его качество очень помогало при редактировании сборника «Вопросы прикладной физики», где неоценимую помощь ему оказывал сын Андрей Михайлович, врач-кардиолог.

Михаил Александрович самостоятельно выучил польский язык. Он рассказывал, что когда в Саратове показывали недублированные польские фильмы, его приглашали вести синхронный перевод для зрителей.

Не могу не напомнить еще о двух направлениях его педагогической работы.

В начале девяностых годов прошлого века среди абитуриентов существенно интерес возник к юридическим и экономическим специальностям. Соответственно обострилась проблема с набором на физический факультет. В этой связи 1994 г. был заключен договор о сотрудничестве между СГУ и лицеем № 62 г. Саратова, подписанный ректором А. М. Богомоловым и директором лицея З. В. Медведевой.

В рамках этого договора большая группа преподавателей с нескольких факультетов проводила существенную часть занятий с лицеистами 9–11-х классов лицея. Значительная часть выпускников потом стали нашими студентами. Михаил Александрович пользовался большим успехом у школьников.

Осенью 2001 г. по инициативе И. Н. Салия, который в то время был деканом физического факультета, начала работать физико-техническая школа для учеников старших классов. По воскресным дням занятия проводили Р. И. Березина, М. А. Старшов и В. Н. Шевцов. Их работа помогла повысить интерес к физической науке у многих слушателей, которые потом стали студентами факультета и хорошими специалистами. Одна из «выпускниц»

школы впоследствии защитила кандидатскую диссертацию.



М. А. Старшов демонстрирует физические опыты школьникам (2020-е гг.)



На занятиях в Центре поддержки одаренных детей СГУ (2020-е гг.)

Чудесный рассказчик, влюбленный в физику

Э. В. Злобина

Михаил Александрович Старшов много лет, начиная с 1999 г., руководил направлением «Физика» в Саратовской областной школе для одаренных учащихся «Созвездие». Даже найдя себе приемника, все равно, каждый год приезжал к ребятам как лектор. «Созвездие» – это больше чем лагерь, это место близких по духу и человеческим ценностям людей. «Созвездие» – это место где взрослые и дети гармонично существуют: одни – не только учат, а дне другие только учатся, а еще воспитываются, а еще копируют, подражают, воображают, играют!

Михаил Александрович с любовью относился к нашей школе. Как-то он разоткровенничался и сказал, что однажды понял, в чем прелесть нашего «Созвездия»: «Это время в году, когда можно быть самим собой, а еще просто дурачиться!». В традиции у педагогов участие во всех вечерних событиях! У Михаила Александровича оказался и актерский талант, и тонкий юмор, и активная жизненная позиция. В репертуаре научного руководителя отряда юных физиков была роль вождя Октябрьской революции, и даже роль бога. Михаил Александрович был немного хулиганом – традиционная спартакиада в лагере «Дубки» называется ДУБКИАДА, а юбилейный вечер отряда физиков – «10 лет – тоже срок!». Дипломат Старшова с самодельными игрушками

удивлял не одну сотню ребят и нас взрослых ротозеев, побуждал понимать физику.

Летние дни, проведенные рядом с Михаилом Александровичем, в нашем

«Созвездии», делали всех нас чище и добрее! Он был чудесный рассказчик, влюбленный в физику, природный интеллигент, безумно скромный человек!



В лагере «Созвездие», 2010-е гг.

Библиографический список

1. *Старшов М. А.* Приметы студенчества 1950-х годов // Очерки истории физико-математического образования в Саратовском университете / под ред. В. М. Аникина. Саратов : Издательство Саратовского университета 2022. Вып. 4. С. 193 – 204.

2. *Старшов М. А.* На физическом факультете второй половины 1950-х – первой половины 1960- х годов // Очерки истории физико-математического образования в Саратовском университете / под ред. В. М. Аникина. Саратов : Издательство Саратовского университета. 2020. Вып. 2. С. 38 – 46.

IN MEMORY OF MIKHAIL A. STARSCHOV (1937 – 2024)

V. M. Anikin, O. E. Glukhova, V. N. Shvetsov, E. V. Zlobina

Abstract. A wonderful teacher, methodologist-physicist of the Saratov National Research State University, long-term compiler and editor of the inter-university scientific issue «Problems of Applied Physics» Mikhail A. Starshov has passed away. The recollections of people who knew this remarkable man for many years are presented.

Key words: Saratov State University, Mikhail A. Starshov

Сведения об авторах

Аникин Валерий Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный работник высшей школы РФ, профессор кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: AnikinVM@yandex.ru

Глухова Ольга Евгеньевна, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Академии инженерных наук имени А. М. Прохорова, заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: oeglukhova@yandex.ru

Шевцов Владимир Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент; shvn@yandex.ru

Злобина Элла Вячеславовна, руководитель Регионального центра выявления, поддержки и развития способностей и талантов детей и молодежи на территории Саратовской области «Галактика64»; e-mail: sar_centre@mail.ru

ВАКУУМНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.385.632.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ К САМОВОЗБУЖДЕНИЮ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ С ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМОЙ ТИПА ЦЕПОЧКА СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ

С. А. Нефедов, И. В. Поляков, Н. В. Ржевин

Аннотация. Приведены результаты теоретического и экспериментального исследований мощной лампы бегущей волны с неоднородной замедляющей системой типа цепочка связанных резонаторов, устойчивой к самовозбуждению при высоких ускоряющих напряжениях. Показано, что за счёт разнесения полос пропускания щелевой моды в такой замедляющей системе на участках с разной площадью щели связи возрастание стартового тока самовозбуждения может быть существенно увеличено.

Ключевые слова: лампа бегущей волны, самовозбуждение, устойчивость к самовозбуждению, замедляющая система цепочка связанных резонаторов, неоднородная замедляющая система, скачок замедления, скачок фазовой скорости, CST Studio

Введение

Среди разнообразных типов ламп бегущей волны (ЛБВ), односекционные ЛБВ представляют особый интерес благодаря своей простоте и эффективности. Однако в ходе решения задачи получения высокого уровня выходной мощности при сравнительно высоком усилении в широкой полосе частот была выявлена склонность односекционной ЛБВ с однородной замедляющей структурой к самовозбуждению на границе полосы пропускания щелевой моды замедляющей системы (ЗС). Самовозбуждение односекционной лампы обусловлено выполнением таких стартовых условий, когда при наличии благоприятной фазы отражений сохраняются условия достаточного (для старта) нарастания амплитуды паразитной волны, синхронной с электронным пучком. Для обеспечения стабильного (без самовозбуждения) режима работы ЛБВ необходимо обеспечить работу прибора со стартовым значением тока катода, существенно превышающим рабочее значение тока катода ЛБВ с учетом воздействия дестабилизирующих факторов. Поскольку в односекционной ЛБВ принципиально отсутствуют поглотители, существенно уменьшающие

внутриламповые отражения, рациональным способом повышения устойчивости такой ЛБВ является сокращение электрической длины участка замедляющей системы с целью срыва выполнения условия необходимого нарастания амплитуды соответствующей пространственной гармоники поля бегущей волны на частоте самовозбуждения. Этого можно достичь путем разбиения однородной односекционной замедляющей системы в виде цепочки связанных резонаторов (ЦСР) на участки, имеющие одинаковые частоты отсечки для рабочей полосы, но с разнесением граничных частот для щелевой моды. Таким образом, такая замедляющая система перестает быть односекционной в традиционном смысле, но ввиду отсутствия секционирования с применением концевых поглотителей, остается «прозрачной», то есть в отсутствие тока пучка для подаваемого на вход сигнала представляет собой волноведущую структуру с очень невысоким затуханием. Подобное «секционирование», осуществленное путем разнесения образующих радиусов фасолевидных щелей связи, т.е. скачкообразного изменения расстояния до щели связи от оси пролетного канала при сохранении угла раскрытия щели связи, приводит не только к разнесению граничных

частот щелевых полос пропускания для различных участков ЗС, но и к скачку замедления. Это позволяет использовать данный принцип построения ЗС на ЦСР (в дополнение к цели повышения устойчивости к различным типам самовозбуждения) для расширения полосы рабочих частот и (или) повышению электронного КПД лампы.

В рассматриваемой далее реализации этого принципа для повышения устойчивости к самовозбуждению на верхней границе щелевой полосы пропускания был реализован минимальный скачок замедления для двух участков ЗС с приблизительным сохранением значения анодного напряжения лампы по сравнению с полностью однородным аналогом. Неоднородная ЗС состоит из двух однородных участков с одинаковым количеством резонаторов, имеющих примерно одинаковое замедление в основной полосе пропускания с разнесением граничных частот для щелевых мод соответствующих участков. Расчет дисперсионных характеристик данных участков ЗС был проведен при помощи современного программного обеспечения CST Microwave Studio (CST) [1].

По результатам расчётов был изготовлен и исследован макет ЛБВ с неоднородной замедляющей системой для экспериментальной проверки возможности повышения устойчивости к самовозбуждению ЛБВ.

Подбор оптимальной конфигурации резонатора выходной секции замедляющей системы

Оптимальная конфигурация резонатора для выходной секции подбиралась при моделировании в CST путём соответствующей корректировки геометрии исходной конструкции однородной ЛБВ, которая использовалась применительно к входной секции неоднородной ЗС.

После проведения численного моделирования был выбран оптимальный вариант конфигурации резонатора для выходного участка замедляющей системы, при котором обеспечивается примерно одинаковое замедление в основной полосе пропускания при разнесении граничных частот щелевых мод.

По результатам расчётов были получены конфигурации резонаторов с разной площадью щели связи (рис. 1). Результаты расчётов приведены на рис. 2–3 [2].

Исходя из полученных данных, была разработана и выпущена конструкторская документация (КД) на неоднородную замедляющую систему типа цепочка связанных резонаторов для мощной «прозрачной» ЛБВ, состоящая из двух участков, содержащих одинаковое количество резонаторов. Эскиз ЗС представлен на рис. 4. С собранной по данной КД замедляющей системой был изготовлен действующий макет ЛБВ.

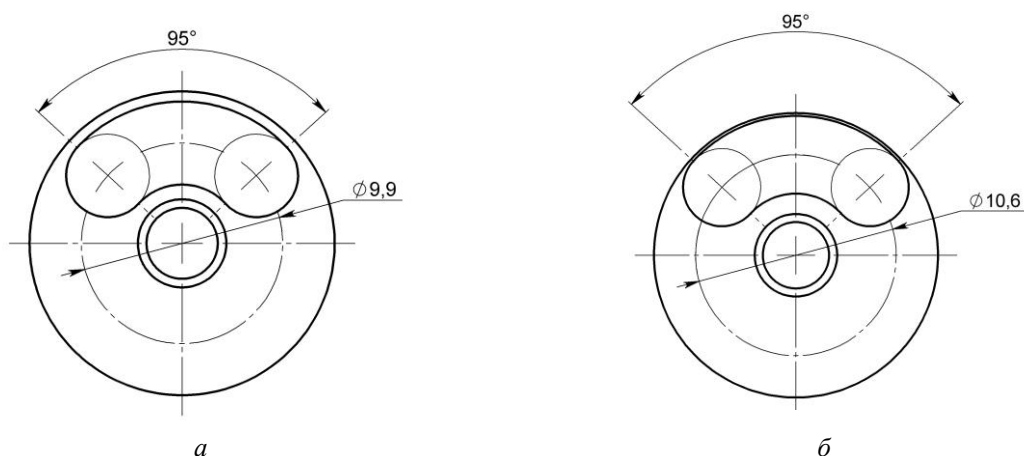


Рис. 1. Схемы резонаторов резонатора с различной площадью щели связи: с меньшей (а) и большей (б)

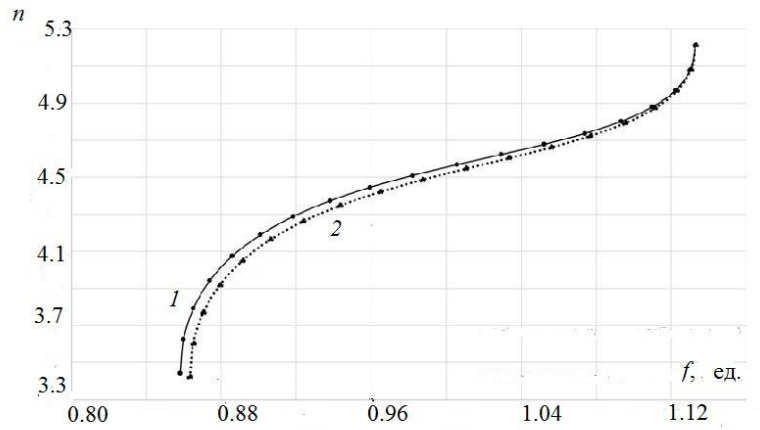


Рис.2. Дисперсионные характеристики (замедление n – частота f) участков замедляющей системы мощной ЛБВ на ЦСР для основной моды, приведенные к средней частоте полосы пропускания:
 1 – увеличенная площадь щели связи (выходная секция),
 2 – номинальная площадь щели связи (входная секция)

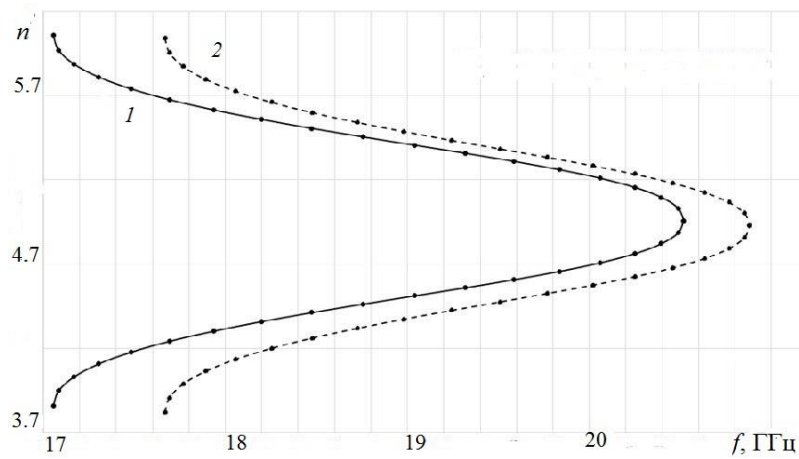


Рис. 3. Дисперсионные характеристики щелевых мод участков замедляющей системы мощной ЛБВ на ЦСР:
 1 – увеличенная площадь щели связи (выходная секция),
 2 – номинальная площадь щели связи (входная секция)

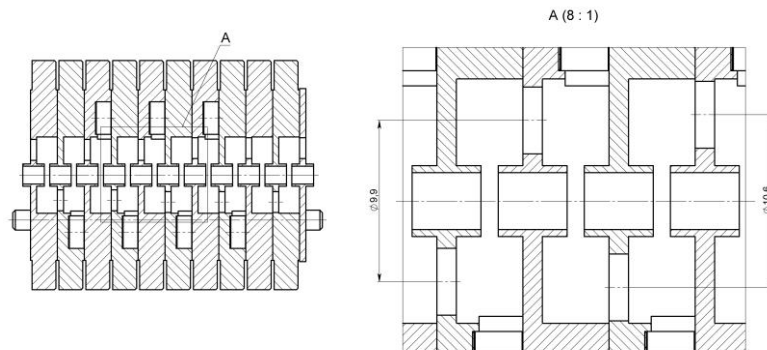


Рис. 4. Чертёж неоднородной замедляющей системы типа цепочка связанных резонаторов (диаметры щелей указаны на рис. 1)

Для сравнения эффективности повышения устойчивости к самовозбуждению, были исследованы основные электрические параметры и значения стартовых токов самовозбуждения двух ЛБВ со скачком замедления в ЗС и без него. Полученные результаты приведены в таблице. Сила рабочего тока катода макета при ускоряющем напряжении в диапазоне от 21 до 22 кВ равна 4 А.

Как видно из приведенных в таблице данных, стартовый ток самовозбуждения удалось отодвинуть от значения рабочего тока катода во всём допустимом диапазоне ускоряющего напряжения.

На рис. 5–7 представлены результаты измерений основных выходных характеристик прибора и исследуемого макета с примерно одинаковым значением токопотока в электрическом режиме,

оптимальном для прибора-прототипа ($I_k = 4$ А, $U_a = 21$ кВ) из которых видно, что для макета со скачком замедления наблюдается прирост КПД и выходной импульсной мощности, особенно на краях исследуемого диапазона частот, что свидетельствует о расширении рабочего диапазона. При этом коэффициент усиления уменьшился во всём рабочем диапазоне частот, что при необходимости может быть компенсировано увеличением электрических длин секций.

Некоторое снижение КПД и выходной импульсной мощности макета в верхней части исследуемого диапазона частот вызвано неэффективной настройкой согласования замедляющей системы, из-за anomalно повышенной чувствительности к перемещению настроечного элемента относительно однородной ЗС.

Таблица

Стартовые значения тока самовозбуждения

Напряжение		Прибор без скачка		Прибор со скачком	
U_a , кВ	I_k , А	Частота самовозбуждения, ГГц		I_k , А	Частота самовозбуждения, ГГц
21	≥ 3.72	20.782		≥ 4.26	20.634
21,5	≥ 4	20.782		≥ 4.5	20.634
22	≤ 4.5	-		≤ 4.5	-

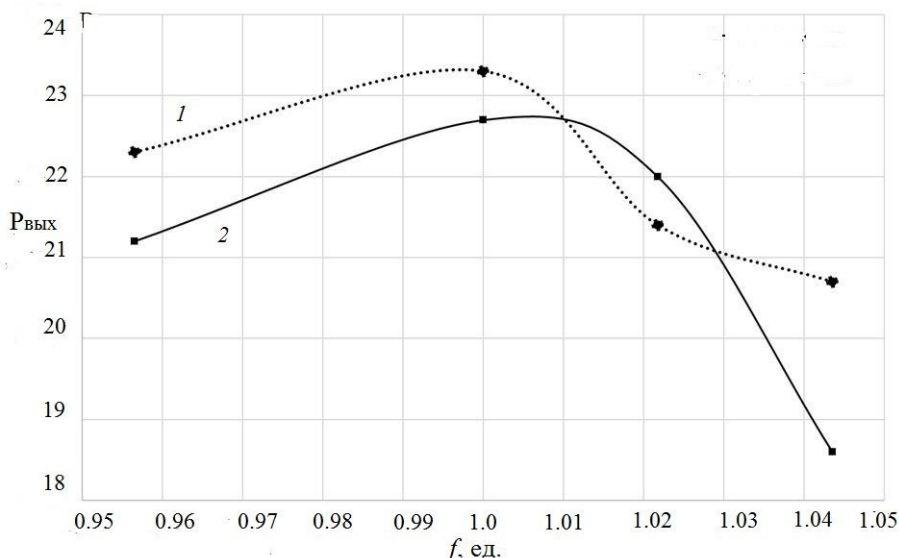


Рис. 5 Зависимость выходной мощности (кВт) от частоты: 1 – ЗС со скачком, 2 – ЗС без скачка

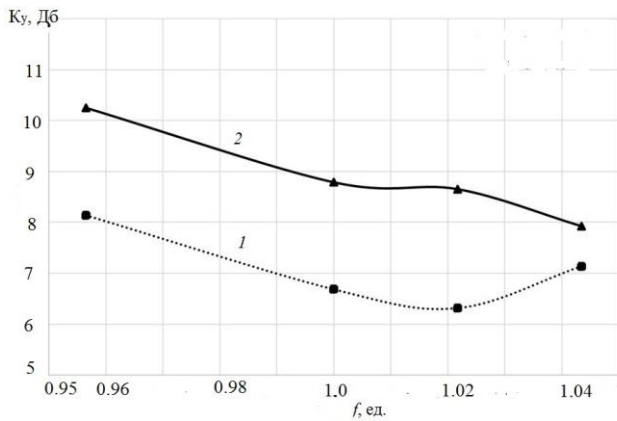


Рис. 6. Зависимость коэффициента усиления от частоты:
1 – ЗС со скачком, 2 – ЗС без скачка

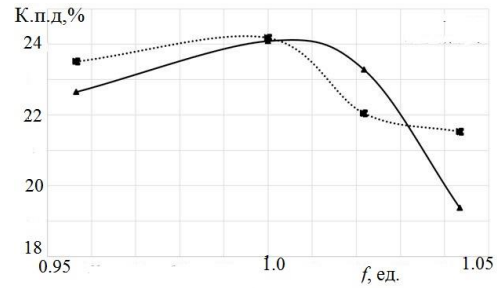


Рис. 7. Зависимость КПД от частоты:
1 – ЗС со скачком, 2 – ЗС без скачка

Заключение

Проведенные расчёты входного и выходного участков замедляющей системы экспериментального макета, разработанного для подтверждения эффективности предлагаемого введения одного или нескольких скачков замедления, осуществляемых скачкообразным изменением расстояния до щели связи от оси пролетного канала при сохранении угла раскрыва щели связи, позволили подобрать конфигурацию резонаторов неоднородной ЗС, обеспечивающих практически одинаковое замедление в основной полосе

пропускания и разнесение полос пропускания щелевых мод, по сравнению с прототипом, что повысило устойчивость к самовозбуждению «прозрачной» ЛБВ.

Исследования макета и прибора-прототипа показали, что за счёт разнесения полос пропускания щелевой моды на участках с разной площадью щели связи, значение стартового тока самовозбуждения увеличилось на 13–15%, при сохранении уровня выходной импульсной мощности и повышении электронного КПД на краях исследуемой полосы частот.

Список литературы

1. Dassault Systemes. URL: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/cst-studio-suite/> (дата обращения: 27.05.2024).
2. Нефедов С. А., Поляков И. В., Ржевин Н. В. Проектирование пространства взаимодействия лампы бегущей волны X-диапазона частот для перспективных радиолокационных систем // XIII Всероссийская научно-техническая конференция «Электроника и микроэлектроника СВЧ» Санкт-Петербург. 27 – 31 мая 2024 г. Сб. докладов. СПб. : СПбГЭТУ «ЛЭТИ». С. 160 – 165.

Study of the possibility of increasing the resistance to self-excitation of a traveling wave tube with a slow-wave system of the type of a chain of coupled resonators

S. A. Nefedov, I. V. Polyakov, N. V. Rzhevin

Abstract: The paper presents the results of theoretical and experimental studies of a high-power traveling wave tube with an inhomogeneous slow-wave structure (SW) of the coupled resonator chain (CRC) type, which is stable against self-excitation at high accelerating voltages. It is shown that due to the separation of the slot mode passbands in the SW on the CRC in sections with different areas of the coupling slot, the increase in the starting self-excitation current can be significantly increased.

Key words: TWT, SW, CRC, stability to self-excitation of a traveling wave tube, inhomogeneous slow-wave structure, deceleration jump, phase velocity jump

Сведения об авторах

Нефедов Сергей Анатольевич, начальник отдела отд.116, АО «Научно-производственное предприятие «Алмаз»», г. Саратов.

Поляков Игорь Викторович, старший научный сотрудник отд.116, АО «НПП «Алмаз»», Г. Саратов.

Ржевин Никита Вадимович, инженер 2 категории отд. 116, АО «НПП «Алмаз»»; г. Саратов, e-mail: rzhevinnv@almaz-rpe.ru

ПАРАМЕТРЫ ОСМИЕВЫХ ПЛЕНОК НА ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛОПОРИСТОГО КАТОДА И МЕТОДЫ ИХ КОНТРОЛЯ

В. А. Соляник, А. С. Емельянов, Р. Ю. Богачев

Аннотация. Представлены методика и результаты измерений толщины осмиевой пленки, напыляемой на эмиссионную поверхность металлопористых катодов М-типа, используемых в электронных приборах СВЧ. С применением растровой электронной микроскопии проведены измерения толщины пленки с точностью до 0,01 мкм, а также установлено наличие неоднородностей напыления по толщине.

Ключевые слова: металлопористый катод М-типа, напыление, электронная микроскопия

Введение

В современных металлопористых катодах (МПК) М-типа для повышения их эффективности осуществляют, в частности, покрытие эмитирующей поверхности пленкой осмия, поскольку осмиевая пленка снижает скорость испарения Ва с эмиссионной поверхности катода [1]. В работе [2] показано, что пленка толщиной до одного мкм существенно влияет на эмиссионные параметры катода – увеличивает плотность тока эмиссии, уменьшает работу выхода и позволяет снизить рабочую температуру катода. Осмирование может производиться на установке ионноплазменного напыления.

Целью работы является разработка методики измерения толщины плёнки с помощью растрового электронного микроскопа (РЭМ).

Методы измерения толщины покрытия

Поскольку одним из основных параметров пленки является её толщина, необходимо выяснить зависимость толщины пленки от параметров осаждения. В первую очередь, согласно технологии, ставилась задача измерения толщины пленки с точностью до 0.01 мкм. Измерение толщины пленки возможно на интерференционном микроскопе Ю. В. Линника МИИ-4. Однако данному методу измерений присущи некоторые недостатки, основными из которых являются:

1. Невозможность во время напыления образца наблюдать четкую границу между напыленной и ненапыленной областями (рис. 1). Как видим на этом изображении, на границе наблюдается сложный рельеф, который и мешает выполнить замеры с необходимой точностью.

2. Для достижения необходимой точности нужно фиксировать смещение полос относительно друг друга на величины, незаметные человеческому глазу.

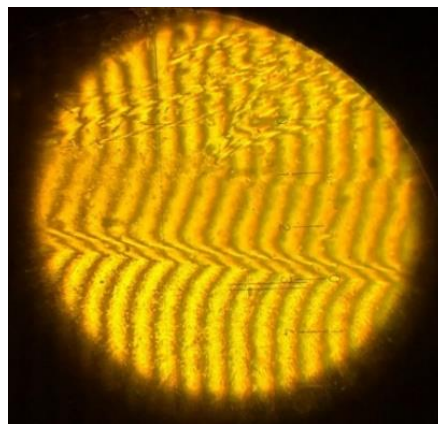


Рис. 1. Интерференционная картина границы покрытой и непокрытой зон, полученная на интерференционном микроскопе Линника МИИ-4

Альтернативным методом контроля толщины пленки является измерение на растровом электронном микроскопе РЭМ [3]. С целью изучения методики измерения мы проводили осаждения пленки осмия на подложки из стали и поликора.

Результаты измерений толщины пленки с помощью РЭМ

Стальные подложки мы покрывали по уже существующей технологии, разработанной на нашем предприятии. Покрытие поликора проводилось по аналогичной технологии, однако, мы столкнулись с проблемой перегрева образцов (рис. 2).

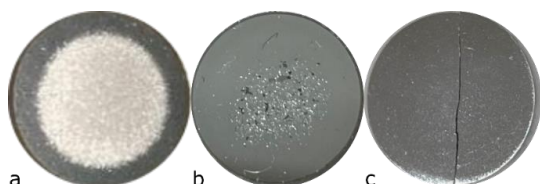


Рис. 2. Фотографии образцов покрытия на поликоре для измерения толщины пленки

На рис. 2, а мы видим полное отслоение пленки по всей площади покрытия из-за перегрева. Для теплоотвода поликор с обратной стороны накрыли молибденовым цилиндром. На рис. 2, б покрытие хорошо легло только по краям подложки, из чего был сделан вывод, что теплоотвода недостаточно, и было принято решение изготовить образцы из более тонкого (в два раза) поликора. На рис. 2, с показано качественное покрытие.

Измерение толщины пленки осуществлялось на сколах подложек с помощью РЭМ Jsm-7100f. Изображение торца стальной пластины представлено на рис. 3.

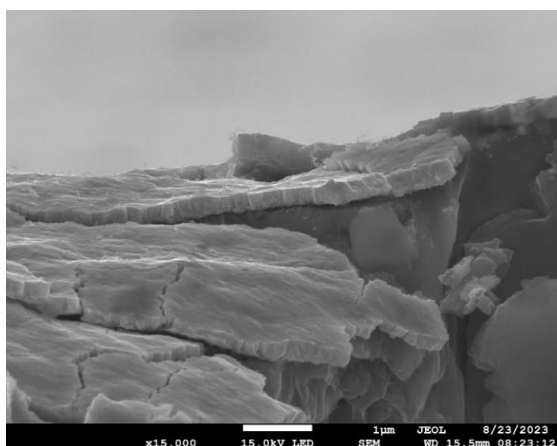


Рис. 3. Изображение торца стальной пластины с напылением осмия, полученное с помощью РЭМ

Видно, что хороший срез для измерения толщины покрытия на подложке из стали получить не удастся из-за пластической

деформации и расслоения материала подложки, которые в свою очередь приводят к деформации пленки. Пленка располагается под разным углом к наблюдателю.

Однако, на некоторых участках граница пленки отчетливо видна. И мы провели измерение толщины пленки на этих участках (рис. 4).

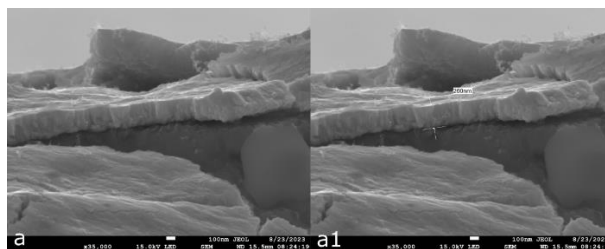


Рис. 4: а – изображение торца стальной пластины с напылением осмия, полученное с помощью РЭМ, а1 – измерение толщины покрытия с помощью программного обеспечения РЭМ. Толщина пленки 0.26 мкм

На рис. 5 представлена серия снимков пленки, нанесенной на стальную подложку. Измерения показали, что толщина пленки не постоянна: 0.313 мкм (a1); 0.511 мкм (b1); 0.437 мкм (c1); d1 – 0.304 мкм (d1).

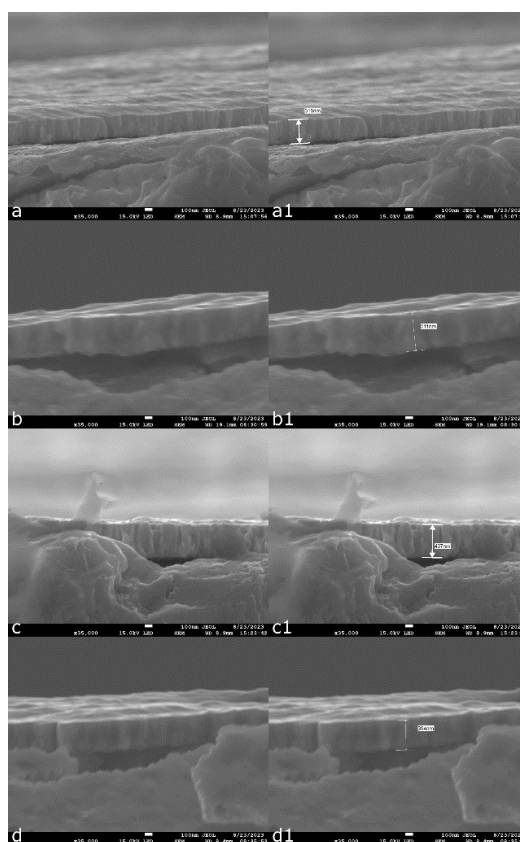


Рис. 5. Электронные фотографии образца пленки на стальной подложке

Для исключения пластичности стали в качестве материала подложки был использован более хрупкий материал – поликор. На рисунке 6 представлены снимки осмиевой пленки, нанесенной на поликор. На изображениях отчетливо видна граница между подложкой и покрытием, в отличие от стальных образцов, пленка не рваная и расположена перпендикулярно к наблюдателю, что приводит к минимальной погрешности во время измерений её толщины.

Необходимо отметить, что поликор как диэлектрик создает шум при визуализации на РЭМ и изображение становится размытым. Это распространённая проблема при исследовании диэлектриков с помощью РЭМ, которая связана с явлением электронно-индуцированной зарядки под воздействием облучения электронными пучками [4]. Проблему решить удалось путем установки меньшего увеличения, при

котором изображение оставалось четким, а точность измерения была для нас достаточной.

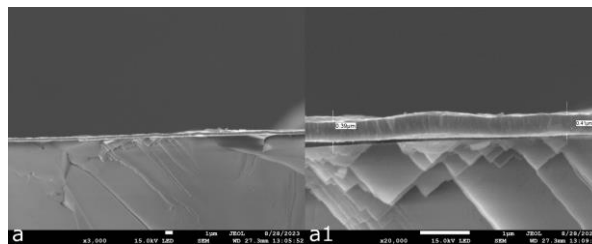


Рис. 6. Изображения осмиевой пленки на поверхность поликора, полученные с помощью РЭМ

На рис. 7 видим, что толщина пленки варьируется в пределах от 0.20 мкм до 0.41 мкм. Этот эффект можно объяснить тем, что распыление таблетки неоднородно по направлению, а держатель катодов внутри камеры статичен. В результате, пленка имеет неравномерную толщину.

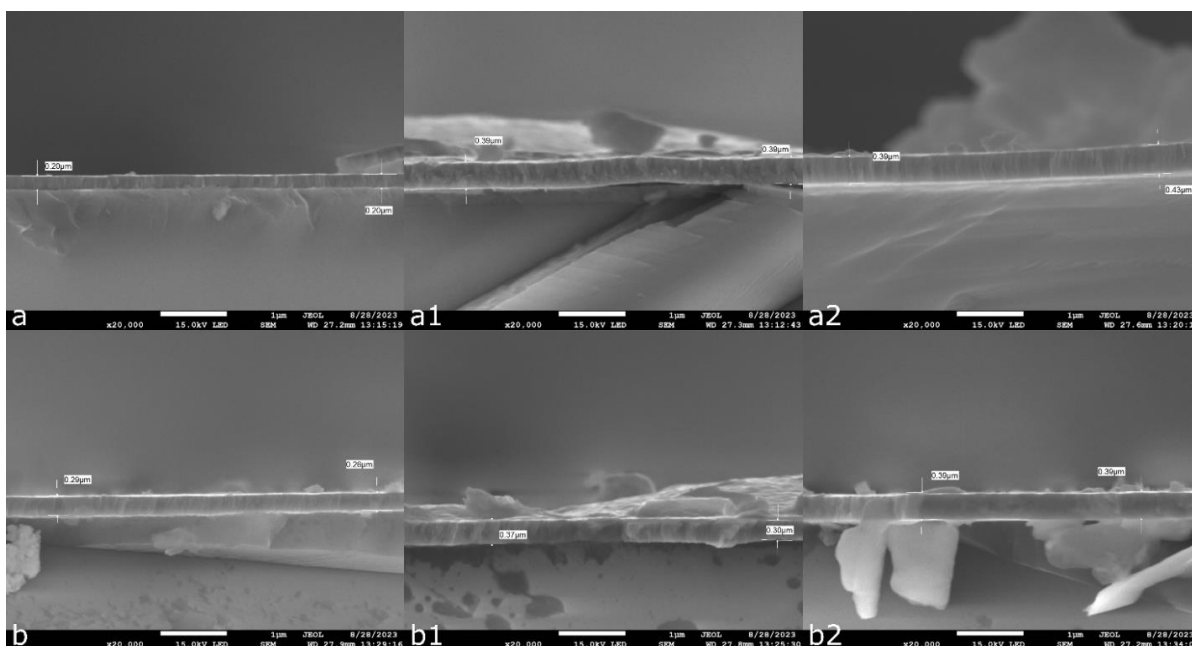


Рис. 7. Измерения толщины пленки осмия на поверхности поликора с помощью РЭМ

Выводы

РЭМ позволяет измерять толщину пленки с необходимой точностью. Представленные изображения показали, что оптимальным материалом подложки для нанесения пленки и измерения её толщины является поликор, поскольку в процессе подготовки образцов пленка фактически не деформируется. Измерения показали неоднородность толщины пленки по площади покрытия. Для получения более точных результатов необходима серия измерений, которая будет проводиться с помощью изложенной методики в рамках данной научной работы.

Библиографический список

1. *Гилмор-мл. А. С.* Лампы с бегущей волной / пер. с англ. А. Г. Кудряшова, под ред. Н. А. Бушуева. М. : Техносфера, 2013. 616 с. (Сер. : Мир радиоэлектроники).
2. *Некрасов В. И., Дружинин А. В.* Эмиссионные свойства распределительных термокатодов с напылёнными пленками металлов // Радиотехника и электроника. 1970. Т. 15, № 2. С. 411–413.
3. *Бинниг Г., Рорер Г.* Сканирующая туннельная микроскопия – от рождения к юности // Успехи физических наук. 1988. Т. 154, вып. 2. С. 261–278. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0154.198802d.0261>
4. *Рау Э. И., Татаринцев А. А.* Контраст изображений локально заряженных диэлектриков в растровой электронной микроскопии // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2012. №. 11. С. 47 – 54.

PARAMETERS OF OSMIUM FILMS ON THE SURFACE OF A METAL-POROUS CATHODE AND METHODS OF THEIR CONTROL

V. A. Solyanik, A. S. Emelianov, R. Yu. Bogachev

Abstract. The article presents the methods and results of measuring the thickness of the osmium film deposited on the emission surface of M-type metal-porous cathodes used in microwave electronic devices. Using scanning electron microscopy, the film thickness was measured with an accuracy of 0.01 μm , and the presence of inhomogeneities in the deposition thickness was established.

Keywords: M-type metal-porous cathode, deposition, electron microscopy

Сведения об авторах

Соляник Вадим Александрович, аспирант, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, инженер-технолог, АО «НПП «Алмаз»», mailvadim1636@gmail.com

Емельянов Андрей Сергеевич, начальник сектора разработки, АО «НПП «Алмаз»», г. Саратов.

Богачев Ростислав Юрьевич, аспирант, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А., зам. начальника комплекса по производству, АО «НПП «Алмаз»», г. Саратов.

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

УДК 537.2:537.8

О МЕТОДЕ МНОГОКРАТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

М. В. Давидович, Р. Э. Манукян

Аннотация. Рассмотрено применение метода многократных изображений к задачам электростатики и электродинамики. Получены решения для нахождения потенциала в многослойных структурах. Решены задачи о туннелировании в диоде со структурами на катоде.

Ключевые слова: уравнение Пуассона, уравнение Шредингера, метод изображений, туннелирование

Введение

Метод изображений (или зеркальных изображений) точечных источников является мощным инструментом решения ряда задач физики. Его суть состоит в том, что некая граница заменяется эффективными эквивалентными источниками так, что граничные условия и уравнения удовлетворяются. Метод применим к решению задач, связанных с уравнением Гельмгольца, уравнением Пуассона и др. Так, с его помощью решается задача об электрическом и магнитном диполях над идеально проводящей электрической плоскостью и идеальной магнитной плоскостью. Причем диполь может быть как статическим, так и динамическим, то есть представлять электрический или магнитный точечный дипольный ток. Поля такого точечного источника представляются через тензорную (диадную) функцию Грина (ФГ) [1–4]. В этом случае методом изображений решаются задачи об антеннах над идеальной плоскостью (например, над идеально проводящей), когда ФГ может быть получена явно. Также с его помощью легко решаются нестационарные задачи о возбуждении волноводов и резонаторов с координатными границами точечными источниками (диполями) [1, 2].

Так, для возбуждения плоскопараллельного волновода (резонатора Фабри-Перро) точечным диполем его изображения следует располагать зеркально относительно двух плоскостей, при этом возникает бесконечный ряд изображений [1, 2]. Если диполь начинает действовать в момент $t=0$, т.е. $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{d}_0 \exp(i\omega t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \chi(t)$, где $\chi(t)$ – функция Хевисайда, то его запаздывающее поле и поля всех источников строго удовлетворяют граничным условиям, причем удаленные источники (для которых время прихода сигнала к граница больше t) учитывать не надо. Поэтому в любой момент число источников конечное, но увеличивается с ростом времени. Этим методом решена задача о диполе в прямоугольном диэлектрическом объеме [3] и прямоугольном волноводе [2]. Для прямоугольного волновода возникающий ряд изображений уже двойной, а для прямоугольного резонатора – тройной. Если источник действует бесконечно долго, т.е. процесс гармонический, также можно использовать метод изображений, но их уже бесконечно много.

Однако, если же есть диэлектрические границы раздела, метод изображений для уравнения Гельмгольца или волнового уравнения не пригоден. В частности, с помощью него нельзя решить задачу Зоммерфельда о диполе над диэлектрическим полупространством. Как известно, для такой задачи возникает поверхностная волна Ценнека, которую метод изображений не описывает. В общем случае возникает набор плазмонных мод, для описания которых следует использовать интегральные соотношения. Решение таких задач требует, вообще говоря, введения поверхностных источников [5–12]. Как более общий случай задачи

Зоммерфельда можно рассматривать электрический или магнитный диполи в плоскостной среде под углом к плоскостям. Фактически это и есть задача о ФГ [4–12]. Ниже показано, что и для обычного метода изображений можно ввести поверхностные источники. Однако для уравнения Пуассона метод вполне работает и для слоистых диэлектрических структур без введения таких источников. Весьма много решений электростатических задач методом изображений приведено в монографиях [13–15]. В последнее время появилось значительное число работ [16–22], в которых рассматриваются именно такие источники, а для решения используются интегральные соотношения и матричный подход. На наш взгляд, для плоских границ это не конструктивно, поскольку такие задачи решаются существенно проще.

В электростатике известен метод изображений (отражений) точечного заряда относительно идеально проводящих поверхностей, позволяющих весьма просто решить ряд задач, когда имеет место изображение заряда или заряженной нити относительно плоскости или окружности (поверхности цилиндра) [13,14]. Для заряда над диэлектрическим полупространством метод изображений описан в монографиях [13,15]. В этом случае изображение q^* не точно равно заряду с противоположным знаком $-q$, а в виде $q^* = kq$, где $k = (1 - \varepsilon)/(1 + \varepsilon)$ – коэффициент отражения потока $\psi = q$ электростатической индукции \mathbf{D} от заряда относительно поверхности в точке z_0 (рис. 1, а), ε – диэлектрическая проницаемость (ДП). При большой ДП $q^* = -q$, т.е. изображение такое же, как от идеально проводящей полуплоскости. При этом электрическое поле в вакууме есть сумма поля заряда q и его изображения $q^* = kq$ (в точке $-z_0$), расположенного зеркально относительно границы (рис. 1, а). Если заряд в диэлектрике находится в точке $-z_0$, он экранируется, т. е. его эффективный заряд равен $q^* = q/\varepsilon$ (рис. 1, б). Его сингулярное поле в ε раз меньше, чем если бы диэлектрика не было. В диэлектрике поле представляется как поле заряда $q^* = q/\varepsilon$ и поле изображения $-kq/\varepsilon$ в точке z_0 . Если эта точка попадает на границу, действует эффективный заряд $2q/(1 + \varepsilon)$, т.е. его поле также меньше, чем, если бы диэлектрика не было.

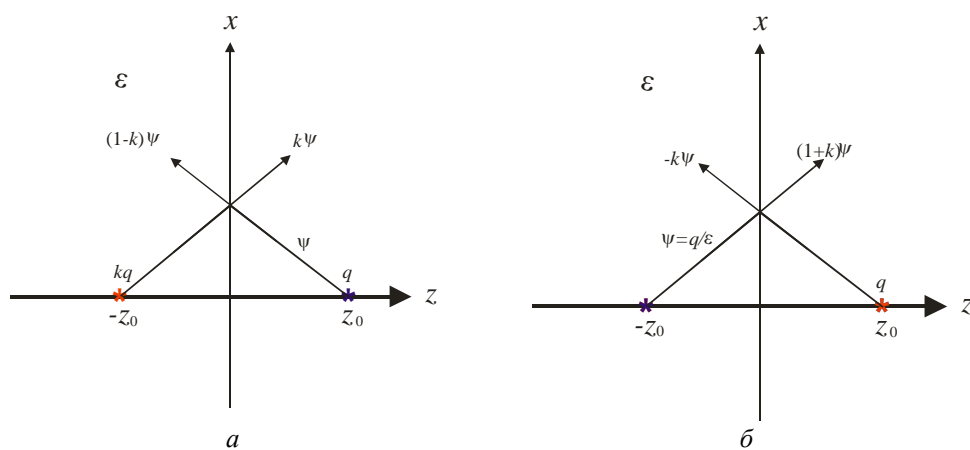


Рис. 1. Заряд и его изображение для диэлектрического полупространства:
 а – заряд вне диэлектрика, б – заряд внутри диэлектрика

В случае заряда над металлическим (идеально проводящим) полупространством метод изображений явился основой для получения квантового потенциала в уравнении Шредингера и выводе формулы Фаулдера-Нордгейма (ФФН) – основной формулы полевой эмиссии. Именно, сила, действующая на заряд q со стороны изображения (см. рис. 1, а) при $\varepsilon \rightarrow \infty$ (идеальный проводник) равна $\mathbf{F} = -\mathbf{z}_0 q^2 / (16\pi\varepsilon_0 z_0^2)$. Здесь \mathbf{z}_0 – ортвектор оси z . Для

электрона $q = -e$. Записывая силу как минус градиент электростатического потенциала, для квантового потенциала находим $V(z) = -e^2 / (16\pi\epsilon_0 z)$. Здесь мы учли отрицательный заряд электрона. Этот потенциал имеет особенность при $z=0$. Однако на атомных расстояниях порядка δ изображения на электрон не действуют. Учитывая это, запишем $V(z) = -e^2 / (16\pi\epsilon_0 (z + \delta)) + V_0$. Здесь мы ввели постоянную V_0 , поскольку потенциал определяется с точностью до константы. Если взять $V_0 = 0$, т.е. потенциальная энергия бесконечно удаленного электрона нулевая, то $V(0) = -W - q^2 / (16\pi\epsilon_0 \delta)$. Здесь W – работа выхода (РВ) электрона из металла. Поскольку обычно она равна нескольким эВ, величина δ порядка 0.1 нм ($\delta = 0.1$ нм для РВ $W = 3.6$ эВ). На расстояниях, существенно больше δ , силу, действующую на электрон можно трактовать как его взаимодействие с поверхностной плотностью заряда $\sigma(x, y, z_0)$. Найти такую плотность для нашей задачи весьма просто: $\sigma(x, y, z_0) = ez_0 (x^2 + y^2 + z_0^2)^{-3/2} / (2\pi)$. Она выражается через скачок компоненты E_z электрического поля на проводящей границе (внутри металла $E_z = 0$), получающегося от потенциала заряда и его изображения. Нетрудно получить аналогичную плотность поверхностного заряда на границе вакуум-диэлектрик для задачи (см. рис. 1). Она выражается как $\sigma(x, y, z_0) = E_z^+ (1 - 1/\epsilon) = E_z^- (\epsilon - 1)$ и обеспечивает требуемый скачок компоненту поля $E_z^+ / E_z^- = \epsilon$ на границе. Для ее нахождения используются выражения для электростатического потенциала

$$U(x, y, z) = \frac{-e}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}} + \frac{-ek}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_0)^2}}$$

и компоненты электрического поля $E_z^+ = E_z(+0) = -\partial_z U(x, y, z)|_{z=+0}$. Получим:

$$\sigma(x, y, z_0) = \frac{z_0 e (\epsilon - 1) / (\epsilon + 1)}{2\pi (\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2})^3}. \quad (1)$$

Если диэлектрик отсутствует ($\epsilon = 1$), то $\sigma(x, y, z_0) = 0$. Если заряд расположен на границе, то при $\sqrt{x^2 + y^2} > 0$ имеем $\sigma(x, y, 0) = 0$. Если $\sqrt{x^2 + y^2} = 0$, то

$$\sigma(0, 0, z_0) = \frac{e(\epsilon - 1)}{2\pi(\epsilon + 1)z_0^2}.$$

При $z_0 \rightarrow 0$ имеем сингулярность, как и должно быть. Плотность (1) показывает, что расположение заряда в случае границ раздела приводит к наведению поверхностных плотностей заряда, которые, вообще говоря, должны удовлетворять поверхностным интегральным уравнениям (ИУ). В нашем случае это ИУ $U(x, y, 0) = 0$, если полупространство металлическое и заземленное, или ИУ $E_z^+ / E_z^- = \epsilon$ для диэлектрического полупространства. В нашем случае

$$U(x, y, z) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}} + \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma(x', y') dx' dy'}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}}. \quad (2)$$

Нетрудно проверить, что плотность (1) есть решение ИУ с потенциалом (2). Потенциал (2) может быть записан в цилиндрических координатах. Однако решать подобные ИУ

целесообразно для криволинейных границ, а для плоских задача может быть решена существенно более просто, а именно путем введения изображений.

1. Метод изображений для двух идеально проводящих экранов

Метод изображений (отражений) для точечного заряда, находящегося между двумя идеально проводящими экранами, получается многократным применением изображений типа рис. 1, если ввести еще один экран при $z=d$. Правильнее использовать термин «изображения», поскольку рассматриваются некие фиктивные заряды, изображающиеся относительно поверхностей. Следует отметить, что этих зарядов нет в области, где рассматривается поле. В обозначении электростатической функции Грина (ФГ) $G_0(\mathbf{r})=(4\pi|\mathbf{r}|)^{-1}$ и $g_0(z)=G_0(0,0,z)=(4\pi|z|)^{-1}$ электростатический потенциал от заряда его изображений в области $0 < z < d$ принимает вид

$$U(0,0,z) = -e[g_0(z-z_0) + g_0(z-(2d+z_0)) + g_0(z+(2d-z_0)) + g_0(z-(4d+z_0)) \dots] + e[g_0(z+z_0) + g_0(z-(2d-z_0)) + g_0(z+(2d+z_0)) + g_0(z+(2d+z_0)) + \dots] \quad (3)$$

Исключая ФГ $g_0(z-z_0)$, рассматривая силу, действующую на заряд со стороны изображений, и определяя квантовый потенциал как для заряда над плоскостью, получим:

$$V(z) = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{z+\delta} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{nd}{n^2(d-\delta)^2 - z^2} - \frac{1}{nd} \right) \right] \quad (4)$$

или в виде

$$V(z) = -\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{z+\delta} + \frac{2d}{(d+\delta-z)(d+z)} - \frac{2}{d} + \frac{2z^2}{d^3} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2 - z^2/d^2)n} \right]. \quad (5)$$

В (5) мы в особенностях заменили $z \rightarrow z+\delta$ и $d-z \rightarrow d-z-\delta$, т.е. сместили отсчеты на малую величину δ . Теперь $F = -\partial_z V(z)$ есть сила, действующая на электрон, находящийся в точке z . При $z < d/2$ сила отрицательная, т.е. электрон притягивается к катоду. При $d/2 < z < d$ сила положительная, т.е. электрон притягивается к аноду. При подаче на анод напряжения U_a к потенциалу (4) следует добавить величину $-eU_a z/d$. В этом случае на катоде $V(0) = -W$, а на аноде $V(d) = -W - eU_a$. Если отсчитывать потенциал от дна зоны проводимости катода, то следует взять $V(0) = E_F$, где E_F – уровень Ферми, а барьер от нулевого уровня имеет высоту $V(d/2) = E_F + W'$. Здесь W' соответствует средней точке $z = d/2$. Потенциал в этой точке:

$$V(d/2) = -W \frac{\delta}{d} \left(\frac{8}{3} + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2 - 1/4)n} \right) = -\frac{\alpha}{d} W. \quad (5)$$

Тогда имеем снижение работы выхода за счет сближения электродов $W' = W(1 - \alpha/d)$, где

$$\alpha = \delta \left(\frac{8}{3} + \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n^2 - 1/4)n} \right) \approx 2.8071593 \delta. \quad (6)$$

Отметим, что в работе [23] формула для изображений не содержит δ , т.е. имеет особенности и имеет множитель 2, т.е. это именно потенциал изображений.

2. Метод изображений для диэлектрической пластины

Метод изображений для точечного заряда вне и внутри диэлектрической пластины толщины d приведен в работе [14]. Там он использован для нахождения скалярной электростатической ФГ для задач о микрополосковых линиях (МПЛ) в приближении ТЕМ волны. В [14] использована двумерная (логарифмическая) электростатическая ФГ в вакууме. Такие методы и ФГ широко использовались до возникновения в 1970-х годах строгих электродинамических теорий МПЛ. В частности, на основе них анализировались краевые емкости обрыва микрополосковой линии и ее скачка и поворота, а также емкости полосковых структур, для чего уже использовалась трехмерная ФГ G_0 . Точно также, как и для изображений (3), следует использовать изображения зарядов q и kq относительно плоскостей $z=0$ и $z=d$. При этом использованный в [24] двумерный логарифмический потенциал $-q/(2\pi\epsilon_0)\ln\left(\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}\right)$ следует заменить на трехмерный $qG_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$. Если границе диэлектрик – вакуум отвечает координата $z=0$, а заряд q находится в вакууме в точке $z_0>0$, то при $z>0$ имеем для электростатического потенциала:

$$U(0,0,z)/q = g_0(z-z_0) + kg_0(z+z_0) - (1-k^2)\sum_{n=1}^{\infty} k^{2n-1}g_0(z+2dn-z_0), \quad (7)$$

а при $z<-d$

$$U(0,0,z)/q = (1-k^2)\sum_{n=0}^{\infty} k^{2n}g_0(z+2dn+z_0). \quad (8)$$

Для заряда внутри слоя $-d < z < 0$ делаем замену $q' = q/\epsilon$ и имеем: справа от слоя –

$$U(0,0,z)/q' = (1+k)\sum_{n=0}^{\infty} k^{2n}g_0(z+2dn+z_0), \quad (9)$$

а слева от слоя –

$$U(0,0,z)/q' = -(1+k)\sum_{n=0}^{\infty} k^{2n+1}g_0(z+2dn-z_0). \quad (9)$$

Внутри слоя ($-d < z < 0$):

$$U(0,0,z)/q' = g_0(z+z_0) - kg_0(z-z_0) - \sum_{n=1}^{\infty} [k^{2n+1}g_0(z+2dn-z_0) - k^{2n}g_0(z+2dn+z_0)]. \quad (10)$$

Если левая граница слоя находится при $z=0$, а правая при $z=d$, то во всех формулах следует сделать замену $z \rightarrow z+d$.

3. Диэлектрическая пластина внутри плоского конденсатора

Пусть плоский конденсатор имеет пластины при $z=0$ и $z=d$. Пусть внутри него находится диэлектрическая пластина толщины t , левая плоскость которой находится при $z=a$. Тогда в формулах (7) – (10) следует сделать замены $z \rightarrow z+d+a$, а затем $d \rightarrow t$. Потом имеющуюся систему зарядов и изображений следует отобразить относительно двух плоскостей $z=0$ и $z=d$ согласно (3). В результате возникают двумерные ряды изображений. Ограничимся более простым случаем, когда пластина находится на левом экране, т.е. $a=0$. Тогда имеется три поверхности: две идеально проводящие и одна диэлектрическая $z=t$, относительно которых следует брать изображения. Если заряд находится в области $t < z < d$, то картина потоков и изображений приведена на рис. 2.

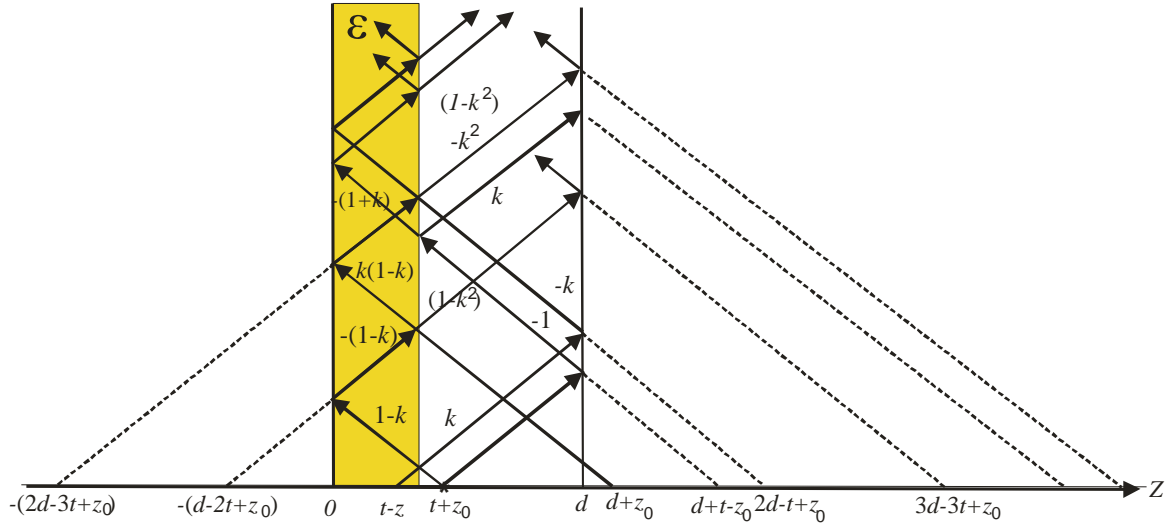


Рис. 2. Схема расположения изображений для точечного единичного заряда в вакуумном зазоре плоского диода с диэлектрическим слоем на катоде. Стрелки показывают падающие, отраженные и прошедшие потоки индукции. Пересечение линий с осью z показывает расположения изображений зарядов, а значения у стрелок – величина зарядов

Рассмотрим картину более подробно. От заряда q в точке $z = t + z_0$ идут два одинаковых потока q влево и вправо. Левый поток отражается с коэффициентом отражения k , и проходит с коэффициентом $1-k$, а внутри слоя образуется изображение kq в точке $z = t - z_0$. Правый поток отражается от металлического экрана с коэффициентом отражения 1, и в точке $z = d + t - z_0$ возникает изображение $-q$. Левый прошедший поток отражается от экрана с коэффициентом отражения -1 , т.е. имеет значение $-(1-k)$. Ему соответствует заряд $-(1-k)q$ в точке $z = -(d - 2t + z_0)$. Процесс продолжается до бесконечности. Однако изображения располагаются все дальше и дальше. Для хорошей точности достаточно несколько изображений.

Аналогично можно рассмотреть заряд внутри слоя. Мы не приводим общую формулу, которая весьма громоздкая. Для получения потенциала квантового типа (5) следует удалить сингулярный член (в нашем случае заряд в точке $t + z_0$), умножить на q и положить $z_0 = z$ и $q = -e$, Учет порядка 20 изображений с приведение подобных членов имеет вид: внутри слоя ($z < t$) –

$$V(z) = \frac{W(1-\varepsilon)}{\varepsilon} + \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0\varepsilon} \left\{ \frac{-1}{z+\delta} + k \left[\frac{2}{t} - \frac{1}{t-z+\delta} - \frac{1}{t+z} \right] + k^2 \left[\frac{4}{3t} - \frac{2}{2t-z} - \frac{1}{3t-z} \right] + \right. \\ \left. + (1-k^2) \left[\frac{2}{d} - \frac{1}{d-z} + \frac{1}{d+z} \right] + k(1-k) \left[\frac{1}{d-t+z} + \frac{1}{d+t} \right] - k^2(1+k) \left[\frac{1}{d+t-z} + \frac{k}{d+2t-z} \right] + \dots \right\}$$

и вне слоя ($z > t$) –

$$V(z) = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0} \left\{ \frac{-1}{d-z+\delta} + k \left(\frac{1}{z-t+\delta} - \frac{1}{d-t} \right) + k^2 \left(\frac{1}{2(d-t)} - \frac{1}{d-2t+z} - \frac{k}{d-t+z} \right) + \right. \\ \left. + (1-k^2) \left[\frac{2}{d} + \frac{1}{2d-z} - \frac{1}{z} + k \left(\frac{1}{d+t} - \frac{1}{t+z} - \frac{k}{d+t+z} - \frac{k^2}{4t} - \frac{k}{2t+z} - \frac{k^2}{3t+z} \right) \right] + \right. \\ \left. + k(1-k) \left(\frac{1}{t} + \frac{k}{2t} + \frac{k^2}{3t} - \frac{1}{d+t-z} \right) + \dots \right\}$$

Из рис. 3 видно, что имеет место квантово-размерный эффект: барьер сужается на толщину пленки, при этом с увеличением ДП он также и опускается. Впервые учет такой пленки на катоде для туннелирования был сделан в работах [25, 26]. Случай же заряда, расположенного как вне диэлектрической пластины конечной толщины, так и внутри нее впервые рассмотрен в работе [24] (вопреки утверждениям автора работы [16], что именно он впервые рассмотрел его в работе [17]). Что касается работ [16–22], то ясно, что двумерном преобразованием Фурье можно преобразовать все точечные (сингулярные) источники и не сингулярные источники в виде плотностей поверхностного заряда на поверхностях раздела к неким плотностям в пространстве Фурье-функций. После наложения граничных условий они будут связаны матричными преобразованиями. Таким методом, в частности, решались и упомянутые выше задачи о микрополосковых структурах на многослойных подложках в статическом приближении. Указанные плотности для точечного заряда определяются из решения простых алгебраических уравнений [4]. Затем можно найти поля и потенциала во всех областях путем обратного преобразования Фурье. Для системы зарядов или непрерывно распределенных зарядов с заданной плотностью задача также решается.

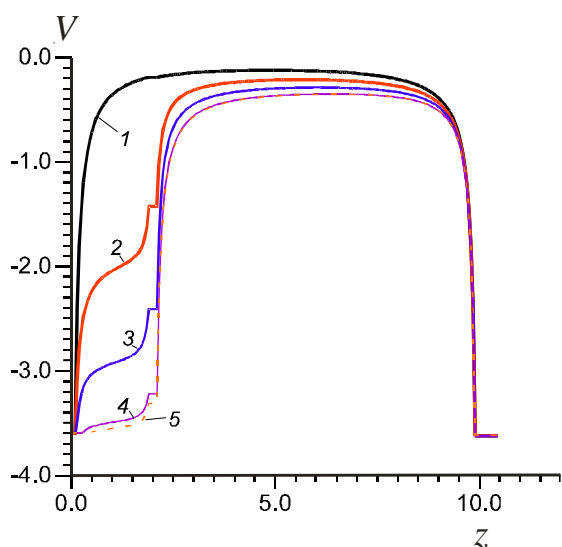


Рис. 3. Квантовый потенциал, эВ, между катодом и анодом в зависимости от z (нм) при нулевом анодном напряжении и наличии диэлектрической пленки толщины $t = 2$ нм на катоде при расстоянии до анода $d = 10$ нм и различных значениях ДП: $\epsilon = 1$ (кривая 1); $\epsilon = 2$ (2); $\epsilon = 4$ (3); $\epsilon = 2$, (4); $\epsilon = 12$ (5)

4. Эффект проникновения поля в идеальную диэлектрическую пленку на катоде

В эмиссионной электронике имеет место эффект увеличения эмиссии при наличии на катоде слабо проводящих (полупроводниковых) структур, например, в виде оксидных пленок типа ВаО или углеродных пленок [27]. Указываются, в частности, что пленка ВаО имеет РВ порядка 1 эВ. Эмиссия из углеродных пленок описывается ФФН при РВ порядка 0.1 эВ [25–27]. Реально эта РВ определяется с использованием ФФН, а не на основе фотоэффекта или расчетных методов на основе теории функционала плотности. Эти методы не дают такую низкую РВ, т.е. она является следствием некоего поверхностного эффекта. Этот эффект заключается в проникновении поля [27–29] и аналогичен проникновению поля в диэлектрическую пленку (см. рис. 3). Различие заключается в том, что в идеальных диэлектриках нет свободных зарядов, в то время как при наличии некоей концентрации N_e свободных зарядов (электронов) имеет место глубина проникновения Дебая $L_D = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon k_B T / N_e} / e$. Если она существенно больше или порядка толщины пленки, проникновение в пленку следует учитывать. При этом наличие свободных зарядов изменяет поляризуемость пленки, т.е. для распределения поля в пленке следует решать уравнение Пуассона. Построим простую одномерную модель проникновения поля в пленку, исходя из ее ДП и модуля плотности заряда ρ_{0e} . Приложение внешнего поля сдвигает свободные

заряды с образованием внутреннего поля E_{0z} . Оно частично компенсирует внешнее поле. При полном смещении электронов на поверхность структуры (в предельно сильных полях) возникает поле листа поверхностного заряда (заряженной плоскости) $E_0 = -\text{sgn}(z-t)\rho_{0e}t/(2\varepsilon_0)$, где $\rho_{0e} = eN_e$ – модуль объемной плотности подвижных электронов, t – толщина структуры. Потенциал этого поля $U_0 = -E_0t = -\rho_{0e}t^2/(\varepsilon_0\varepsilon)$ компенсирует падение потенциала, создаваемого анодом. В не очень сильных полях $E_z \sim \rho_{0e}t/(2\varepsilon_0)$, что возможно для идеально свободных зарядов, тонких структур и малых плотностей. Так, при концентрации $N = 10^{20}/\text{м}^3$ и $t = 1$ нм имеем $E_z \sim 10^3$ В/м. Однако следует учесть и поле от объемного положительного заряда области, из которой смещены электроны. Этот эффект снижает барьер за катодом внутри структуры, но повышает его за ней. Он тем меньше, чем меньше толщина и концентрация свободных носителей заряда. Реально необходимо решать обратную задачу для УП с учетом структуры во всем пространстве катод – анод и определять распределение заряда. Определяем плотность заряда подвижных электронов как $\rho_e(z) = -\rho_{0e}f(z)$, плотность полного заряда как $\rho(z) = \rho_{0e} - \rho_{0e}f(z)$. В отсутствии поля $f(z) = 1$, и плотность нулевая. При наложении поля берем антисимметричную относительно центра пленки функцию в виде $f(z) = 1 - a_1(z/t - 1/2) - a_3(z/t - 1/2)^3 - \dots$. В силу выбора функции полный заряд в слое равен нулю, при этом получаем решение уравнения для потенциала $U''(z) = -\rho(z)/(\varepsilon\varepsilon_0)$ в виде:

$$U(z) = C_1z + C_2 - \frac{\rho_{0e}}{\varepsilon\varepsilon_0} \left[a_1t^2 \frac{2x^3 - 3x^2}{12} + a_3t^2 \frac{x^5/5 - 2x^4 + x^3/2 - x^2/4}{4} + \dots \right].$$

Здесь $x = z/t$ – нормированная координата. Полагаем константу интегрирования $C_2 = 0$, т.е. на катоде задаем нулевой потенциал $U(0) = 0$. В области $t < z < d$ имеем решение $U(z) = U(t) + (U_a - U(t))(z-t)/(d-t)$, удовлетворяющее уравнению Лапласа и граничному условию. Полученный потенциал непрерывен:

$$U(t) = C_1t + \rho_{0e}t^2(a_1 + 99a_3/20 + \dots)/(12\varepsilon\varepsilon_0).$$

Требование непрерывности нормальной компоненты электрической индукции дает:

$$\frac{U_a - U(t)}{d-t} = \varepsilon C_1 + \frac{3\rho_{0e}a_3t}{2\varepsilon_0} + \dots$$

Вводя смещенную безразмерную координату $\tilde{x} = x - 1/2$, видим, что функция $\varphi(\tilde{x}) = f(\tilde{x}) - 1$ нечетная, т.е. разложима в ряд по нечетным степеням \tilde{x} . Коэффициенты разложения должны быть пропорциональны U_a и определяться кроме граничных условий условием равновесия заряда. Смещение не полностью свободных зарядов приводит к возвращающей силе, которую компенсирует внутреннее поле. Соответственно для модели нужно знать природу таких сил, которая носит квантовый характер. Вводя в гамильтониан внутреннее поле, следует определять смещенное распределение заряда. Это условие можно налагать в конечном числе точек, и тем самым определять неизвестные константы. Внутреннее поле ускоряет туннелирующие электроны, вследствие чего у потенциального барьера образуется минимум. Наиболее простой приближенный результат можно получить, убрав в аппроксимации один член, т.е. положив $a_n = 0$ при $n > 1$. Потенциал на границе пленки:

$$U(t) = \frac{U_a t}{\varepsilon(d-t) + t} + \frac{(d-t)\rho_{0e}t^2 a_1}{12\varepsilon_0[\varepsilon(d-t) + t]}. \quad (11)$$

Потенциал и напряженность поля внутри пленки:

$$U(z) = \frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} z + \frac{\rho_{0e} a_1 z^2}{4\varepsilon\varepsilon_0} \left(1 - \frac{2z}{3t}\right), \quad E_z(z) = -\frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} - \frac{\rho_{0e} a_1}{2\varepsilon\varepsilon_0} z \left(1 - \frac{z}{t}\right).$$

Для среднего (усредненного по структуре) поля имеем:

$$\bar{E}_z = -\frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} - \frac{\rho_{0e} a_1 t}{12\varepsilon\varepsilon_0}.$$

При линейном распределении плотности заряда получаем дипольный момент $p = -S\rho_{0e} a_1 t^2 / 12$, приходящийся на площадь поперечного сечения S . Такой же момент для диэлектрического слоя в среднем поле имеет вид $p = S t \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \bar{E}_z$. Входящая сюда диэлектрическая проницаемость ε определяется поляризацией атомов углерода и сильно связанных с ними электронов. Приравнявая моменты, получим оценку константы a_1 : $a_1 = 12\varepsilon_0 (U_a - U(t)) / [\rho_{0e} t (d-t)]$. Соответственно

$$U(z) = \frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} z \left(1 + 3\frac{z}{t} - 2\frac{z^2}{t^2}\right). \quad (12)$$

Потенциал на границе $U(t) = 2U_a / [\varepsilon(d/t - 1) + 2]$. Без проводимости

$$U_0(z) = U_a \begin{cases} z / [\varepsilon d + (1 - \varepsilon)t], & 0 \leq z \leq t, \\ (\varepsilon z + t(1 - \varepsilon)) / [\varepsilon d + (1 - \varepsilon)t], & t < z \leq d. \end{cases}$$

При малой толщине $U(t) \approx 2U_a t / (\varepsilon d)$. Для более точной оценки заметим, что в области $z > t/2$ образуется отрицательный заряд $q_0 = -\rho_{0e} t S a_1 / 4$ с центром в точке $z_0 = t(1 + 1/2^{1/2})/2$. Далее считаем, что весь он расположен на поверхности при $z = z_0$. В этом приближении он взаимодействует с таким же положительным зарядом у катода при $z = t(1 - 1/2^{1/2})/2$ с силой $F = -q_0^2 / (\varepsilon_0 \varepsilon \pi S) = -S(\rho_{0e} t a_1)^2 / (16\varepsilon_0 \varepsilon)$ и уравновешивается внутренним полем:

$$-F = q_0 E_z(z_0) = \frac{\rho_{0e} t S a_1}{4} \left[\frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} + \frac{\rho_{0e} a_1 z_0}{2\varepsilon\varepsilon_0} (z_0 - z_0^2/t) \right].$$

Найдем коэффициент a_1 :

$$a_1 = 16\varepsilon_0 [U_a - U(t)] / [3\rho_{0e} t (d-t)].$$

Он близок к предыдущему значению a_1 при $t \approx d/2$ и совпадает с ним при $t = 5d/9$. В этом случае имеем для электростатического потенциала представление:

$$U(z) = \frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} \left[z + \frac{4z^2}{3t} \left(1 - \frac{2z}{3t}\right) \right], \quad (13)$$

при этом

$$U(t) = 13U_a t / [9\varepsilon(d-t) + 13t] \approx 13U_a t / (9\varepsilon d + 13t).$$

При решении уравнения для потенциала мы использовали антисимметричное

относительно центра слоя разложение функции $\varphi(z) = f(z) - 1$. Однако можно использовать несимметричное разложение в степенной ряд $\varphi(z) = \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z^3 + \dots$ с единственным требованием равенства нулю интеграла от полной плотности заряда, т.е. $\alpha_1 t^2 / 2 + \alpha_2 t^3 / 3 + \alpha_3 t^4 / 4 + \dots = 0$. При учете двух членов сразу имеем $\alpha_2 = -3\alpha_1 / (2t)$. В этом случае

$$U(z) = \frac{U_a - U(t)}{\varepsilon(d-t)} z \left[1 + \frac{8z}{9t} \left(1 - \frac{3z}{4t} \right) \right]. \quad (14)$$

Потенциал на границе:

$$U(t) = U_a \frac{t}{\varepsilon(d-t)} \frac{11\varepsilon(d-t)}{9\varepsilon(d-t) + 11t}.$$

Для малой толщины $U(t) \approx (11/9)U_a t / (\varepsilon d)$.

Мы рассматриваем толщины t структур порядка 2–20 нм. Считаем концентрацию частично свободных электронов N не более чем 10^{20} м^{-3} (для напряжения в вольтах – приближение вакуума).

Рассмотрим другую трактовку: поле $E_z = -U_a / [\varepsilon d + (1-\varepsilon)t] \approx -U_a / (\varepsilon d)$ в пленке ускоряет электроны, передавая им энергию порядка $eU_a t / (\varepsilon d)$. Значение $V_a(t) = -eU_a t / [\varepsilon(d-t) + t]$ по формуле (7) больше, чем определяемое через (8) или (10).

Далее будем определять потенциал с учетом (7), а с учетом для десятков вольт второй член в (5) существенно меньше первого. В нашем приближенном рассмотрении плотность электронов для тонкой пленки выпала из формул, что может иметь место в слабых полях. Для них можно определить a_1 из условия $U(t) = (1 + \Delta)U_a t / d$, где введена малая величина $\Delta \ll 1$. Тогда $a_1 = 12\varepsilon\varepsilon_0 U_a \Delta / (\rho_{0e} t d)$. Проникновение поля приводит к тому, что перед барьером возникает минимум потенциала $-eU(t) \approx -eU_a t / (\varepsilon d)$. При $U_a = 20 \text{ В}$, $t/d = 0.1$, $\varepsilon = 2$ это 1 эВ. Именно из этой точки возникает основной барьер около границы пленки (8).

В обоих случаях полный квантовый потенциал следует брать как $V(z) = V_0(z) + V_a(z)$, где потенциал $V_0(z)$ учитывает все изображения. Очевидно, отсутствие диэлектрика дает $V_a(z) = -eU_a z / d$, а $V_0(z)$ дается формулой (1). Приобретаемую туннелирующим электроном в области пленки кинетическую энергию порядка $eU_a z / (\varepsilon d)$ формально можно считать как отрицательную добавку к РВ из пленки.

Строгое рассмотрение требует одновременного самосогласованного решения многочастичного уравнения Шредингера при приложении внешнего потенциала, решения уравнения для потенциала и определение равновесного распределения потенциала в слое. Нерешаемое многочастичное УШ обычно заменяют на метод теории функционала плотности, и тогда задачу определения равновесного потенциала можно решить методом молекулярной динамики. Однако такая задача обратная и требует итерационного подхода. На основе рассмотренных эффектов на рис. 4 представлено распределение квантового потенциала в туннельном диоде с наличием пленок на катоде, а на рис. 5 рассчитана туннельная плотность тока для рассмотренных структур. Решалось УШ для определения прозрачности структур типа представленного на рис. 4.

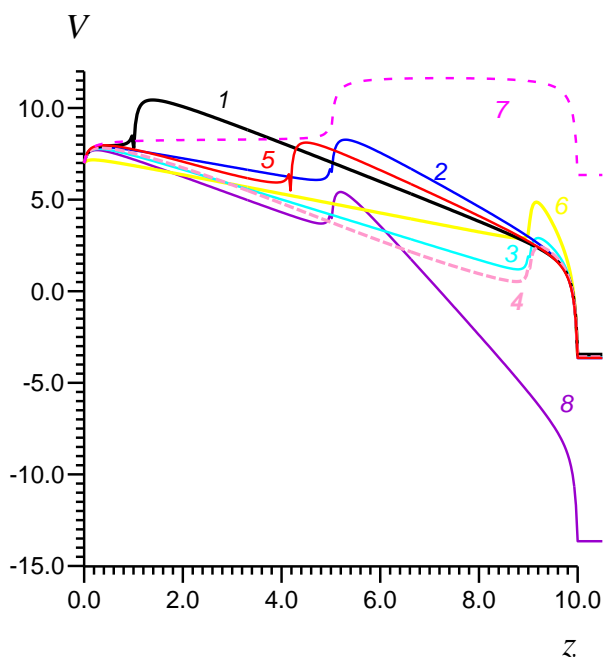


Рис. 4. Квантовый потенциал V , эВ в диоде в зависимости от длины z , нм в присутствии структур: стеклоглерод – углеродные нанотрубки (кривые 1–4), поленица (5), диэлектрическая пленка (6–8). Взяты размеры t , нм: 1 (кривая 1); 5 (2, 7, 8); 4.18 (5); 9 (3, 4, 6). $W_c=4.36$, $W_a=5.5$ эВ. Кривые 1–6 построены для $U_a=10$ В, 7 – для $U_a=20$ В, 8 – для $U_a=0$

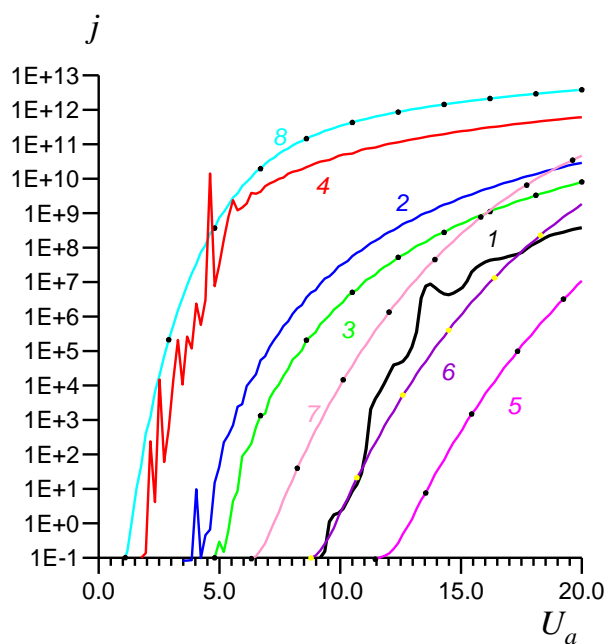


Рис. 5. Туннельная плотность тока j , A/m^2 в зависимости от U_a , В: для диода со структурами на медном катоде: стеклоглерод (кривые 1, 2), поленица (3), диэлектрическая пленка $\epsilon=10$ (4); для вакуумного диода (5–7) и для диода, полностью заполненного диэлектриком $\epsilon=3$ (8). Кривая 5 построена для $W=4.8$ эВ (никель, графит), кривая 6 – для меди, кривая 7 – для функционализированного хорошо проводящего стеклоглерода ($W=3.9$ эВ) или для катода из Ве. Взяты размеры, нм: $t=5$ (1), $t=9$ (2, 4), $t=8.36$ (3), $t=10$ (8). $W_a=5.5$ эВ (платина)

Заклучение

Таким образом, в работе показано, что ФГ для задач статики (уравнения Пуассона) можно определять на основе многократных изображений без использования каких-либо интегральных соотношений для слоя, слоя и экрана, слоя и двух экранов, нескольких слоев между экранами и т.п. Так, для слоя на экране достаточно рассмотреть заряд q и симметрично расположенный относительно экрана заряд $-q$. Следует суммировать изображения для двух таки зарядов, или взять изображения для слоя удвоенной толщины с зарядами q и $-q$, расположенными симметрично относительно его центральной плоскости. Все такие частичные отображения легко программируются, поэтому сложные формулы можно не использовать. Поскольку ряды сходятся весьма быстро, можно рассматривать всего несколько изображений, что позволяет получать простые формулы.

Альтернативный метод отыскания электростатической ФГ слоистых структур состоит в нахождении полных решений уравнения Лапласа в областях $z < z_0$ и $z > z_0$, где z_0 – точка расположения заряда. На всех границах раздела потенциал и его производная $\partial_z U_0(x, y, z)$ непрерывны, а на границе $z = z_0$ потенциал непрерывен, а его производная удовлетворяет соотношению $\partial_z U_0(x_0, y_0, z_0 + 0) - \partial_z U_0(x_0, y_0, z_0 - 0) = -\delta(z - z_0)$. Далее используя метод Фурье, в том числе для разложения дельта-функций, можно получить интегральные уравнения для возникающих на границах раздела поверхностных плотностей заряда. Они связаны матрицами переноса, и в конечной формулировке можно получить замкнутую систему интегральных уравнений. Хотя это общий универсальный подход, он не

целесообразен, поскольку решать такие уравнения сложно, а результат решения – распределения зарядов, через которые надо еще вычислять потенциал. Метод изображений сразу дает потенциал и намного проще в численной реализации.

Список литературы

1. Давидович М. В. К нестационарной теории возбуждения резонатора // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 10. С. 1198–1205.
2. Давидович М. В. К нестационарной теории возбуждения волноводов // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 10. С. 1285–1292.
3. Давидович М. В. Метод конечных элементов в пространственно-временной области для нестационарной электродинамики // ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 1. С. 13–23. <https://doi.org/10.1134/S1063784206010026>
4. Schwinger J., De Raad L. L. (Jr.), Milton K. A. Casimir effect in dielectrics // Ann. Phys. 1978. Vol. 115, no. 1. P. 676–698. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(78\)90172-0](https://doi.org/10.1016/0003-4916(78)90172-0)
5. Tomas M. S. Green function for multilayers: Light scattering in planar cavities // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 51, no. 3. P. 2545–2559. <https://doi.org/10.1103/PHYSREVA.51.2545>
6. Bleszynski E. H., Bleszynski M. K., Jaroszewicz T. Procedure for conversion of singular integrals of matrix elements of tensor and vector Green function in surface-volume integral equations // 2015 IEEE International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA). IEEE. 2015. P. 1485–1488. <https://doi.org/10.1109/ICEAA.2015.7297369>
7. Bleszynski E., Bleszynski M., Jaroszewicz Th. Reduction of singular surface integrals of tensor Green function to non-singular line integrals in integral equations for planar geometries // 2016 IEEE/ACES International Conference on Wireless Information Technology and Systems (ICWITS) and Applied Computational Electromagnetics (ACES). IEEE, 2016. <https://doi.org/10.1109/ROPACES.2016.7465368>
8. Nikitin A. Yu., F.J. Garcia-Vidal F. J., Martin-Moreno L. Analytical expressions for the electromagnetic dyadic Green's function in graphene and thin layers // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. 2013. Vol. 19, iss. 3. Art. 6338264. <https://doi.org/10.1109/JSTQE.2012.2226147>
9. Hanson G. W. Dyadic Green's functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene // IEEE Trans. AP. 2008. Vol. 56, no. 3. P. 747–757. <https://doi.org/10.1109/TAP.2008.917005>
10. Rancic M. P., Rancic P. D. Horizontal linear antennas above a lossy half-space: A new model for the Sommerfeld's integral kernel // Int. J. Electron. Commun. (AEÜ). 2011. Vol. 65. P. 879–887. <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2011.02.009>
11. Michalski K. A., J.R. Mosig J. R. On the surface fields excited by a Hertzian dipole over a layered halfspace: From radio to optical wavelengths // IEEE Tran. AP. 2015. Vol. 63, no. 12, P. 5741–5752. <https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2484422>
12. Michalski K. A., Mosig J. R. The Sommerfeld halfspace problem redux: alternative field representations, role of zenneck and surface plasmon waves // IEEE Trans. AP. 2015. Vol. 63, no. 12. P. 5777–5790. <https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2489680>
13. Смайт В. Электростатика и электродинамика. М. : ИЛ, 1954. 604 с.
14. Гольдштейн Л. Д., Зернов В. Н. Электромагнитные поля и волны. М. : Сов. Радио, 1971. 664 с.
15. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А. Электромагнетизм и электромагнитные волны. М. : Высшая школа, 1985. 504 с.
16. Петрин А. Б. Развитие и обобщение метода отражений в задачах электростатики и теплопроводности плоскостойких сред // ЖТФ. 2023. Т. 93, вып. 3. С. 318–333. <https://doi.org/10.21883/JTF.2023.03.54842.251-22>
17. Петрин А. Б. Фокусировка поверхностной плазмонной волны на нановоршине сканирующего металлического микроострия у плоскостойкой структуры // Опт. и спектр. 2022. Т. 130, № 9. С. 1436–1454. <https://doi.org/10.21883/OS.2022.09.53308.3636-22>
18. Петрин А. Б. О решении задач электростатики и теплопроводности для двухпленочных плоскостойких сред // ТВТ. 2024. Т. 62, № 1. С. 95–111. <https://doi.org/10.31857/S0040364424010129>
19. Петрин А. Б. Метод отражений в задачах электростатики и теплопроводности плоскостойких сред, состоящих из трех пленок // ТВТ. 2024. Т. 62, № 3. С. 432–449. <https://doi.org/10.31857/S0040364424030132>
20. Petrin A. B. Development of methods for solving problems of transient heat conduction of plane layered media // Optics and Spectroscopy. 2024, no.1. P. 17–34. <https://doi.org/10.1134/s0030400x24700292>
21. Петрин А. Б. О задаче теплопроводности для нестационарного точечного источника тепла в плоскостойкой среде // ТВТ, 2023. Т. 61, № 1. С. 118–129. <https://doi.org/10.31857/S0040364423010>
22. Петрин А. Б. О фундаментальном решении задач электростатики и теплопроводности для плоскостойких сред // ТВТ. 2022. Т. 60, № 5. С. 740–751. <https://doi.org/10.31857/S0040364422040056>
23. Simmons J. G. Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film // J. Appl. Phys. 1963. Vol. 34, iss. 6. P. 1793–1803. <https://doi.org/10.1063/1.1702682>

24. *Silvester P.* TEM wave properties of microstrip transmission lines // Proc. IEE. Vol. 115, no. 1. P. 43–48. <https://doi.org/10.1049/piee.1968.0008>
25. *Давидович М. В., Яфаров Р. К., Доронин Д. М.* Туннелирование электронов при наличии диэлектрической пленки на катоде // Труды 20-й международной Крымской конференции СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии (CriMiKo'2010). Севастополь : 2010. P. 733–734. <https://doi.org/10.1109/CRMICO.2010.5632556>
26. *Davidovich M. V., Bushuev N. A., Yafarov R. K.* Tunnel current in the presence of nanosized film at the cathode // 2014 IEEE Tenth International Vacuum electron Sources Conference and Second International Conference on Emission Electronics. Saint-Petersburg State University. IEEE : 2014. P. 67–68. <https://doi.org/10.1109/IVESC.2014.6891967>
27. *Давидович М. В., Яфаров Р. К.* Импульсные и статические автоэмиссионные ВАХ углеродных нанокластерных структур: эксперимент и его интерпретация // ЖТФ. 2019. Т. 89, вып. 8. С. 1282–1293. <https://doi.org/10.21883/JTF.2019.08.47905.402-18>
28. *Forbes R. G.* Low-macroscopic-field electron emission from carbon films and other electrically nanostructured heterogeneous materials: Hypotheses about emission mechanism // Solid-State Electron. 2001. Vol. 45, no. 6. P. 779–808. [https://doi.org/10.1016/S0038-1101\(00\)00208-2](https://doi.org/10.1016/S0038-1101(00)00208-2)
29. *Forbes R. G., Xanthakis J. P.* Field penetration into amorphous-carbon films: Consequences for field-induced electron emission // Surf. Interface Anal. 2007. Vol. 39. P. 139–145. <https://doi.org/10.1002/sia.2477>

ON MULTIPLE IMAGES METHOD FOR PROBLEMS OF ELECTROSTATICS AND ELECTRODYNAMICS

M. V. Davidovich, R. E. Manukyan

Abstract. The application of a multiple images method is demonstrated to problems of electrostatics and electrodynamics. Algorithms for finding (constructing) a potential in multilayer structures are presented. Solution of problem of tunneling in a diode with layer structures on the cathode is given.

Keywords: Poisson equation, Schrödinger equation, multiple images method

Сведения об авторах

Давидович Михаил Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: DavidovichMV@info.sgu.ru

Манукян Рубен Эмилевич, аспирант кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: mr.ruben00@mail.ru

ПОВЕДЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПО ИНДУКЦИИ У ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ ПРИ КЛИМАТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ

О. А. Черкасова

Аннотация. Продемонстрирована возможность снятия обратимых изменений в постоянных магнитах посредством термоустаривания. Установлено, что для термостабилизированных магнитов магнитотвердых сплавов температурный коэффициент по индукции (T_{KB}) уменьшается в пределах $(0,04 \div 0,01)\%/^{\circ}\text{C}$.

Ключевые слова: постоянный магнит, температурный коэффициент по индукции, испытания на тепло и холод

Введение

Постоянные магниты из сплавов редкоземельных металлов и кобальта (РЗМ-Со) находят широкое применение в качестве источников магнитного поля для создания разнообразных устройств и приборов как гражданского, так и военного назначения [1–2]. Эффективность работы таких приборов в значительной мере определяется параметрами их навигационных систем, электродвигателей и приводов (линейных и жестких). Ключевым показателем является магнитный поток, генерируемый магнитами в воздушном зазоре (канале) устройства, так как его стабильность гарантирует надежность всей системы. За колебаниями магнитного потока стоит магнитная индукция B [3–7], изменение которой с температурой является основной причиной нестабильности постоянных магнитов (ПМ) и магнитных систем (МС), являющихся составной частью приборов. В этой связи изменения B с температурой целесообразно контролировать для сохранения B в предусмотренном режиме эксплуатации. Температурный коэффициент (даже для магнитов одной и той же плавки) часто варьируется, что затрудняет поддержание индукции в пределах, необходимых для бесперебойной работы. Поэтому в ответственных случаях необходимо исследовать температурный коэффициент магнитов и МС и контролировать его [8–13], чтобы исключить необратимые изменения в магнитных характеристиках. Изменение температуры непосредственно влияет на изменение величины B . При увеличении

температуры B стремится к нулю и достигает его при температуре Кюри магнитного материала. Для сплавов РЗМ-Со температура Кюри лежит в интервале $750\text{--}800^{\circ}\text{C}$ [14, 15]. Температура же эксплуатации изделий различного назначения на основе сплавов РЗМ-Со варьируется в диапазоне от минус 60°C до $+350^{\circ}\text{C}$ [16, 17].

Если нагреть ПМ или МС до некоторой температуры T_1 , то значение B_0 уменьшится до B_1 , тогда это уменьшение $(B_1 - B_0)$ будет отражать полное изменение B при повышении температуры от комнатной до T_1 . При охлаждении с T_1 до комнатной температуры магнитная индукция будет повышаться, однако есть вероятность того, что значение индукции при комнатной температуре B_{20} не совпадет с первоначальной величиной B_0 , что будет указывать на необратимые изменения. В то же время процесс нагрева и охлаждения приводит к образованию обратимых изменений магнитной индукции, которые можно учесть с помощью температурного коэффициента по индукции [18]:

$$T_{KB} = \left| \frac{B_{1,2} - B_0}{B_0 \cdot (T_{1,2} - T_0)} \cdot 100\% \right| = \left| \frac{\delta_{Bz}}{(T_{1,2} - T_0)} \cdot 100\% \right|. \quad (*)$$

Здесь B_0 – продольная составляющая магнитной индукции при комнатной температуре (20°C), B_1 – продольная составляющая магнитной индукции при температуре минус 60°C , B_2 – продольная составляющая магнитной индукции при температуре 120°C , T_0 – комнатная температура, T_1 – пониженная температура, равная минус 60°C , T_2 – повышенная температура, равная 120°C , δ_{Bz} –

относительное температурное изменение магнитной индукции.

Температурный коэффициент по индукции характеризует изменение магнитной индукции от температуры. Кроме влияния температуры, температурный коэффициент по магнитной индукции для магнитов из магнитотвёрдого материала зависит от химического состава и структуры материала, а также от относительных размеров магнита (размагничивающего фактора) и степени предварительного размагничивания. Подобным образом (см. формулу (*)) принято оценивать изменения и других параметров, например, таких как коэрцитивная сила и магнитная энергия.

При проектировании МС из магнитотвёрдых материалов (РЗМ-Со) необходимо конструировать таким образом, чтобы рабочая точка магнитов находилась в области максимума магнитной энергии, однако на практике добиться этого бывает очень сложно. Следовательно, температурный коэффициент по индукции (T_{KB}) обратимых изменений магнитной индукции надо знать и для произвольной рабочей точки.

Для исключения необратимых изменений магнитной индукции, используют различные методы старения, включая магнитное и структурное [15]. Структурное старение можно получить, если ПМ после нагрева до температуры T_1 , превышающей его критическую точку, подвергнуть последующему холодному отжигу. Такой процесс приводит к изменению микроструктуры материала, способствуя образованию высокопрочных фаз и уменьшению дефектов кристаллической решётки. При этом важно учитывать время выдержки и скорость охлаждения, так как они оказывают значительное влияние на конечные свойства магнитов [19]. На начальном этапе нагрева происходит разупрочнение структуры, что может ухудшить механические характеристики. Однако при тщательном контроле температурных режимов и времени воздействия можно добиться оптимальных условий для процесса старения. После завершения нагрева и охлаждения материал проходит через

стадию структурной трансформации и повторному намагничиванию до насыщения.

Магнитные характеристики таких ПМ могут быть восстановлены только путем повторной термообработки [19]. Магнитное старение как важный аспект эксплуатации постоянных магнитов требует детального анализа факторов, влияющих на его проявление. Отличительной чертой данных сплавов является их высокая термостойкость, что позволяет исключить структурные изменения при температурах до 500°C. Однако в условиях воздействия переменных магнитных полей происходит износ магнитных свойств, что в свою очередь требует особого внимания при проектировании и использовании таких материалов.

Процессы магнитного старения имеют сложную природу и зависят от многообразия внешних воздействий. Механические удары, вибрации и радиация могут привести к необратимым изменениям, последствия которых подчиняются логарифмическим законам [20]. Здесь ярко проявляется явление гистерезиса, когда зависимость между магнитным полем и намагничиванием демонстрирует замедление возвращения в исходное состояние. Это явление усугубляет потерю магнитных свойств и требует качественного контроля на этапах производства и эксплуатации. Таким образом, для обеспечения долговечности и стабильности характеристик магнитов из сплавов РЗМ-Со необходимо учитывать все потенциальные воздействия.

При этом стоит помнить, что существует еще и обратимое магнитное старение. Его можно добиться, если подвергнуть намагниченные до насыщения магниты термоостариванию в течение 1–2 часов при заданной температуре, либо при частичном размагничивании [9, 15].

Данная работа имеет целью оценку температурного коэффициента по индукции у постоянных магнитов в условиях климатических испытаний.

1. Материалы и исследования

В качестве объекта исследования были выбраны кольцевые магниты размером $\varnothing 12 \times 6$ мм и высотой 3 мм, изготовленные из материалов КСГЭ37, КС37 и КС25ДЦ по технологии, рассмотренной автором в работе [19]. Для снятия обратимых изменений B и, соответственно, сохраняемости основных параметров магнитов они подвергались термоостариванию (t_{ost}) в течение 2 часов при температуре 200°C или 250°C , с последующим остыванием до комнатной температуры. Температура в печи поддерживалась постоянной, допускалось отклонение от номинального значения в пределах $\pm 1^\circ\text{C}$. Для стабилизации ПМ выбрали две температуры (200°C и 250°C) с целью выявления возможных изменений в основных параметрах и последующим определением с необходимой температурой остаривания.

Магниты из одного материала собирались на стяжку длиной 260 мм с внутренним каналом $\varnothing 5$ мм и толщиной стенки 1 мм (рис. 1). Чтобы исключить влияние собственных размагничивающих полей, магниты размещались на расстоянии 20 мм друг от друга по принципу отталкивания, для чего использовали втулки $\varnothing 12 \times 8$ мм. Влияние фактора размагничивания на поведение магнитной индукции системы приводит к формированию в исследуемом объекте доменных структур с различной ориентацией вектора намагничивания, то есть будет иметь место магнитное старение, что на данном этапе исследования хотелось бы исключить. В итоге наличие таких структур приведет к неоднородности поля и к её неоднозначному поведению в условиях изменения диапазона температур.

Для исключения эффекта подмагничивания от материала оснастки (стяжка, втулка) использовались немагнитные материалы с высокой теплопроводностью (дюралевые или латунные сплавы). С помощью зонда с датчиком Холла измерялась величина магнитной индукции на оси магнита B_{zk} .

Исходя из данных ГОСТов, интерес представляют следующие температуры: -60°C , $+20^\circ\text{C}$, $+100^\circ\text{C}$, $+120^\circ\text{C}$. Для температурных испытаний были выбраны следующие диапазоны: $+20^\circ\text{C} \div (-60^\circ\text{C})$; $+20^\circ\text{C} \div (+100^\circ\text{C})$ и $+20^\circ\text{C} \div (+120^\circ\text{C})$. Поддержание температуры в камере тепла и холода обеспечивалось в пределах $\pm 3^\circ\text{C}$. В качестве контроля была выбрана $t_0 = +20^\circ\text{C}$.

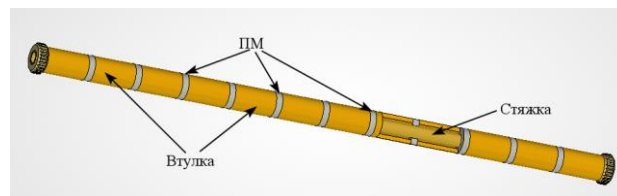


Рис. 1. Макетная сборка магнитов для проведения термоиспытаний

2. Результаты и исследования

Для исследования были отобраны 10 шт. постоянных магнитов, обладающих близкой по величине магнитной индукцией на оси кольца (B_{zk}) для каждого материала (табл. 1). Остаривание магнитов при

200°C в среднем дало снижение величины B_{zk} на 4%, 6% и 2% для постоянных магнитов из сплава КС37, КСГЭ37 и КС25ДЦ, соответственно. При остаривании в 250°C средняя величина магнитной индукции уменьшилась на 7,7%, 8,4% и 3,1% соответственно.

В результате проведения различных режимов термоиспытаний были получены графики распределения амплитудного значения магнитной индукции на оси ПМ. На рис. 2 представлен один из таких графиков для магнитов (материал ПМ КСГЭ37), подвергнутых термоиспытаниям в камере тепла и холода в диапазоне температур от $+20^\circ\text{C}$ до $+100^\circ\text{C}$. Предварительное термоостаривание осуществлялась при $t_{ost} = +200^\circ\text{C}$. Для последующего анализа все значения B_{zk} при последующих испытаниях были усреднены (B_{sr}) для каждого типа испытаний и материала (табл. 2).

Результаты измерения величины магнитной индукции на оси магнитов
для различных магнитотвердых материалов

Условный номер магнита	Значение B_{ZK} после остаривания при температуре, мТл								
	КС37			КСГЭ37			КС25ДЦ		
	20°C	200°C	250°C	20°C	200°C	250°C	20°C	200°C	250°C
1	135	130	126	118	110	108	150	148	146
2	130	125	121	118	110	108	152	150	148
3	132	128	122	123	116	114	151	148	145
4	135	129	124	118	110	108	152	148	146
5	134	128	124	116	106	104	152	148	147
6	134	130	122	116	108	106	150	147	145
7	136	130	126	116	108	107	152	150	148
8	130	125	120	122	113	112	150	148	146
9	133	128	122	118	110	110	150	147	145
10	133	127	122	120	117	108	149	147	145

В результате проведения различных режимов термоиспытаний были получены графики распределения амплитудного значения магнитной индукции на оси ПМ. На рис. 2 представлен один из таких графиков для магнитов (материал ПМ КСГЭ37), подвергнутых термоиспытаниям в камере тепла и холода в диапазоне

температур от +20°C до +100°C. Предварительное термоостаривание осуществлялась при $t_{ост} = +200^\circ\text{C}$. Для последующего анализа все значения B_{ZK} при последующих испытаниях были усреднены (B_{sr}) для каждого типа испытаний и материала (табл. 2).

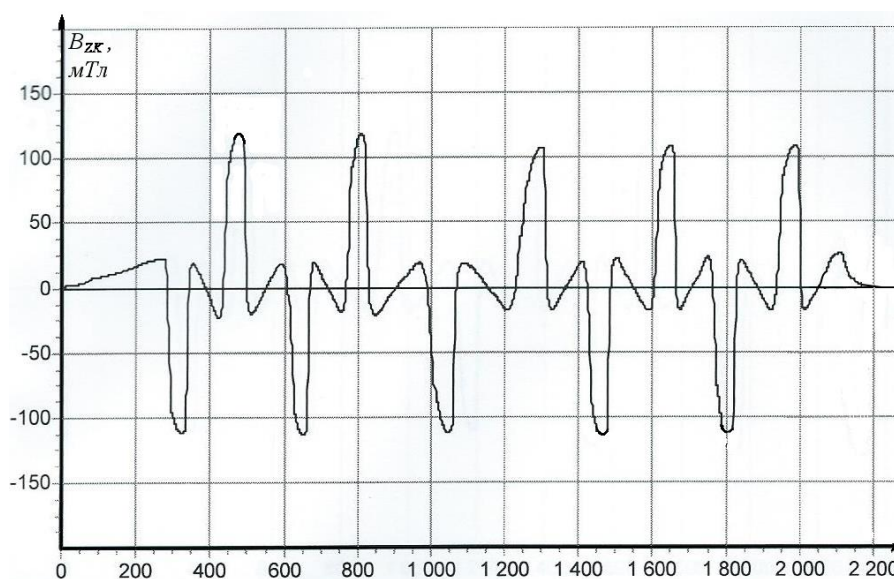


Рис. 2. График амплитудного распределения B_{ZK} на оси сборочного макета постоянного магнита из сплава КСГЭ37 при 100 °C

Результаты измерения B_{sr} магнитов при термоиспытаниях

Материал	t_{ost} , °C	Значение B_{sr} , мТл			
		-60°C	20°C	100°C	120°C
КС37	20	131.1	133.2	130.47	129.54
	200	126.28	128.0	125.3	124.29
	250	120.86	12.,9	119.87	118.88
КСГЭ37	20	115.48	118.5	116,87	114,51
	200	107.2	110.8	108,88	105.95
	250	104.95	108.5	106.41	105.24
КС25ДЦ	20	154.3	150.8	148,6	148.74
	200	151.29	148.1	146.33	146.04
	250	149.3	146.1	144.9	144.27

Среднее значение магнитной индукции на оси ПМ отображает топологию магнитного поля системы и может служить характеристикой однородности, если разброс не превышает $\pm 5\%$. После испытаний на холод/тепло B_{zk} вернулись в исходное состояние. Это лишний раз доказывает, что магнитное старение, возникающее при холоде/тепле, является обратимым.

Динамика изменения температурного коэффициента магнитной индукции T_{KB} , рассчитанного по формуле (*) у разных материалов имеет схожую тенденцию (рис. 3). Абсолютные значения температурных коэффициентов хорошо согласуются с данными других авторов и не превышают величину $0.045\%/^{\circ}\text{C}$ [8, 13, 15, 18, 21]. Температурный коэффициент магнитной индукции T_{KB} может быть положительным или отрицательным и зависит от свойств материала. Например, для ферромагнитных материалов T_{KB} обычно отрицательный, что означает, что с увеличением температуры магнитная индукция уменьшается. Для парамагнетиков и диамагнетиков T_{KB} может быть близким к нулю или даже положительным. Знание температурного коэффициента магнитной индукции важно для правильного выбора материалов при проектировании магнитных систем, так как различные материалы могут иметь разные характеристики изменения своих магнитных свойств в зависимости от температуры.

В случае, когда магниты находились в техническом насыщении (рис. 3, а), то с повышением температуры растёт и температурный коэффициент, что ведет к нестабильности магнитов и, как следствие, изделий, собранных из них. В случае предварительной термостабилизации магнитов при температуре $t_{ost} = 200^{\circ}\text{C}$, температурный коэффициент повышается (рис. 3, б) для КС37 в среднем в 1,5 раза, для КСГЭ37 – 0,75, для КС25ДЦ – 0,52 раза по сравнению с ПМ, находящимися в техническом насыщении. При изменении термостабилизации ПМ на более высокую $t_{ost} = 250^{\circ}\text{C}$, T_{KB} уменьшается (рис. 3, в). Однако, если выбирать температуру остаривания магнитов, то автор считает, что предпочтение лучше отдать $t_{ost} = 250^{\circ}\text{C}$, т. к. в этом случае T_{KB} будет уменьшаться с ростом температуры испытаний (рис. 3, в). Следовательно, можно говорить о том, что система, собранная на основе термостабилизированных магнитов, имеет наименьшее значение T_{KB} и является более надёжной в условиях резкого перепада температур.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при увеличении температуры испытаний (со 100°C до 120°C и выше) будет изменяться и T_{KB} , т. к. для РЗМ с кобальтом температурный коэффициент всегда отрицательный, и, следовательно, при нагревании намагниченность и коэрцитивная сила будут

уменьшаться. Уменьшение основных магнитных параметров постоянных магнитов приведет к появлению необратимых изменений, которые, как считает автор, будут связаны со структурными изменениями, например, с образованием доменов с неоднородной аксиальной намагниченностью.

Выводы

При проектировании магнитов или МС необходимо иметь запас по индукции поля на оси, для обеспечения работоспособности, в пределах 5–10%. Можно предположить, что чем выше температура испытаний (эксплуатации), тем больший запас по индукции необходим. Также не целесообразно использовать магниты в насыщение, по причине присутствия обратимых изменений, которые завышают значения T_{KB} и искажают истинную природу топологии магнитного поля магнита или системы.

Кроме того, на наш взгляд, температура остаривания зависит от эксплуатационных характеристик изделия. А именно, для систем, у которых рабочая температура (температура эксплуатации) лежит в пределах 60–120°C, минимальная температура остаривания составляет примерно 200°C, а при рабочей температуре более 120°C – 250°C.

Изучение температурного коэффициента магнитной индукции позволяет исследователям и инженерам более точно прогнозировать поведение материалов в различных условиях эксплуатации. Например, в высокочастотной электронике и радиотехнике, где температура может значительно колебаться, правильный расчет T_{KB} является критически важным для обеспечения стабильности и надежности работы устройств. Высокие температуры могут приводить к деградации магнитных свойств, что негативно сказывается на эффективности и долговечности основанных на магнитных принципах технологий.

Кроме того, T_{KB} является ключевым параметром при разработке новых сплавов и композитов с уникальными магнитными свойствами. Понимание того, как температура влияет на индукцию, позволяет создать материалы, способные работать в экстремальных условиях, таких как высокие температуры или сильные магнитные поля.

Это открывает новые возможности, например, в области магнитной записи данных, где требуется высокая стабильность и скорость.

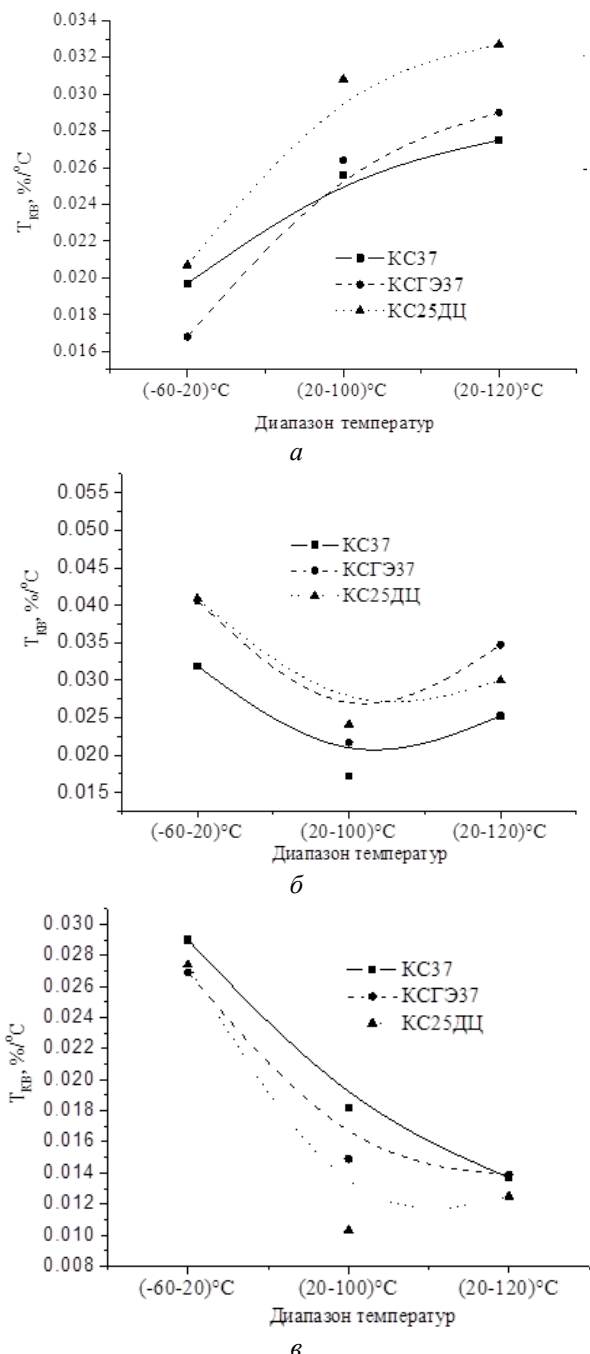


Рис. 3. Динамика изменения T_{KB} при климатических испытаниях у ПМ: а – находящихся в техническом насыщении; б – прошедших предварительное остаривание при $t_{ost} = 200^\circ\text{C}$; в – прошедших предварительное остаривание при $t_{ost} = 250^\circ\text{C}$

Таким образом, температурный коэффициент магнитной индукции не только помогает понять свойства магнитных материалов, но и служит одним из основных ориентиров при проведении инновационных разработок, способных расширить границы

современных технологий. В связи со сказанным необходимо учитывать важность значения показателя и активно исследовать T_{KB} при решении задач прогнозирования (улучшения) качества и эффективности будущих устройств.

Библиографический список

1. Бушуев Н. А., Апин М. П., Кудряшов В. П., Архипов Д. А. Широкополосная вакуумная СВЧ электроника ОАО «НПП «Алмаз» // Электронные приборы и устройства СВЧ : материалы науч.-техн. конф. Саратов, 5–7 сентября 2012 г. Саратов : Издательство Саратовского университета, 2012. С. 3–7.
2. Геча В. Я., Захаренко А. Б., Мешихин И. А., Пинскер В. А. Комплексная математическая модель новой конструкции высокооборотного электрогенератора // Вопросы электромеханики. 2011. Т. 122. № 3. С. 3–10.
3. Черкасова О. А., Кивокурцев А. Ю. Исследование поперечной составляющей магнитной индукции для обеспечения надежности магнитных фокусирующих систем // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2017. Вып. 23. С. 29–33.
4. Сергеев К. Л., Лукин А. А., Акимов П. И., Козырев Д. В. Методы снижения уровня радиальной составляющей магнитной индукции на оси рабочих каналов магнитных фокусирующих систем электровакуумных приборов // Прикладная физика. 2010. №3. С. 79–83.
5. Преображенский А. А., Кавалерова Л. А. Стабильность постоянных магнитов // Энциклопедия измерений, контроля и автоматизации. 1970. Вып. 14. С. 5–8.
6. Черкасова О. А. Экспериментальное и аналитическое исследование магнитной индукции на поверхности дисковых магнитов из Sm-Co сплава // Информационные технологии и математическое моделирование в образовании и научных исследованиях : сб. науч. ст. Саратов : Саратов : СРОО Центр «Просвещение». 2016. С. 150–153.
7. Черкасова О. А. Исследование магнитного поля постоянного магнита с помощью компьютерного моделирования // Гетеромагнитная микроэлектроника. 2014. Вып. 17. С. 112–120.
8. Чередниченко И. В., Айдуллов Р. Н., Бурканов М. В., Валеев Р. А., Шубаков В. С., Жуков Д. Г. Исследование влияния длительности термической обработки на температурную стабильность сплава для постоянных магнитов ЮНДК35Т5А // Новости материаловедения. Наука и техника. 2017. № 3–4 (27). С. 20–30.
9. Черкасова О. А., Черкасова С. А. Влияние размагничивающего эффекта на устойчивость магнитной индукции системы при климатических испытаниях // Вестник науки и образования. 2016. № 10 (22). С. 5–7.
10. Мин П. Г., Вадеев В. Е., Пискорский В. П., Крамер В. В. Разработка технологии выплавки сплавов системы РЗМ-Fe-Co-B с высокой частотой примесей для термостабильных магнитов // Труды ВИАМ, 2016. №1. С. 3–9. <https://doi.org/10.18577/2307-6046-2016-0-1-3-9>
11. Каблов Е. Н., Оспенникова О. Г., Резчикова И. И., Королев Д. В., Чередниченко И. В., Сульянова Е. А. Связь остаточной индукции и температурной стабильности спеченных магнитов Nd-Dy-Fe-Co-B // Металлы. 2015. № 6. С. 55–56.
12. Каблов Е. Н., Петраков А. Ф., Пискорский В. П., Валеев Р. А., Назарова Н. В. Влияние диспрозия и кобальта на температурную зависимость намагниченности и фазовый состав материала системы Nd-Dy-Fe-Co-B // Металловедение и термическая обработка металлов. 2007. № 4. С. 3–10.
13. Cherkasova O. A. Research of behavior of the temperature coefficient on the induction at permanent magnets at climatic tests // Scientific research of the SCO countries: synergy and integration : Proceedings of the International Conference, Beijing, 27 января 2021 года. Vol. Part 1. – Beijing: Scientific publishing house Infinity, 2021. P. 193–200. <https://doi.org/10.34660/INF.2021.18.37.031>
14. Тейлор К., Дарби М. Физика редкоземельных соединений / пер. с англ. Б. В. Шульгина; под ред. С. В. Вонсовского. М. : Мир, 1974. 374 с.
15. Киффер И. И. Испытания ферромагнитных материалов. М. : Энергия, 1969. 360 с.
16. ГОСТ 15150-69. Машины, приборы и другие технические изделия. Исполнения для различных климатических районов. Категории, условия эксплуатации, хранения и транспортирования в части воздействия климатических факторов внешней среды. М. : Стандартиформ, 2010. С. 14–15.
17. ГОСТ 16962-71. Изделия электронной техники и электротехники. Механические и климатические воздействия. Требования и методы испытаний. М. : ГКС, 1987. С. 5–7.
18. Постоянные магниты: Справочник. Под ред. Ю.М. Пятина. М. : Энергия. 1971. 486 с.
19. Черкасова О. А. Влияние режимов спекания на магнитные характеристики магнитов из сплава KC37 // Гетеромагнитная микроэлектроника, 2013. Вып. 15. С. 104–109.

20. *Ribeiro M., Martins L., Ortner M.* Demagnetization Analysis of Mechanical Manipulation on Permanent Magnets // UKSim-AMSS 20th International Conference on Computer Modelling and Simulation, Cambridge, UK, 2018. P. 169–174. <https://doi.org/10.1109/UKSim.2018.00041>

21. *Piskorskii V.P., Burkhanov G.S., Ospennikova O.G., Valeev R. A., Tereshina I. S., Davydova E. A.* Calculation of the temperature induction coefficient of nanostructured hard magnetic Pr-Dy-Gd-Fe-Co-B materials using the molecular-field approximation // Russian Metallurgy (Metally). 2010. P. 53–56. <https://doi.org/10.1134/S0036029510010106>

THE BEHAVIOR OF THE TEMPERATURE COEFFICIENT ON PERMANENT MAGNETS INDUCTION AT CLIMATIC TESTS

O. A. Cherkasova

Abstract. The removal is of reversible changes due to the temperature stabilization of magnets shown. It is established that for thermally stabilized magnets of magnetically hard alloys, the temperature coefficient by induction (T_{KB}) decreases within $(0.04 \div 0.01)\% / ^\circ C$.

Key words: permanent magnet, temperature coefficient of an induction, tests for heat and cold

Сведения об авторе

Черкасова Ольга Алексеевна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: cherkasovaoa@yandex.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВЫВОДА ФОРМУЛЫ КУБО-ГРИНВУДА ДЛЯ ОПИСАНИЯ КВАНТОВОГО ОТКЛИКА НАНОСТРУКТУР НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНУЮ ВОЛНУ. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ

О. Е. Глухова

Аннотация. В классическом и квантовом вариантах рассматривается отклик проводимости наноструктур на действие электромагнитного излучения оптического диапазона. Продемонстрированы этапы теоретического вывода квантовой формулы типа Кубо-Гринвуда, связывающей статистические характеристики регистрируемого линейного отклика квантово-механической системы (в виде средней плотности тока) на оптическое излучение. В качестве примеров проведен расчет квантового отклика борофена, графена и квази 2D-пленок из одностенных углеродных нанотрубок на воздействие оптического излучения.

Ключевые слова: формула Кубо-Гринвуда, графен, борофен, нанотрубные пленки

Введение

Действие электромагнитного излучения на наноструктуры различных типов (металлы, полупроводники, диэлектрики) так или иначе приводит к изменению их электронных свойств. Особый интерес представляет оценка влияния излучения на *проводящие* свойства материалов. При теоретическом изучении вопроса иногда используют термин «отклик» и говорят об отклике проводимости на воздействие падающей на структуру электромагнитной волны. Как правило, аналитическое описание физических процессов связано с введением соответствующих физико-математических моделей, в которые закладываются определенные предположения. Фундаментальные предположения связаны с выбором общего подхода к задаче – в контексте физики классической или физики квантовой, которые существенно различаются в идейном и математическом планах. Если в рамках классической физики анализируются исключительно детерминированные модели с привлечением в случае необходимости аппарата флуктуационных процессов, то квантово-механические модели основаны на сугубо вероятностном подходе. Но в том и другом случае, решается задача о связи (по-разному понимаемых и определяемых) статистических характеристик воздействующего процесса и отклика. При

этом учитывается и специфика объектов исследования.

В данной работе в классическом и квантовом вариантах рассматривается отклик проводимости наноструктур на действие электромагнитного излучения оптического диапазона. В квантовом варианте устанавливаемая линейная связь между средним значением проводимости и вероятностными характеристиками падающей волны в литературе носит названия формул Кубо-Гринвуда.

1. Классический подход

Основное модельное предположение для наномасштабов. Аналитическое рассмотрение взаимодействия оптического излучения с электронами металла с целью установления распределения в нем электрического поля и тока оценивается в общем случае как сложная самосогласованная кинетическая задача [1, с. 351]. Частные случаи, рассматриваемые в теории, содержат предположения о характеристиках как излучения, так и структуры. В классической теории световое излучение рассматривается как поперечная (электромагнитная) волна, амплитуда электрической компоненты которой уменьшается по мере проникновения в материал (рис. 1), а в отношении твердого тела делаются предположения о внешней

геометрии его поверхности, от которой отражается волна (например, полубесконечная плоскость), и (в случае полупроводниковых структур) о характере его зонной структуры.

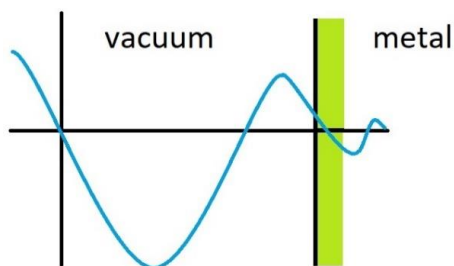


Рис.1. Картина пространственного распределения амплитуды напряженности электрического поля \mathbf{E} в некоторый момент времени при отражении волны от поверхности металла

В комплексной форме (в экспоненциальном формате) характер пространственно-временного изменения электрической компоненты $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ плоской монохроматической световой волны при ее распространении в линейной среде в общем случае зависит от волнового вектора \mathbf{q} и угловой частоты ω :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\omega) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\omega t), \quad (1)$$

где $\mathbf{E}_0(\omega)$ – амплитуда гармонической волны, \mathbf{r} – радиус-вектор точки пространства (модуль вектора обозначим через $r = |\mathbf{r}|$), t – время, i – мнимая единица. Соответственно от \mathbf{q} и ω зависит и обусловленная полем проводимость σ . Однако принимают, что в ультрафиолетовом, оптическом и инфракрасном диапазонах для проводимости металлической структуры существенна только зависимость от частоты излучения, поскольку в масштабах кристаллической решетки поле можно считать мало изменяющимся на расстояниях порядка длины свободного пробега электрона в структуре (до столкновения с узлом решетки).

Математически это подтверждается сравнением абсолютных значений показателей экспоненты $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$ и ωt в (1). За единицу длины выберем 1 ангстрем, и эту

же величину примем для рассматриваемого расстояния: $r = 1 \text{ \AA}$, поскольку межатомные расстояния оцениваются в 1–2 \AA . Скорость распространения электромагнитной волны отождествим со скоростью света, выраженную в ангстремах в секундах: $c = 3 \cdot 10^{18} \text{ \AA/s}$. Замечая, что модуль волнового вектора вычисляется как

$$q = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c},$$

где ν – частота излучения, получим для света с частотой $\nu = 530 \text{ ТГц} = 0.5 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ (зеленый цвет) следующие (максимальные) оценки для q и $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$:

$$q = \frac{2\pi(0.5 \cdot 10^{15})}{3 \cdot 10^{18}} = \frac{\pi}{3} \cdot 10^{-3} \approx 10^{-3} (1/\text{\AA});$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} \approx 10^{-3}.$$

В то же время для выбранной частоты излучения при значении времени в одну фемтосекунду ($t = 10^{-15} \text{ с} = 1 \text{ фс}$)

$$\omega t = 2\pi(0.5 \cdot 10^{15}) \cdot 10^{-15} = \pi \approx 3.$$

Таким образом, в видимом (оптическом) волновом диапазоне в масштабах атомной решетки кристалла $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} \ll \omega t$. Аналогичный результат справедлив и для диапазона $0.75 \cdot 10^{15} \div 30 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ (ультрафиолетовое излучение):

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} \approx 1.25 \cdot 10^{-3} \div 63 \cdot 10^{-3}; \quad \omega t \approx 4.5 \div 188.$$

В связи с выполнением неравенства $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} \ll \omega t$ полагают, что в кристаллических решетках в оптическом диапазоне проводимость σ зависит только от частоты, но не от волнового вектора [1, с. 351], а плотность тока в некоторой точке выражается через проводимость как

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (2)$$

Задание. Проведите расчет соотношения между $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$ и ωt для инфракрасного диапазона (300 ТГц – 750 ТГц).

Скин-слой в металлах. Под скин-эффектом понимают физическое явление, заключающееся в преимущественном возникновении электрического тока при

наложении переменного поля в тонких слоях вблизи поверхности проводящей структуры. Физическая трактовка этого явления как в рамках классического, так и квантового подходов основана на приближениях, приводящих к результатам, согласующимся с опытными данными.

Отклик металла на гармоническое световое воздействие определяется проводимостью, зависящей от частоты. Решение для поля, распространяющегося в среде, ищется из системы уравнений Максвелла. Введем векторный \mathbf{A} и скалярный Φ потенциалы в соответствии с их определениями (в системе SI):

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad (3)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\text{grad } \Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{B} – вектор магнитной индукции, \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля. Согласно определениям (3, 4), произведем замены величин в уравнениях Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (5)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} - \text{grad } \Phi + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (6)$$

(\mathbf{D} – вектор электрической индукции, \mathbf{j} – плотность тока). Для поперечной волны накопления заряда не происходит ($\text{div } \mathbf{E} = 0$). Получим для (5) и (6):

$$\text{rot} \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0, \quad (7)$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\text{grad } \Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right). \quad (8)$$

Здесь учтено, что связь между индукцией и напряженностью магнитного поля в проводящей немагнитной среде дается соотношением: $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, где μ_0 – магнитная постоянная. Аналогичное соотношение существует между индукцией и напряженностью электрического поля: $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$, где ε_0 – электрическая постоянная. В то же время скорость света $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

Дальнейшие преобразования (8) приводят к следующему уравнению для векторного потенциала \mathbf{A} :

$$\Delta \mathbf{A} - \text{grad} \left(\text{div } \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{j},$$

что с учетом калибровки Лоренца, связывающей скалярный и векторный потенциалы,

$$\text{div } \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0,$$

дает волновое уравнение для векторного потенциала:

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{j}. \quad (9)$$

Замечая, что в нашем случае

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (10)$$

при переходе к комплексному представлению вектора напряженности электрического поля (1) посредством интегрирования по времени соотношения (10) получим комплексное представление для векторного потенциала:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\omega, t) &= -\int \mathbf{E}(\omega, t) dt = \\ &= -\int \mathbf{E}_0(\omega) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) dt = \\ &= \frac{1}{i\omega} \mathbf{E}_0(\omega) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) = \frac{1}{i\omega} \mathbf{E}(\omega, t). \end{aligned} \quad (11)$$

Заменим теперь вектор \mathbf{A} в формуле (9) представлением (11) с учетом выражения для плотности тока (2), считая для плоской металлической поверхности вектора \mathbf{q} и \mathbf{r} совпадающими по направлению. В ходе преобразований получим:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= -i\omega \mu_0 \sigma \mathbf{E}, \\ -q^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} &= -\frac{i\omega^2 \sigma}{c^2 \varepsilon_0} \mathbf{E} \end{aligned} \quad (12)$$

(вычисление лапласиана сводится к вычислению второй производной по направлению \mathbf{r}). Из уравнения (12) следует характеристическое уравнение для модуля волнового вектора q :

$$-q^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = -\frac{i\omega^2\sigma}{c^2\varepsilon_0} \quad (13)$$

Наличие мнимой единицы в правой части уравнения (13) говорит о том, что его решение возможно только в предположении комплексного характера модуля волнового вектора, ибо, с одной стороны, частота отражающегося света является действительным числом, а с другой стороны, комплексность величины q отражает тот физический факт, что реальная среда с потерями не может пропускать свет без его ослабления (экспоненциальное затухание).

Разрешив уравнение (13) относительно q , получим:

$$q^2 = \frac{\omega}{c} \left(1 + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0} \right); \quad q = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0}}. \quad (14)$$

Величину $\left(1 + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0} \right)$ называют

комплексной диэлектрической проницаемостью. В данном случае при падении электромагнитной волны на металлическую поверхность она описывает отклик колебания поперечного электрического поля. Квадратный корень из комплексной диэлектрической

проницаемости $\sqrt{1 + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0}}$ трактуется как *комплексный показатель преломления*.

В металлах падающая на поверхность электромагнитная волна затухает на расстоянии порядка обратной величины $\text{Re}(q)$, вещественной части q . Это расстояние называют *классической глубиной скин-слоя*:

$$\delta = \frac{1}{\text{Re}q} = \frac{c/\omega}{\text{Re}\left(\sqrt{1 + i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}}\right)}. \quad (15)$$

При комнатной температуре в обычных металлах длина свободного пробега электронов мала по сравнению с классической глубиной скин-слоя. Это является дополнительным подтверждением правомерности предположения о малости

изменения поля на свободной длине пробега электрона.

Напомним, что извлечение квадратного корня из комплексного числа проводится по правилу:

$$\begin{aligned} \sqrt{a+ib} &= \\ &= \pm \left(\frac{|a+ib|+a}{2} + i \text{sgn}(b) \frac{|a+ib|-a}{2} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$|a+ib| = \sqrt{a^2+b^2}, \quad \text{sgn}(b) = \begin{cases} 1, & b > 0, \\ -1, & b < 0. \end{cases}$$

Задание. Показать, что $\sqrt{3+4i} = \pm(2+i)$.

Скин-слой в графите. Рассчитаем параметры скин-слоя для графита (графена), обладающего уникальными проводящими свойствами. Отклик графита на падающую электромагнитную волну заключается в проводимости его поверхности. Проводимость одного слоя графена в оптическом диапазоне составляет

$$G = \frac{e^2}{4\hbar} = 6.08 \cdot 10^{-5} \text{ S} \quad [2]. \quad \text{Удельная}$$

проводимость определяется как $\sigma_0 = G/c_0$, где c_0 – толщина графенового слоя, оцениваемая в 3.35 \AA [3]. Согласно данным [3] поверхностная проводимость σ легко пересчитывается с учетом числа слоёв для значения $\sigma_0 = 0.18 \mu\text{S/m}$. Проводимость между слоями, обусловленная перекрытием π -электронов – отдельный вопрос, обсуждаемый в [3].

Вычислим классическую глубину скин-слоя δ для графита по формуле (15).

Шаг 1. Для излучения с частотой $\omega = 2\pi(0.5 \cdot 10^{15}) \text{ Гц}$ (зеленый свет) и $\sigma = \sigma_0$ (один слой) значение мнимой составляющей комплексной диэлектрической проницаемости задается величиной:

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = 7.22.$$

Шаг 2. Корень квадратный из значения диэлектрической проницаемости согласно

(16) имеет следующее комплексное значение:

$$\sqrt{1 + \frac{i\sigma}{\omega\epsilon_0}} = \sqrt{1 + 7.22i} = 4.15 + 3.15i.$$

Шаг 3. Скин-слой имеет глубину

$$\delta = \frac{3 \cdot 10^{18}}{2 \cdot 3.14 \cdot 0.5 \cdot 10^{15}} = 230 \text{ (Å)}. \quad (17)$$

На глубине (17), таким образом, «укладывается» 68 слоев графена с проводимостью $\sigma = \sigma_0 / 68 = 0.002 \text{ } \mu\text{S/m}$.

Результаты расчета позволяют сделать следующие выводы:

1. В графите только первые 68 слоёв участвуют в поверхностной проводимости, остальные слои не вносят вклада в проводимость.

2. На примере графита видно, что величина $\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} \gg 1$, что дает право при

вычислении $\sqrt{1 + \frac{i\sigma}{\omega\epsilon_0}}$ пренебречь первым слагаемым под корнем.

3. Графит обладает слоистой структурой и очень малой проводимостью между слоями, что не дает информации о том, насколько глубина скин-слоя больше длины свободного пробега. Для подобной оценки необходимо рассмотреть именно металлы.

4. В обычных металлах при комнатной температуре длина свободного пробега λ электронов мала по сравнению с классической глубиной скин-слоя, на которой затухает электромагнитная волна. Поэтому в большинстве случаев предположение о малом изменении поля на средней длине свободного пробега электрона приемлемо для самосогласованного решения.

5. При низких температурах возможно, что длина свободного пробега окажется больше толщины. Тогда поле ограничивается очень тонким слоем вблизи поверхности и, следовательно, лишь те электроны, которые движутся почти параллельно поверхности, дадут основной вклад в проводимость. Это приведет к изменению распределения поля вблизи

поверхности; такое явление называется аномальным скин-эффектом.

6. На примере графита видно, что для тонких плёнок толщиной 1 – 10 нм поле при прохождении такого слоя существенно не меняется. Отсюда следует еще один важный вывод:

7. В отсутствие *аномального скин-эффекта* задача об оптических свойствах делится четко на две части [1, с. 354]:

– Для данной частотной зависимости проводимости можно сшить волны, распространяющиеся в пространстве вне материала, с волнами, затухающими в материале. Мы получим точное выражение для *коэффициента отражения через комплексную проводимость*. Подобным же образом можно вычислить и *коэффициент прохождения через тонкую металлическую пленку*. Измерение этих двух величин позволяет нам определить как действительную, так и мнимую части проводимости. Эта сторона задачи представляет собой часть классической теории оптических свойств (расчеты приведены в работе [4]).

– Вторая часть задачи состоит в определении *комплексной проводимости*, исходя из свойств реальных материалов. Этот вопрос входит в сферу физики твердого тела. Этот аспект затрагивает дальнейший материал.

В общем случае поглощенная световая энергия выделяется в проводнике в виде джоулева тепла, величина которого зависит только от компоненты тока, находящейся в фазе с электрическим полем \mathbf{E} , и поэтому определяется лишь действительной частью проводимости. Объёмная плотность w выделяемого тепла при известной локальной проводимости σ определяется как

$$w = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}.$$

Для модели *газа свободных электронов*, согласно теории Друде, действительная часть σ равна:

$$\text{Re}(\sigma(q=0, \omega)) = \frac{\sigma}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (18)$$

где τ – время релаксации (время свободного пробега электрона до столкновения с атомом). Эта формула дает

хорошее согласие с экспериментом для простых металлов и только для длинноволнового диапазона (до ТГц), в котором и происходит в основном оптическое поглощение.

2. Квантовое описание отклика

Квантовый подход позволяет описать отклик на падающую волну ультрафиолетового, видимого и инфракрасного диапазона со стороны диэлектрических, полупроводниковых и металлических кристаллических структур. Математическим аппаратом решения задачи об отклике квантовомеханической системы на периодическое электромагнитное воздействие является метод матрицы плотности (статистического оператора).

Оператор плотности тока и среднее значение плотности тока. Плотность тока, усредненная по пространству, согласно теории динамики электронов в кристаллах, определяется выражением [1]:

$$\mathbf{j} = \frac{-e\mathbf{v}}{\Omega}, \quad (19)$$

где $-e$ – заряд электрона, \mathbf{v} – его скорость, Ω – нормировочный объем кристалла. Соотнося со скоростью оператор $\hat{\mathbf{v}}$, а с импульсом электрона оператор $\hat{\mathbf{P}}$, запишем выражение для оператора плотности тока:

$$\hat{\mathbf{j}} = \frac{-e\hat{\mathbf{v}}}{\Omega} = -\frac{\hat{\mathbf{P}}}{m} \frac{e}{\Omega}. \quad (20)$$

Представив оператор импульса в виде

$$\hat{\mathbf{P}} = -i\hbar\nabla, \quad (21)$$

получим следующее выражение для оператора плотности тока:

$$\hat{\mathbf{j}} = \frac{i\hbar e}{m\Omega} \nabla = -\frac{\hbar e}{\Omega im} \nabla. \quad (22)$$

Согласно основам квантовой механики, среднее значение наблюдаемой физической величины, которой отвечает оператор $\hat{\mathbf{O}}$ с матричными компонентами $O_{k'k}$, записывается с использованием

матрицы плотности $\hat{\rho}$ с матричными элементами $\rho_{k'k}$ в следующем виде (суммирование – по всем волновым векторам k', k обратного пространства):

$$\langle \mathbf{O} \rangle = \text{Sp}(\hat{\rho}\hat{\mathbf{O}}) = \sum_{k',k} \rho_{k'k} O_{kk'}.$$

В частности, среднее значение плотности тока дается выражением:

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \text{Sp}(\hat{\rho}\hat{\mathbf{j}}) = \sum_{k',k} \rho_{k'k} j_{kk'}, \quad (23)$$

где матричные элементы оператора плотности тока $\hat{\mathbf{j}}$ в обозначениях Дирака записываются в виде:

$$\begin{aligned} j_{kk'} &= \int \Psi_k \left(-\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right) \Psi_{k'} d^3\mathbf{r} = \\ &= \left\langle \Psi_k \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \Psi_{k'} \right\rangle. \end{aligned} \quad (24)$$

Линейный отклик системы на внешнее возмущение. Для отыскания матричных элементов оператора плотности тока, описываемых формулой (24), рассмотрим предварительно эволюцию статистического оператора матрицы плотности состояний (оператора плотности, статистического оператора) в рамках линейного отклика системы на внешнее возмущение.

Матрица плотности чистого состояния (в каждый момент возможно пребывание квантовомеханической системы только в одном состоянии) и матрица плотности смешанного состояния (вероятностная возможность пребывания в нескольких состояниях) состояния удовлетворяют уравнению эволюции Лиувилля – фон Неймана (в представлении Шрёдингера) [5]:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}^{(S)}(t)}{\partial t} = [\hat{\mathbf{H}}^{(S)}(t), \hat{\rho}^{(S)}(t)] \quad (25)$$

с начальными условиями

$$\hat{\rho}^{(S)}(t = t_0) = \hat{\rho}_0^{(S)}.$$

Квадратные скобки в (25) обозначают коммутатор операторов гамильтониана и матрицы плотности:

$$[\hat{\mathbf{H}}^{(S)}(t), \hat{\rho}^{(S)}(t)] = \hat{\mathbf{H}}^{(S)}(t) \hat{\rho}^{(S)}(t) - \hat{\rho}^{(S)}(t) \hat{\mathbf{H}}^{(S)}(t).$$

Начальные условия требуют, чтобы система в далеком прошлом находилась в равновесии. В этот давно прошедший момент можно вычислить одноэлектронные собственные функции (состояния) $\psi_n(\mathbf{r}, \infty)$. Вероятность заполнения некоторого состояния задается тогда функцией распределения Ферми $f_0(n)$. При этом в «далеком прошлом» матрица плотности была диагональной. Нарушающее равновесие возмущение (электрическое поле \mathbf{E} или др.) включается медленно (адиабатически):

$$V(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}) \exp(\alpha t),$$

где α полагается малой величиной, а свойства системы вычисляются в момент $t = 0$. Такое адиабатическое включение потенциала исключает все переходные эффекты и делает задачу хорошо определенной [1, с. 328].

Для определения линейного отклика следует провести линеаризацию уравнения Лиувилля (24). Для этого запишем гамильтониан и матрицу плотности в виде суммы двух членов – нулевого порядка (с дополнительным индексом 0) и первого порядка (с дополнительным индексом 1). Возмущение гамильтониана содержит приложенный потенциал, а возмущение плотности – линейный отклик. Получим (опуская метку (S) в обозначении операторов-матриц):

$$\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{H}}_1, \quad \hat{\rho} = \hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_1. \quad (26)$$

Подставляя в (25) выражения для гамильтониана и матрицы плотности (26) и разделяя величины по порядкам, получаем два уравнения – нулевого и первого порядков:

$$i\hbar \frac{\partial(\hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_1)}{\partial t} = [\hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{H}}_1, \hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_1]; \quad (27)$$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}_0}{\partial t} = [\hat{\mathbf{H}}_0, \hat{\rho}_0] = \hat{\mathbf{H}}_0 \hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_0 \hat{\mathbf{H}}_0; \quad (28)$$

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}_1}{\partial t} = [\hat{\mathbf{H}}_1, \hat{\rho}_0] + [\hat{\mathbf{H}}_0, \hat{\rho}_1] = \\ = \hat{\mathbf{H}}_1 \hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_0 \hat{\mathbf{H}}_1 + \hat{\mathbf{H}}_0 \hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_1 \hat{\mathbf{H}}_0 \quad (29)$$

Каждый из членов в правой части уравнений (27) – (29) обозначает матричное умножение, уравнения являются операторными.

Рассмотрим матричный элемент операторного уравнения, приняв начальные условия в виде:

$$\rho_{0,mm} = f_0(\varepsilon_n) \delta_{nm}, \quad H_{0,mm} = (\varepsilon_n) \delta_{nm},$$

где n и m – некоторые состояния системы с соответствующими энергиям ε_n и (с волновыми функциями ψ_n и ψ_m).

Проведем вывод формулы для матричного элемента $\rho_{1,mm}$ на примере графена в π -приближении. Зонная структура графена показана на рис. 1. В плоскости (k_x, k_y) отложены значения компонент волнового вектора (волновые числа) электронной волны (в обратных микрометрах). Аппликата представляет значения энергии электронной волны с шагом (скачком энергии) $\gamma_0 = 2.8$ эВ между соседними π -орбиталями.

Рассмотрим точку Γ ($k=0$) зонной структуры в первой зоне Бриллюэна. Соответствующие операторы-матрицы имеют второй порядок:

$$\hat{\mathbf{H}}_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{\rho}_0 = \begin{bmatrix} f_0(\varepsilon_1) & 0 \\ 0 & f_0(\varepsilon_2) \end{bmatrix}; \quad (30)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_1 = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{\rho}_1 = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

В соотношениях (30), (31) дополнительный индекс «1» как идентификатор возмущенного состояния не указывается.

\mathbf{E}, γ_0

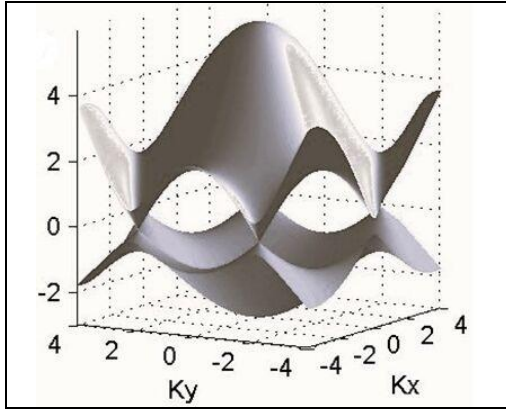


Рис. 1. Зонная структура графена в π -приближении

Используя (30) и (31), последовательно вычислим произведения матриц в операторном уравнении (289):

$$\hat{H}_1 \hat{\rho}_0 = \begin{bmatrix} H_{11} f_0(\varepsilon_1) & H_{12} f_0(\varepsilon_2) \\ H_{21} f_0(\varepsilon_1) & H_{22} f_0(\varepsilon_2) \end{bmatrix}; \quad (32)$$

$$\hat{\rho}_0 \hat{H}_1 = \begin{bmatrix} H_{11} f_0(\varepsilon_1) & H_{12} f_0(\varepsilon_1) \\ H_{21} f_0(\varepsilon_2) & H_{22} f_0(\varepsilon_2) \end{bmatrix}; \quad (33)$$

$$\hat{H}_0 \hat{\rho}_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \rho_{11} & \varepsilon_1 \rho_{12} \\ \varepsilon_2 \rho_{21} & \varepsilon_1 \rho_{22} \end{bmatrix}; \quad (34)$$

$$\hat{\rho}_1 \hat{H}_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \rho_{11} & \varepsilon_1 \rho_{12} \\ \varepsilon_1 \rho_{21} & \varepsilon_2 \rho_{22} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

На основе полученных представлений можно выразить все элементы матриц в правой части уравнения (28) и записать уравнения для нахождения компонентов матрицы $\hat{\rho}_1$. Для элемента матрицы с индексами ($m=1,2$; $n=1,2$) имеет место следующее представление для уравнения (29):

$$i\hbar \frac{\partial \rho_{1,mn}}{\partial t} = (f_0(\varepsilon_n) - f_0(\varepsilon_m)) \cdot H_{1,mn} + (\varepsilon_m - \varepsilon_n) \rho_{1,mn}. \quad (36)$$

Задание. Пользуясь формулами (32) – (35), запишите элемент (1,2) матрицы

$$(\hat{H}_1 \hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_0 \hat{H}_1 + \hat{H}_0 \hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_1 \hat{H}_0)_{1,2},$$

непосредственно выполняя сложение матриц (32–35).

Чтобы решить уравнение (36) относительно компонент матрицы плотности, необходимо задать вид оператора возмущения \hat{H}_1 . С учетом «адиабатического» приближения для оператора возмущения в форме $\hat{H}_1 = V \exp(i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \alpha t)$ и того факта, что оператор возмущения и матрица плотности имеют одну и ту же зависимость от времени, уравнение (35) можно переписать в виде:

$$i\hbar(-i\omega + \alpha) \rho_{1,mn} = (f_0(\varepsilon_n) - f_0(\varepsilon_m)) \cdot H_{1,mn} + (\varepsilon_m - \varepsilon_n) \rho_{1,mn}. \quad (37)$$

Отсюда получаем представление для матричного элемента оператора плотности:

$$\rho_{1,mn} = \frac{f_0(\varepsilon_n) - f_0(\varepsilon_m)}{i\hbar(-i\omega + \alpha) - (\varepsilon_m - \varepsilon_n)} H_{1,mn}. \quad (38)$$

Отклик квантовой системы на внешнее поле: плотность тока. Выше было показано, что среднее значение плотности тока можно рассчитать по формуле (23). Заменим в ней интегрирование суммированием по всем волновым векторам \mathbf{k}', \mathbf{k} обратного пространства:

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} \rho_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} j_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} \rho_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} \left\langle \Psi_{\mathbf{k}} \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \Psi_{\mathbf{k}'} \right\rangle. \quad (39)$$

Корректное использование формулы требует учитывать обобщённый импульс

$$\mathbf{P} = \mathbf{p} + e\mathbf{A} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + e\mathbf{A}$$

(e – заряд частицы, \mathbf{A} – векторный потенциал) в присутствии внешнего возмущающего электромагнитного поля. Простейший способ учета влияния электромагнитного поля состоит в замене оператора импульса в гамильтониане оператором $\mathbf{P} = \mathbf{p} + e\mathbf{A}$. Теория линейного отклика построена на представлении гамильтониана суммой невозмущенной и

возмущенной частей и на ограничении линейным членом по векторному потенциалу \mathbf{A} :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{H}} &= \hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{H}}_1 = \frac{(\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A})^2}{2m} = \\ &= \frac{(\hat{\mathbf{p}})^2}{2m} + \frac{e}{m}(\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{p}}) + \dots\end{aligned}$$

Поэтому согласно соотношениям (10) и (22) возмущенный гамильтониан представляется как

$$\hat{\mathbf{H}}_1 = -i\hbar \frac{e}{m} \mathbf{A} \cdot \nabla = -\hbar \frac{e}{m\omega} \mathbf{E} \cdot \nabla. \quad (40)$$

Матричный элемент гамильтониана будет иметь вид:

$$H_{1,mm} = -\frac{\hbar e}{m\omega} \mathbf{E} \cdot \langle \psi_m | \nabla | \psi_n \rangle. \quad (41)$$

Матричный элемент $H_{1,mm}$ без множителя \mathbf{E} , называют *силой осциллятора* для перехода из состояния m в состояние n [1, с. 356]. С учетом выражения (38) для матричного элемента статистического оператора можно продолжить преобразование формулы для среднего значения плотности тока (39):

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{j} \rangle &= \sum_{k',k} \rho_{k'k} j_{k,k'} = \sum_{k',k} \rho_{k'k} \left\langle \psi_{k'} \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \psi_k \right\rangle = \\ &= \sum_{k',k} \frac{f_0(\varepsilon_{k'}) - f_0(\varepsilon_k)}{i\hbar(-i\omega + \alpha) - (\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k)} H_{1,kk'} \left\langle \psi_{k'} \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \psi_k \right\rangle = \\ &= \sum_{k',k} \frac{f_0(\varepsilon_{k'}) - f_0(\varepsilon_k)}{(\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k) - \hbar\omega - i\hbar\alpha} \left(-\frac{\hbar e}{m\omega} \mathbf{E} \cdot \langle \psi_{k'} | \nabla | \psi_k \rangle \right) \times \\ &\times \left\langle \psi_{k'} \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \psi_k \right\rangle = \\ &= -\frac{ie^2\hbar^2}{m^2\omega\Omega} \sum_{k',k} \frac{f_0(\varepsilon_{k'}) - f_0(\varepsilon_k)}{\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k - \hbar\omega - i\hbar\alpha} \langle \psi_{k'} | \nabla | \psi_k \rangle \times \\ &\times \left\langle \psi_{k'} \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \psi_k \right\rangle \cdot \mathbf{E}.\end{aligned}$$

Формула для средней плотности тока как отклик на электромагнитное воздействие

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{j} \rangle &= -\frac{ie^2\hbar^2}{m^2\omega\Omega} \sum_{k',k} \frac{f_0(\varepsilon_{k'}) - f_0(\varepsilon_k)}{\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k - \hbar\omega - i\hbar\alpha} \langle \psi_{k'} | \nabla | \psi_k \rangle \times \\ &\times \left\langle \psi_{k'} \left| -\frac{1}{\Omega} \frac{\hbar e}{im} \nabla \right| \psi_k \right\rangle \cdot \mathbf{E}.\end{aligned} \quad (42)$$

носит название формулы Кубо-Гринвуда.

2D-наноматериалы: графен и борофен.

Рассмотрим три атомистических модели борофена: триангулированный, $\beta_{1,2}$ и χ_3 -борофен. Расчеты зонной структуры и плотности состояний (DOS) осуществлялись квантовым полуэмпирическим методом функционала плотности с самосогласованием поля по заряду в приближении сильной связи (SCC DFTB) в программном комплексе DFTB+ [6].

Разбиение зоны Бриллюэна проводилось с использованием схемы Монкхорст-Пак (Monkhorst-Pack) с плотностью сетки k -точек 300×300 . На рис. 2, *a–в* представлены фрагменты атомных сеток трех модификаций борофена с элементарными 2D-ячейками, обозначенными черным цветом. Длина $B-B$ связи для триангулированной модификации составляет 2.018 \AA , а размеры периодического ящика $6 \times 7 \text{ \AA}$. Эта единственная модификация, атомы которой не расположены в одной плоскости, расстояние между атомными плоскостями составляет 1.433 \AA . В случае модификации $\beta_{1,2}$ атомы бора образуют правильные гексагоны, транслируемые в одном направлении $-X$, а в другом направлении Y гексагоны разделены узором из шести правильных треугольников (рис.2, *б*). Ячейки третьей модификации борофена χ_3 также содержат гексагоны и треугольные элементы (рис. 2, *б*).

На рис. 3 приведены рассчитанные спектры действительной части элементов тензора динамической проводимости для трех называвшихся модификаций планарного борофера. Приводимые расчеты проводимости и оптических характеристик произведены с помощью оригинального программного продукта Mizar [7]. Значения проводимости нормированы на величину кванта динамической проводимости

$\sigma_0 = e^2/4h$ [7] (e – заряд электрона, h – постоянная Планка). Для сравнения приведены также спектры проводимости для графена.

На рис. 3, *a* показана атомная сетка графена с выделенным периодическим боксом, на рис. 3, *б* – спектры проводимости в направлении X , на рис. 3, *в* – спектры в направлении Y . Диапазон спектра отвечает видимому и ближним инфракрасному/ультрафиолетовому диапазонам.

Триангулированный борофен в видимом диапазоне имеет практически нулевую

проводимость с резким пиком в области ультрафиолетового диапазона. Такое поведение триангулированной модификации сохраняется для всех направлений.

Можно, таким образом, заключить, что очень перспективным для этого наноматериала является его использование в фотодетекторах ультрафиолетового излучения. Другие планарные модификации, наряду с графеном, характеризуются наибольшей интенсивностью проводимости в области видимого диапазона длин волн.

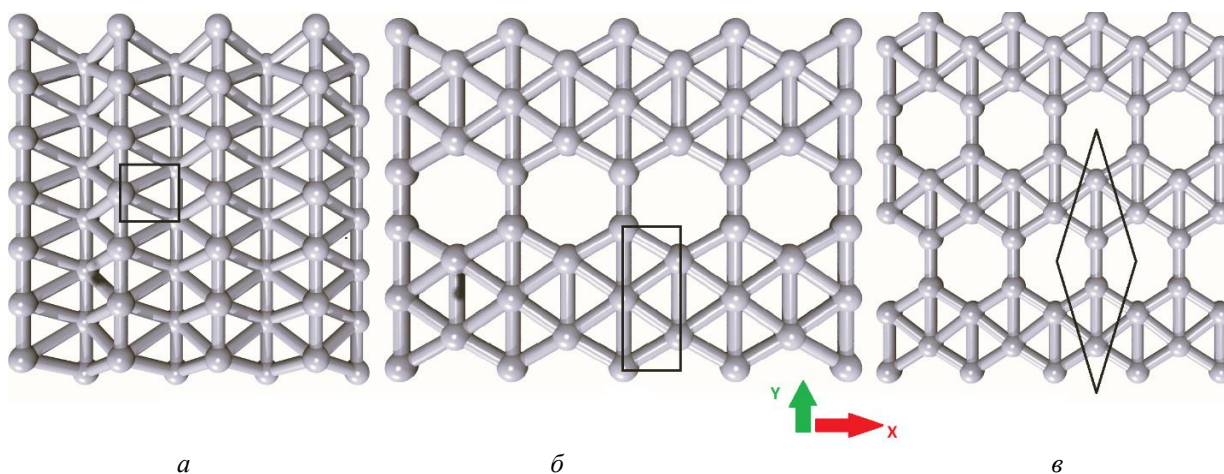


Рис. 2. Атомистические структуры борофена: *a* – триангулированный; *б* – $\beta_{1,2}$; *в* – χ_3 (цвет онлайн)

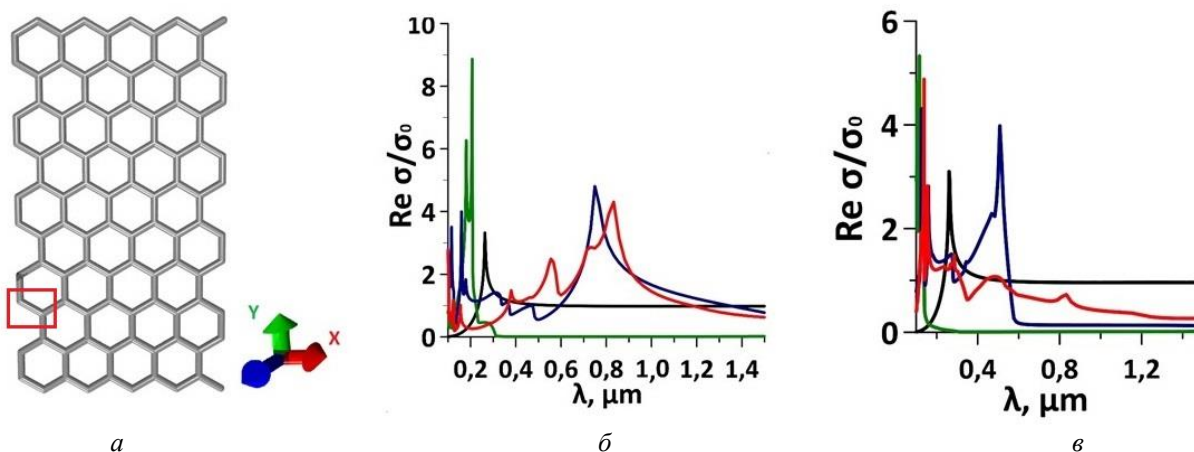


Рис.3. Динамическая проводимость наноструктур: *a* – атомная сетка графена (периодический ящик выделен красным, два атома в элементарной ячейке); *б* – направление XX ; *в* – направление YY (цвет онлайн)

Квази 2D-пленки из одностенных углеродных нанотрубок. Следующим объектом исследования являются углеродные одностенные нанотрубки. На рис.4, *а* показана атомистическая структура пленки, образованной трубками типа (14,4), обозначены направления падающей электромагнитной волны и вектора напряженности электрического поля E .

Можно рассмотреть большое количество разнообразных трубок, в том числе трубок, топология которых не характеризуется наличием винтовой оси. Здесь представлены результаты расчета коэффициента поглощения электромагнитных волн одного из типа нанотрубных пленок – пленок, образованных одностенными трубками типа (16,0). На рис. 4, *б* изображены спектры коэффициента поглощения для трех различных пленок, составленных из трубок (16,0) с межтрубным расстоянием 1.3, 4.3 и 6.0 нм. Максимумы поглощения совпадают по длинам волн, отличаются только интенсивностью. На рис.4, *в* приводятся спектры поглощения со значением коэффициента поглощения A более 12% в

зависимости от расстояния между трубками в жгуте. Значения максимумов величины A приводятся для длин волн 193, 260, 262, 611, 1064 и 2014 нм. Исследована поглотительная способность для двух жгутов диаметром ~ 4.3 – 6.0 нм. Расстояние между трубками в жгуте соответствует экспериментально выявленному значению 0.33–0.34 нм.

Надо отметить, что подобные расчеты для жгутов являются очень ресурсоемкими, поэтому были осуществлены только для трубок типа (16,0). Формы жгутов из нанотрубок также показана на рис.4, *в*. Три столбика максимумов отвечают i) диаметру индивидуальной трубки 1.3 нм, ii) диаметру жгута 4.3 нм, iii) диаметру жгута 6.0 нм, имеющего в сечении форму усеченного треугольника. Как видно из рисунка, с образованием жгутов максимумы поглощения не сдвигаются по длине волны, а только смещаются «вверх», возрастая с увеличением количества нанотрубок в жгуте.

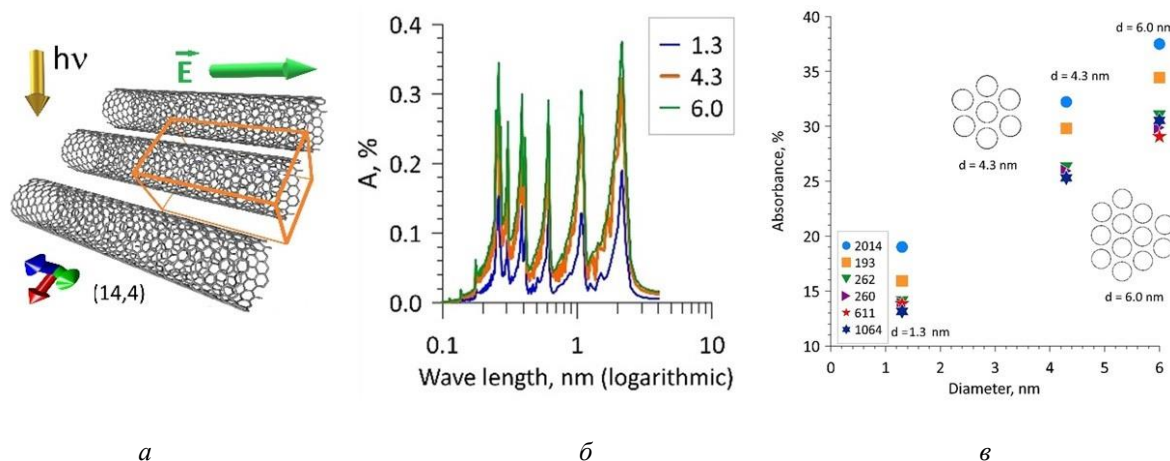


Рис.4. Поглощение электромагнитных волн нанотрубными пленками: *а* – пример атомистической структуры трубок (16,0) с различным межтрубным расстоянием ; *б* – коэффициент поглощения пленок на основе одностенных углеродных, составленных из трубок (16,0); *в* – коэффициент поглощения жгутов различного диаметра нанотрубной пленки (оранжевый ящик – периодический бокс) (цвет онлайн)

Заключение

Продемонстрирован квантовомеханический вывод формулы для плотности поверхностного тока, обусловленного взаимодействием поверхностного слоя твердого тела с падающей электромагнитной волной ультрафиолетового, оптического и инфракрасного

диапазонов. Рассчитаны спектры динамической проводимости и коэффициенты поглощения новых наноматериалов – борфена и пленок из одностенных углеродных нанотрубок.

Библиографический список

1. Харрисон У. Теория твердого тела. М. : Мир, 1972. 616 с.
2. Nair R. R., Blake P., Grigorenko A. N., Novoselov K. S., Booth T. J., Stauber T., R. Peres N. M., Geim A. K. Fine Structure Constant Defines Visual Transparency of Graphene // Science. 2008. V. 320 (5881). P. 1308. <https://doi.org/10.1126/science.1156965originally>
3. Falkovsky L.A. Anisotropy of graphite optical conductivity// Jetp Lett. 2020. V.92. p. 348–351. <https://doi.org/10.1134/S0021364010170169>
4. Glukhova O. E., Nefedov I. S., Shalin A. S., Slepchenkov M. M. New 2D graphene hybrid composites as an effective base element of optical nanodevices // Beilstein J. Nanotechnol. 2018, V. 9. P. 1321–1327. <https://doi.org/10.3762/bjnano.9.125>
5. Блум К. Теория матрицы плотности и ее приложения. М. : Мир, 1983. 248 с.
6. Density Functional based Tight Binding (DFTB). URL: <https://www.dftb.org> (дата обращения: 21.07.2025).
7. Программно-информационный комплекс «Mizar». URL: <https://nanokvazar.ru/o-mizar> (дата обращения: 21.07.2025).

THEORETICAL BASIS FOR DEVELOPING THE KUBO-GREENWOOD FORMULA FOR DESCRIBING THE QUANTUM RESPONSE OF NANOSTRUCTURES TO AN ELECTROMAGNETIC WAVE. APPLICATION EXAMPLES

O. E. Glukhova

Abstract. The response of nanostructure conductivity to the action of electromagnetic radiation in the optical range is considered in classical and quantum versions. The stages of theoretical derivation of the Kubo-Greenwood type quantum formula, which relates the statistical characteristics of the recorded linear response of a quantum-mechanical system (in the form of an average current density) to optical radiation, are demonstrated. As examples, the quantum response of borophene, graphene and quasi 2D films made of single-walled carbon nanotubes to the action of optical radiation is calculated.

Keywords: Kubo-Greenwood formula, graphene, borophene, nanotube films

Сведения об авторе

Глухова Ольга Евгеньевна, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Академии инженерных наук имени А. М. Прохорова, заведующий кафедрой радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: oeglukhova@yandex.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАКОНОВ КИРХГОФА ДЛЯ РАСЧЁТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ИСТОЧНИКИ ТОКА

В. В. Шунаев, П. В. Барков

Аннотация. На конкретном примере подробно рассмотрены три способа нахождения токов и напряжений в электрической цепи, содержащей источники ЭДС и тока, активные сопротивления. Материалы статьи будут полезны для студентов при решении контрольных и самостоятельных работ по электротехническим дисциплинам.

Ключевые слова: электрические цепи, законы Кирхгофа

Введение

Дисциплина «Электротехника» и её различные разновидности являются неотъемлемой частью учебных планов на кафедрах естественнонаучных факультетов и институтов [1–4]. Так, преподавателями кафедры радиотехники и электродинамики в Саратовском государственном университете ведутся курсы: в институте физики – «Радиоэлектроника», в институте химии – «Электротехника и промышленная электроника» и «Электроника и электротехника», на факультете компьютерных наук и информационных технологий – «Электроника и схемотехника», на факультете психолого-педагогического и социального образования – «Электрорадиотехника» и т.д.

Умение находить напряжения и токи в электрических цепях с помощью законов Кирхгофа является базовым навыком, без овладения которым невозможно освоить вышеперечисленные курсы. В данной работе на примере одной из электрических схем попытаемся детально продемонстрировать, каким образом источники тока должны быть учтены при составлении уравнений на основе законов Кирхгофа, а также по методам контурных токов и узловых потенциалов.

Пример расчета электрической цепи

Рассмотрим электрическую цепь, изображённую на рисунке. Данная цепь содержит источники напряжения E_1 и E_2 , источник тока J , а также три сопротивления R_1 , R_2 и R_3 . В схеме есть четыре ветви и три

узла («1», «2», «3»). Обозначим реальные токи в ветвях i_1 , i_2 , i_3 и i_4 , а на схеме укажем направления токов произвольным образом. Обратим внимание, что в ветви, содержащей источник тока, направление тока совпадает с направлением источника.

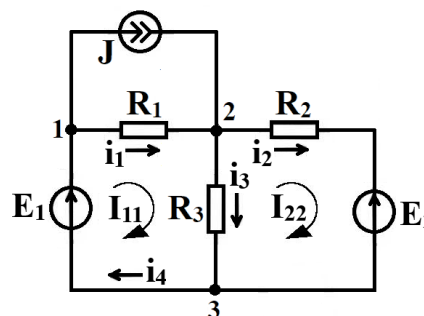


Схема электрической цепи

Уравнения цепи, составленные по законам Кирхгофа

Согласно первому закону Кирхгофа, сумма токов в узле равна нулю, при этом количество независимых уравнений на единицу меньше числа узлов. Для нашей схемы по первому закону Кирхгофа можно составить два независимых уравнения, например, относительно узлов «1» и «2» (токи входящие в узел возьмем со знаком «плюс», выходящие – со знаком «минус»):

$$i_4 - i_1 - J = 0, \quad (1)$$

$$i_1 - i_3 - i_2 + J = 0. \quad (2)$$

Согласно второму закону Кирхгофа, сумма падений напряжений на пассивных элементах, равна сумме ЭДС, входящих в

контур, а количество независимых уравнений на единицу меньше разницы между числом ветвей и числом узлов, то есть в нашем случае равно двум. Составим уравнения для левого и правого контуров:

$$i_1 R_1 + i_3 R_3 = E_1, \quad (3)$$

$$i_2 R_2 - i_3 R_3 = -E_2. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(4) образуют систему из четырех алгебраических уравнения относительно четырех неизвестных величин – токов i_1 , i_2 , i_3 и i_4 . Ее решение позволит определить падения напряжений в сети по закону Ома:

$$U_{R_1} = i_1 R_1, U_{R_2} = i_2 R_2, U_{R_3} = i_3 R_3.$$

Метод контурных токов

Метод контурных токов основан на решении системы уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа. Введем два контурных тока I_{11} и I_{22} и составим два независимых уравнения, не забывая учесть ток J , текущий через R_1 :

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_3) - I_{22}R_3 - JR_1 = E_1, \\ I_{22}(R_2 + R_3) - I_{11}R_3 = -E_2. \end{cases} \quad (5)$$

Решив систему из двух линейных алгебраических уравнений (5) относительно I_{11} и I_{22} , найдём реальные токи:

$$\begin{aligned} i_1 &= I_{11} - J, \quad i_2 = I_{22}, \\ i_3 &= I_{11} - I_{22}, \quad i_4 = I_{11}. \end{aligned}$$

Метод узловых напряжений

Согласно методу узловых напряжений, необходимо решить систему уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа. При этом каждый реальный ток необходимо расписать по обобщённому закону Ома, т.е. через потенциалы узлов, и принять потенциал любого узла равным нулю. Таким образом, в роли неизвестных в системе уравнений будут потенциалы узлов. Обратим внимание, что в схеме,

изображенной на рисунке, между узлами «1» и «3» отсутствует сопротивление, а значит, разность потенциалов между узлами будет равна $\varphi_1 - \varphi_3 = E_1$.

Пусть потенциал узла «3» $\varphi_3 = 0$, тогда $\varphi_1 = E_1$. Распишем токи i_1 , i_2 , i_3 по обобщённому закону Ома:

$$i_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_1} = \frac{E_1 - \varphi_2}{R_1}, \quad (6)$$

$$i_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 - E_2}{R_2} = \frac{\varphi_2 - E_2}{R_2} \quad (7)$$

$$i_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_3} = \frac{\varphi_2}{R_3}. \quad (8)$$

Подставим уравнения (6)–(8) в уравнение (2), которое не содержит ток i_4 (его нельзя расписать по обобщённому закону Ома, так он не течёт через пассивный элемент):

$$\frac{E_1 - \varphi_2}{R_1} - \frac{\varphi_2 - E_2}{R_2} - \frac{\varphi_2}{R_3} + J = 0. \quad (9)$$

Решив уравнение (9) относительно φ_2 , найдем токи i_1 , i_2 , i_3 из уравнений (6)–(8), а ток i_4 – из уравнения (1).

Заключение

В статье приведен пример расчёта напряжений и токов в электрической цепи, содержащей источника тока и напряжения, тремя методами. Для рассматриваемой схемы система уравнений, составленных по законам Кирхгофа, содержит четыре уравнения, по методу контурных токов – два, по методу узловых напряжений – одно. Таким образом, основываясь на сложности составления системы уравнений, а также на оценке временных затрат на её решение, студенты могут самостоятельно выбрать желаемый метод для решаемой конкретной задачи.

Библиографический список

1. *Шандарова Е. Б.* Теоретические основы электротехники: учебное пособие. Ч. 1. Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2009. 111 с.
URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/1/LENAOLYA/job/imoyak/Tab/TOE.pdf> (дата обращения 10.03.2025).
2. *Морозова Н. Ю.* Электротехника и электроника : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. 5-изд., стер. М. : Издательский центр «Академия», 2013. 288 с. URL: https://academia-moscow.ru/ftp_share/_books/fragments/fragment_23369.pdf (дата обращения: 10.03.2025).
3. *Шаряпов А. М., Ваганов Г. В.* Электротехника: учебное пособие. Казань: Издательство КНИТУ, 2023. 136 с. ЭБС Znanium. URL: <https://znanium.ru/read?id=453011> (дата обращения: 13.03.2025).

USING KIRCHHOFF'S LAWS TO CALCULATE ELECTRICAL CIRCUITS CONTAINING CURRENT SOURCES

V. V. Shunaev, P. V. Barkov

Abstract. Three methods for finding currents and voltages in an electric circuit containing EMF and current sources, active resistances are considered in detail using a specific example. The materials of the article will be useful for students when solving tests and independent work on electrical engineering disciplines.

Keywords: electric circuits, Kirchhoff's laws

Сведения об авторах

Шунаев Владислав Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: vshunaev@list.ru

Барков Павел Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского; e-mail: barkovssu@mail.ru

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

УДК 53(091):53(092)

С. А. БОГУСЛАВСКИЙ О СВОЕЙ МАГИСТЕРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ

В. М. АНИКИН

Аннотация. Публикуется и комментируется текст хранящегося в архиве Саратовского университета авторского описания (автореферата) магистерской диссертации Сергея Анатольевича Богуславского «Основы молекулярной физики и применение статистики к вычислению термодинамических потенциалов» (1918). Характеризуются проблематика диссертации и ее значение для развития статистической термодинамики.

Ключевые слова: Саратовский университет, физико-математический факультет, Сергей Анатольевич Богуславский

С. А. Богуславский – профессор Саратовского университета

Физик-теоретик Сергей Анатольевич Богуславский (1883 – 1923) работал в Саратовском университете в 1918–1921 гг. Он был одним из первых профессоров образованного в 1917 г. физико-математического факультета Саратовского университета. С. А. Богуславский работал вместе с приехавшими из Москвы в Саратов профессорами В. Д. Зёрновым, В. В. Голубевым, И. Ф. Полаком, Г. Н. Свешниковым, И. И. Приваловым, К. А. Леонтьевым [1].

Сергей Анатольевич после досрочного окончания московской гимназии учился во Фрайбургском и Гёттингенском университетах (Германия), где одним из его преподавателей и друзей был будущий нобелевский лауреат Макс Борн. Получив докторскую степень (PhD) в Гёттингене за работу в области кристаллографии, Богуславский весной 1918 г. защитил в Московском университете диссертацию в области термодинамики и статистической физики.

Осенью 1918 г. Богуславский был избран профессором кафедры физики Саратовского университета и организовал кабинет теоретической физики [2–5]. На конкурс он представил *curriculum vitae*, список своих научных работ, рекомендацию профессора А. А. Эйхенвальда и авторское описание (автореферат) своей магистерской

диссертации. Все эти документы хранятся в личном деле С. А. Богуславского в архиве Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского.

Сильное впечатление на студентов производили не только читавшиеся С. А. Богуславским курсы по термодинамике и атомной физике, решаемые задачи о движении электронов в электрических и магнитных полях, но и сама его личность [2, с. 13, 14].

В 1921 г. С. А. Богуславский покинул Саратовский университет и принял кафедру теоретической физики Московского университета. В структуру кафедры он включил научную лабораторию, которая в 1928 г. прославилась сделанным в ней открытием комбинационного рассеяния света (Г. С. Ландсберг, Л. И. Мандельштам) [6].

Жизнь талантливого ученого оборвалась в 1923 г. из-за заболевания туберкулезом легких, которым он страдал свыше 20 лет и которое диктовало ему географию мест учебы и работы...

Автореферат диссертации С. А. Богуславского

Ниже в современной орфографии приводится составленное С. А. Богуславским описание его магистерской диссертации, которое по своему смыслу можно считать авторефератом. Заявление об

участии в конкурсе на должность профессора с сопутствующими документами от Богуславского поступило в

университет 16 (3) мая 1918 г., что отмечено и на первой странице автореферата.



Начальные строки авторского описания диссертации С. А. Богуславского (Архив Саратовского университета)

«ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИКИ КЪ ВЫЧИСЛЕНІЮ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХЪ ПОТЕНЦІАЛОВЪ

Содержание работы. Настоящая работа посвящается кинетическому истолкованию и вычислению термодинамических функций. На первое место выдвигается понятие о термодинамических потенциалах как о функциях, которые способны каждая в отдельности вполне характеризовать состояние системы, находящейся в термодинамическом равновесии.

В первой главе, не излагая подробно учения о потенциалах, которое может считаться достаточно известным, я все же напоминаю читателю вкратце главные свойства этих функций. Становясь на точку зрения кинетической теории, я полагаю, что большинство изучаемых в термодинамике величин являются средними во времени значениями некоторых функций от молекулярных координат и скоростей. В дальнейшем, строго придерживаясь этой точки зрения, я пользуюсь и статистическими средними лишь постольку, поскольку они равны либо мало отличны от среднего во времени.

В главе второй из теоремы Клаузиуса о вириале выводится для случаев однородных силовых функций зависимость между средней кинетической и полной энергией механической системы. Эти величины оказываются пропорциональными друг другу, причем отношение их зависит от степени силовой функции.

В третьей главе находят для периодических движений механическая функция, обладающая формальными свойствами функций термодинамических. Аналогичной температуре оказывается

величина $1/\tau$, где τ – период движения, энтропии соответствует интеграл $\sigma = \int_0^{\tau} 2Tdt$, где через T

обозначена кинетическая энергия системы, а свободной энергии [отвечает] значение функции Лагранжа, взятое с отрицательным знаком. В этой главе показывается, что вариационные принципы термодинамики являются разновидностями механических принципов наименьшего действия. Излагаемые рассуждения, отличаясь по форме от старых работ Больцмана и Клаузиуса, родственны им по своему физическому содержанию. Но ими не разрешается однозначным образом вопрос о механическом толковании термодинамических понятий. Получаются лишь рамки, в которые эти понятия должны укладываться: температура и энтропия должны иметь [соответственно] вид

$$\theta = \frac{1}{\tau H'(\sigma)}, \quad \eta = H(\sigma),$$

где H – произвольная функция. Я показываю, что формулы, определяющие теплоемкости как в классической статистической механике, так и в теории квантов укладываются в упомянутые рамки, даваемые принципом наименьшего действия.

В четвертой главе показывается, как можно вычисление среднего по времени заменить вычислением некоторого статистического среднего. Те средние, которые служат объектом наблюдения, могут вычисляться как микроканонические средние. Микроканоническое множество Гиббса вводится как вспомогательное построение, применимое лишь для решения определенного класса задач. Вопрос о распределении средней кинетической энергии по степеням свободы к этому классу задач не относится.

В пятой главе, напомнив основные свойства статистических множеств вообще, я перехожу от микроканонического множества к каноническому как дающему результаты, мало отличные от первого и вместе с тем легче поддающемуся аналитической трактовке.

Последняя, шестая глава, посвящается методу вычисления термодинамических потенциалов и применениям его к ряду специальных задач. Метод Гиббса видоизменяется в двух отношениях. Во-первых, наблюдаемые внешние параметры вводятся как функции молекулярных координат, а не как величины совершенно иного порядка, чем последние. Во-вторых, показывается, как можно вычислять любой из потенциалов, а не один только рассматриваемый Гиббсом. Плодотворность метода показывается затем на примерах твердого диэлектрика, идеального одноатомного газа, идеального двухатомного парамагнитного газа.

По господствующему в настоящее время в теоретической физике воззрению Больцмана энтропия связывается с «вероятностью» состояния системы. Этот «принцип Больцмана» оказался очень продуктивным и позволил решить целый ряд задач. Но такое толкование термодинамических понятий не представляется мне удовлетворительным, потому что при ближайшем рассмотрении понятие вероятности оказывается в значительной степени произвольным и установление его *a priori* [представляется] затруднительным. Поэтому в настоящей работе я вообще избегаю термина «вероятность».

Москва, 19/6 апреля 1918 г.

С. Богуславский»

Комментарий

Впервые полный текст магистерской диссертации С. А. Богуславского был опубликован в 1922 г. в Трудах Московского физического общества имени П. Н. Лебедева (в журнале «Научные известия»). Современный читатель найдет ее в избранных трудах Сергея Анатольевича Богуславского [6, с. 144–232]. В качестве автореферата, представленного для прохождения конкурса на занятие должности профессора, С. А. Богуславский использовал с небольшими дополнениями введение к своей диссертации.

Диссертация, как и отмечено в автореферате, содержит следующие главы:

Глава I. Основные свойства термодинамических потенциалов.

Глава II. Некоторые следствия теоремы о вириале.

Глава III. Принцип наименьшего действия в термодинамике.

Глава IV. Замена среднего по времени статистическим средним.

Глава V. Основы статистической механики.

Глава VI. Применение статистики к вычислению термодинамических потенциалов.

Уже заголовок диссертации говорит о том, что это фундаментальная физическая работа. Текст отличается присущей Богуславскому четкостью изложения теоретических проблем. Автор обсуждает и откровенно высказывает свое мнение о работах именитых предшественников, заложивших основы термодинамики и статистической механики. В тексте диссертации сделаны подстрочные ссылки на работы Л. Больцмана, У. Гиббса, П. Дебая, Дж. Х. Джинса, Р. Клаузиуса, В. А. Михельсона, П. Ланжевена, Г. А. Лоренца, И. Лошмидта, П. Кюри, К. Сили (*нем.* – С. Szily), а также на две публикации самого соискателя ученой степени.

114
1100

Богуславский, Сергей Анатольевич, 1883-1923.

Основы молекулярной физики и применение статистики к вычислению термодинамических потенциалов. Доложено на заседаниях 27 февр. 1916 и 25 февр. 1917 г. С. А. Богуславский. [М., 1922].

92 с. 22 см.

Без тит. л. и обл.

Отг. из журн. «Научн. известия». 1922, сб. 3.

Гос. Публ. б-ка. Ленингр.
В 17126—54

97.41.54

Библиографическая карточка с описанием выходных данных издания с диссертацией С. А. Богуславского

С. А. Богуславский демонстрирует понимание того, что теоретической базой молекулярной физики является термодинамика в совокупности со статистической механикой. Но обращает на себя внимание то, что Богуславский весьма скептически относится к понятию вероятности и старается исключить его из своих рассуждений. Подобный подход с позиции современной науки не является «рабочим».

Но в целом для своего времени, как отмечал крупный специалист в области термодинамики В. К. Семенченко, учившийся у С. А. Богуславского в Саратовском университете, его магистерская диссертация была для своего времени передовой. В ней был поставлен ряд принципиальных вопросов в контексте содержания книги У. Гиббса «Элементарные принципы статистической механики» (1902). Идеи Гиббса далеко не сразу получили распространение и признание (собственно, это достаточно распространенная ситуация в истории науки). «Виноват», отчасти, был сам Гиббс: слово «элементарные» в названии книги совсем не соответствовало абстрактному и «экономному» стилю изложения. Даже такой корифей науки как А. Пуанкаре говорил, что книга Гиббса читается «несколько трудно». «Статистическая механика Гиббса, — отмечал В. К. Семенченко, — составляла, в сущности, одно целое с его методом изложения

термодинамических потенциалов (которое теперь часто называют статистической термодинамикой). В то время среди физиков термодинамические работы Гиббса еще не получили достаточной популярности, что приводило к недооценке многих достоинств статистической системы Гиббса. С. А. Богуславский же сразу оценил глубокую связь между термодинамическими и статистическими работами Гиббса и пытался изложить их как некоторую единую систему. С. А. Богуславский правильно оценил также достоинства статистического метода Гиббса как рабочего аппарата для решения задач молекулярной физики равновесных систем, он показал плодотворность метода Гиббса на примерах решения нескольких частных задач» [2, с. 429, 430].

С. А. Богуславский, таким образом, стал «первопроходцем» в овладении методом Гиббса и его развитии. В шестой, последней, главе диссертации он представил решение двух принципиальных задач — задачу о вычислении «силовых» потенциалов, где переменными являются только обобщенные силы, и задачу о нахождении любого смешанного потенциала. Так, он впервые вычислил силовой изобарно-изотермический термодинамический потенциал и соответствующее ему каноническое распределение, а также искал способ вычисления каждого термодинамического потенциала в свойственных только ему

переменных (координатах), без которых потенциал теряет существенные свойства.

Как и в диссертации, защищенной в Гёттингенском университете в 1914 г., Сергей Анатольевич в магистерской диссертации в дополнение к общим рассматриваниям приводит решения красивых частных задач, имеющих практическое значение. Для силового потенциала дано решение задач о потенциале двухатомного идеального газа и потенциале двухатомного парамагнитного газа, причем показано, что решение первой задачи является частным решением второй. Таким способом Богуславский «попутно» обосновал корректность проведенных расчетов.

В описании С. А. Богуславским своей работы просматриваются основные элементы аспектных характеристик,

которые спустя столетие с необходимостью заняли явное место в авторефератах современных диссертационных работ: актуализация проблемы, целеполагание, решаемые задачи, метод исследования, научная и практическая значимость, верификация полученных результатов. Отдельные фразы диссертации, когда автор приводит окончательные результаты своих расчетов, можно принять в качестве защищаемых научных положений.

В совокупности научные работы С. А. Богуславского позволяют его считать выдающимся физиком-теоретиком первой четверти XX столетия, способствовавшим, в частности, становлению высшего физического образования в Саратовском университете.

Библиографический список

1. *Аникин В. М.* «Бифуркационная летопись» физико-математического факультета Саратовского университета. 1917–1945 // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 6. С.5–19. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-5-19>
2. *Богуславский С. А.* Избранные труды по физике / под ред. и с примеч. проф. В. К. Семенченко. М. : Физматгиз, 1961. 436 с.
3. *Аникин В. М.* Профессор Саратовского и Московского университетов Сергей Анатольевич Богуславский (1883–1923) // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика. 2024. Т. 24, вып. 2. С. 180–193. <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2024-24-2-180-193>, EDN: UXAVTF
4. *Аникин В. М.* Сергей Анатольевич Богуславский (1883 – 1923): наука и драматическая жизнь // Очерки истории физико-математического образования в Саратовском университете / под общей редакцией В. М. Аникина. Саратов : Издательство Саратовского университета, 1924. Вып. 6. С. 8 – 33.
5. *Аникин В. М.* Две диссертации Сергея Анатольевича Богуславского // Проблемы оптической физики и биофотоники. SFM-2024: материалы Международного симпозиума, Международной молодежной научной школы Saratov Fall Meeting 2024 и Международной молодежной научной школы по флуоресцентным красителям, белкам и приборам в области наук о жизни / под ред. Г.В. Симоненко, В. В. Тучина. Саратов : Саратовский источник, 2024. С. 103 – 110. <https://doi.org/10.24412/cl-37275-2024-1-103-110>
6. *Аникин В. М.* «Волжский» съезд как зеркало развития физических наук в 1920-е годы. К 100-летию основания Российской ассоциации физиков // Вестник Российской академии наук. 2020. Т. 90, № 1. С. 81–88. <https://doi.org/31857/S0869587320010028>

S. A. BOGUSLAVSKY ABOUT HIS OWN MASTER'S THESIS

V. M. Anikin

Abstract. In the paper, we present and comment the text of the author's description (abstract) of the master's thesis by Sergei A. Boguslavsky «Fundamentals of Molecular Physics and Application of Statistics to Calculating Thermodynamic Potentials» (1918), stored in the archives of Saratov University. The problems of the dissertation and its significance for the development of statistical thermodynamics are characterized.

Keywords: Saratov State University, Physics and Mathematics Faculty, Sergey A. Boguslavsky.

СОДЕРЖАНИЕ

PERSONALIA	3
<i>Аникин В. М., Глухова О. Е., Шевцов В. Н., Злобина Э. В.</i> Памяти Михаила Александровича Старшова (1937 – 2024)	10
ВАКУУМНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА	
<i>Нефедов С. А., Поляков И. В., Ржевин Н. В.</i> Исследование возможности повышения устойчивости к самовозбуждению лампы бегущей волны с замедляющей системой типа цепочка связанных резонаторов	15
ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕХНИКА	
<i>Соляник В. А., Емельянов А. С., Богачев Р. Ю.</i> Параметры осмиевых пленок на поверхности металлопористого катода и методы их контроля	19
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	
<i>Давидович М. В., Манукян Р. Э.</i> О методе многократных изображений для задач электростатики и электродинамики	
<i>Черкасова О. А.</i> Поведение температурного коэффициента по индукции у постоянных магнитов при климатических испытаниях	32
	40
ОБРАЗОВАНИЕ	
<i>Глухова О. Е.</i> Теоретические основы вывода формулы Кубо-Гринвуда для описания квантового отклика наноструктур на электромагнитную волну. Примеры применения	
<i>Шунаев В. В., Барков П. В.</i> Использование законов Кирхгофа для расчета электрических цепей, содержащих источники тока	52
	55
ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ	
<i>Аникин В. М. С. А. Богуславский</i> о своей магистерской диссертации	60
СОДЕРЖАНИЕ	

Научное издание

ВОПРОСЫ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Межвузовский научный сборник

Выпуск 31

Компьютерная верстка – В. М. Аникин

Изд. лиц. ЛР № 020305 от 19.02.97.	Подписано в печать 01.09.2025.
Формат 60 x 84 1/8. Бумага офсетная.	Гарнитура Times. Печать офсетная
Усл.печ.л. 3,8. Уч.-изд.л.3,4	Тираж 100 экз. Заказ 79

Издательство Саратовского университета. 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83.
Отпечатано с оригинал-макета в издательстве «Саратовский источник»,
410080, г. Саратов, проспект Строителей, 36