Положим $C_i := \{f_1, \ldots, f_i\}$, $i \in I$ (где $F := (f_i)_{i\in I}$ — набор функционалов из определения класса (*Ex*-w^*s). Ясно, что $F = \bigcup C_i$. Далее, $B^* = \overline{\mathrm{conv}}^{\|\cdot\|} \operatorname{ext} B^*$ по теореме (Кадеца–Фонфа–)Годфроя–Роде. Поскольку X^* сепарабельно, то граница $\operatorname{ext} B^*$ также сепарабельна. Далее, $\operatorname{ext} S^* \subset \overline{F}^{w^*}$ по определению класса (*Ex*-w^*s) и, следовательно, $\operatorname{ext} S^* \subset \left(\bigcup_i \overline{\mathrm{conv}}^{w^*} C_i\right)$. Окончательно, F (I)-генерирует шар B^*. Теперь осталось воспользоваться одним результатом, полученном независимо Нигардом [3] и Календой [4], согласно которому, если $C \subset B^*$ (I)-генерирует шар B^*, то C — множество Рейнуотера, т. е. множество со следующим свойством: если ограниченная последовательность $(x_n) \subset X$ сходится поточечно на C, то (x_n) сходится слабо. $\square$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Franchetti C., Roversi S.* Suns, M-connected sets and P-acyclic sets in Banach spaces. Preprint no. 50139, Instituto di Matematica Applicata "G. Sansone", 1988. P. 1–29.

2. *Brown A. L.*. Suns in normed linear spaces which are finite dimensional // Math. Ann. 1987. Vol. 279. P. 87–101

3. *Nygaard O.* A remark on Rainwater's theorem // Annales Math. Inform. 2005. Vol. 32. P. 125–127.

4. *Kalenda O. F. K.* (I)-envelopes of unit balls and James' characterization of reflexivity // Studia Math. 2007. Vol. 182. P. 29–40.

УДК 517.27/51/225

α-ДОСТИЖИМОСТЬ ОБЛАСТИ В НЕГЛАДКОМ СЛУЧАЕ[1]

К. Ф. Амозова, В. В. Старков (Петрозаводск, РФ)

amokira@rambler.ru, VstarV@list.ru

Пусть $\alpha \in [0; 1)$, $p \in \mathbb{R}^n$, $K_+(p, \alpha, r)$ — конус, полученный пересечением замкнутого евклидова шара $\overline{\mathbb{B}}^n(p, r)$ радиусом $r > 0$ и конуса

$$K_+(p, \alpha) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \left(x - p, \frac{p}{\|p\|} \right) \geq \|x - p\| \cos \frac{\alpha\pi}{2} \right\}.$$

Определение. [1] *Область $D \subset \mathbb{R}^n$, $0 \in D$, называется α–достижимой (относительно 0), если для каждой точки $p \in \partial D$ существует такое число $r = r(p) > 0$, что конус $K_+(p, \alpha, r) \subset \mathbb{R}^n \backslash D$.*

---

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Программы стратегического развития ПетрГУ в рамках реализации комплекса мероприятий по развитию научно-исследовательской деятельности, второй автор поддержан РФФИ (проект 14-01-00510.

В [1] было доказано, что α–достижимые области являются звездообразными и удовлетворяют *условию конуса*, важному для приложений, например таких, как теория интегральных представлений функции, теоремы вложения, вопросы граничного поведения функций, разрешимости задачи Дирихле

В [1] в гладком случае был получен критерий α–достижимости области. В негладком случае в [2] и [3] были получены необходимое и достаточные условия α–достижимости области, определенной неравенством $F(x) < 0$ для непрерывной функции F из $\mathbb{R}^n$.

Далее будем предполагать, что
a) функция $F(x)$ — определена и непрерывна на $\mathbb{R}^n$;
b) открытое множество $D = \{x \in \mathbb{R}^n : F(x) < 0\}$ содержит 0;
c) в точках множества уровня $S = \{p \in \mathbb{R}^n : F(p) = 0\}$ существуют производные $\dfrac{\partial F}{\partial l}(p)$ по всем направлениям $l \in (K_+(p, \alpha) - p) \setminus \{0\}$.

Теорема 1 [2]. *1) Пусть выполнены условия a), b), c).*
Тогда

i) из α-достижимости области D для некоторого $\alpha \in [0; 1)$ следует, что $\dfrac{\partial F}{\partial l}(p) \geq 0$ для любого направления $l \in (K_+(p, \alpha) - p) \setminus \{0\}$ и для любой точки $p \in S$;

ii) если D — ограниченное множество и для некоторого $\alpha \in [0; 1)$ производные

$$\frac{\partial F}{\partial l}(p) > 0 \tag{1}$$

для любого $l \in (K_+(p, \alpha) - p) \setminus \{0\}$ и для любой точки $p \in \partial D$, то D — α-достижимая область;
2) Если $F(x)$ удовлетворяет условиям a) и b), множество D ограничено и для некоторого $\alpha \in [0; 1)$ и $\delta > 0$ у F существуют производные по направлениям $l \in (K_+(x, \alpha) - x) \setminus \{0\}$, и

$$\frac{\partial F}{\partial l}(x) > \frac{2F(x)}{\|x\|} \cdot \cos \frac{\alpha \pi}{2} \tag{2}$$

для любых $x \in D^\delta = \{x \in D : \rho(x, S) < \delta\}$, где $\rho(x, S)$ расстояние от x до S, то D — α–достижимая область.

Условие ограниченности множества D здесь естественно в силу доказанного в [1] факта ограниченности α–достижимых областей $D \neq \mathbb{R}^n$ при $\alpha > 0$. Заметим также, что в неравенстве (2) правая часть отрицательная, в отличие от неравенства (1).

Теорема 2 [3]. *Пусть* $\Psi(\xi)$ *— такая дифференцируемая, строго возрастающая числовая функция на* $\mathbb{R}^+ = \{\xi \in \mathbb{R} : \xi > 0\}$*, что существует* $\lim\limits_{\xi \to +0} \Psi(\xi) = 0 \stackrel{def}{=} \Psi(0)$*, функция* $F(x)$ *удовлетворяет условиям a) и b) и множество* D *ограничено. Если для некоторого* $\alpha \in [0;1)$ *и* $\delta > 0$ *у* F *существуют производные по направлениям* $l \in (K_+(x,\alpha) - x)\setminus\{0\}$*, и*

$$\frac{\partial F}{\partial l}(x) > -\Psi'(\Psi^{-1}(-F(x)))\frac{2}{\|x\|}\Psi^{-1}(-F(x))\cos\frac{\alpha\pi}{2}$$

для любых $x \in D^\delta$*, то* D *—* α*–достижимая область.*

В случае $\alpha = 0$ достаточные условия, полученные в этих теоремах, являются достаточными условиями звездообразности множеств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Liczberski P., Starkov V. V.* Domains in $\mathbb{R}^n$ with conical accessible boundary // J. Math. Anal. Appl. 2013. Vol. 408, № 2. P. 547–560.

2. *Амозова К. Ф., Старков В. В.* Альфа-достижимые области, негладкий случай // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 3. С. 3–8.

3. *Амозова К. Ф.* Достаточные условия α-достижимости области в негладком случае // Проблемы анализа – Issues of analysis. 2013. Т. 2(20), № 1. С. 3–13.

УДК 519.71:681.51

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СЕМЕЙСТВА КОМБИНИРОВАННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Д. К. Андрейченко, К. П. Андрейченко, В. В. Кононов
(Саратов, РФ)
kp_andreichenko@renet.ru, valentin.kononov@gmail.com

Комбинированные динамические системы (КДС) с входными и выходными вектор-функциями непрерывного времени представляют собой математические модели ряда современных технических систем в форме систем обыкновенных дифференциальных уравнений и связанных с ними посредством граничных условий и условий связи уравнений в частных производных при соответствующих начальных условиях [1]. После линеаризации и решения модельных краевых задач динамическая модель управляемой КДС сводится к матрице передаточных функций

$$\begin{gathered}\Phi(\lambda,\mathbf{p},\mathbf{s}) = [\Phi_{kj}(\lambda,\mathbf{p},\mathbf{s})] = [Q_{kj}(\lambda,\mathbf{p},\mathbf{s})/D(\lambda,\mathbf{p},\mathbf{s})],\\ k=\overline{1,N_y},\ j=\overline{1,N_x}\end{gathered} \tag{1}$$