3. *Нурсултанов Е. Д.* Многопараметрический интерполяционный функтор и пространства Лоренца $L_{p,\bar{q}}$, $\bar{q} = (q_1, ..., q_n)$ // Функ. анал. и его приложения. 1997. Т. 31, №2. С. 79–82.

4. *Стечкин С. Б.* Об абсолютной сходимости ортогональных рядов // Докл. АН СССР. 1955. Т. 102. С. 37–40.

5. *De Vore R. A. , Temlyakov V. N.* Nonlinear approximation by trigonometric sums // J. Fourier Analysis and applications. 1995. Vol. 2, №1. P. 29–48.

6. *Stasyuk S. A.* Best m-term trigonometric approximation for the classes $B^r_{p,\theta}$ of functions of low smoothness // Ukrain. Math. J. 2010. Vol. 62, №1. P. 114–122.

7. *Акишев Г.* Об M-членных приближениях класса Бесова // International Conference "Theory of Approximation of Functions and its Approximations" dedicated to the 70th Anniversary of Corresponding Member of National Academy of Ukraine, Professor A. I. Stepanets (1942-2007), May 28-June 3, 2012. Ukraine, Kamianets-Podiisky, 2012. P. 12.

8. *Акишев Г.* Об -членных приближениях класса Бесова в пространстве Лоренца // Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры : материалы VI междунар. науч. конф. Актобе, 2012. С. 255–257.

УДК 517.984

ОПТИМАЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ПО ЗАДАННЫМ С ПОГРЕШНОСТЬЮ ГРАНИЧНЫМ ЗНАЧЕНИЯМ[1]

Р. Р. Акопян (Озёрск, РФ)
R.Akopyan@oti.ru

Пусть G — односвязная область расширенной комплексной плоскости с границей Γ — спрямляемой, жордановой кривой; γ — измеримое подмножество Γ. В пространстве Харди $H^\infty(G)$ выделим класс функций

$$Q = \left\{ f \in H^\infty(G) \,:\, \|f\|_{L^\infty(\Gamma\setminus\gamma)} \le 1 \right\}.$$

Пусть $\mathcal{R}$ — множество всех (или только линейных) функционалов на $L^\infty(\gamma)$. Оптимальным восстановлением значения в точке z_0 функций класса Q по заданным с погрешностью $\delta > 0$ граничным значениям на γ назовём величину, определяемую равенством

$$E(\delta,\gamma) = \inf_{\phi\in\mathcal{R}} \sup_{\substack{q\in L^\infty(\gamma),\, f\in Q: \\ \|f-q\|_{L^\infty(\gamma)}\le\delta}} |f(z_0) - \phi(q)|. \tag{1}$$

[1]Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 11-01-00462), Минобрнауки РФ (госзадание 1.1544.2011).

Задача состоит в вычислении величины (1) и нахождении оптимального метода восстановления функционала, на котором в (1) достигается нижняя грань.

Задача (1) тесно взаимосвязана с рядом экстремальных задач, в частности, с наилучшим приближением оператора аналитического продолжения на классе аналитических функций. Подробно о взаимосвязи задач (в более общей, чем рассматриваемая здесь, постановке) и истории их исследований см. [1]. Задачам оптимального восстановления аналитических функций посвящена монография [2]. Ранее в работах [3, 4] задача (1), её L_p-обобщения и взаимосвязанные экстремальные задачи исследовалась в случаях когда G — полоса и кольцо.

Обозначим через ϕ_σ функционал, определяемый равенством

$$\phi_\sigma(q) = \psi^{-\sigma}(z) \int_\gamma P(\zeta - z)\, \psi^\sigma(\zeta)\, q(\zeta)\, dS \qquad (2),$$

в котором P — ядро Пуассона области G, функция $\psi \in H^\infty(G)$ отображает G на кольцо с центром в нуле так, что $|\psi(\gamma)| = R_1$, $|\psi(\Gamma \setminus \gamma)| = R_2$, где R_1, R_2 — некоторые положительные числа.

Теорема 1. *Справедливо равенство*

$$E(\delta, \gamma) = \delta^{\,\omega(z_0,\gamma,G)},$$

в котором $\omega(z_0,\gamma,G)$ — гармоническая мера γ относительно точки z_0 и множества G, при этом оптимальным методом восстановления является функционал ϕ_σ, заданный в (2)*, параметры связаны равенством* $\sigma = \ln\delta/(\ln R_2 - \ln R_1)$.

В случае, когда G — единичный круг, обозначим через $\Delta(m)$ множество кривых $\gamma \subset \Gamma$, состоящих из конечного числа дуг окружности Γ сумма длин которых не превосходит числа m, $0 < m < 2\pi$. Рассмотрим следующую задачу наилучшего выбора γ

$$\mathcal{E}(\delta, m) = \inf_{\gamma \in \Delta(m)} E(\delta, \gamma). \qquad (3)$$

Теорема 2. *Нижняя грань в задаче* (2) *достигается на дуге*

$$\gamma_0 = \left\{ z \,:\, z = e^{it},\ |t - \arg z_0| < \frac{m}{2} \right\}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арестов В. В.* Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // Успехи мат. наук. 1996. Т. 51, вып. 6(312). С. 89–124.

2. *Osipenko K. Yu.* Optimal Recovery of Analytic Functions. Huntington : Nova Science Publ.Inc., 2000.

3. *Акопян Р. Р.* Наилучшее приближение оператора аналитического продолжения на классе аналитических в полосе функций // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2011. Т. 17, № 3. С. 46–54.

4. *Акопян Р. Р.* Наилучшее приближение оператора аналитического продолжения на классе аналитических в кольце функций // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2012. Т. 18, № 4, С. 3–13.

УДК 517.982.3

ТЕОРЕМА РЕЙНУОТЕРА–СИМОНСА О СЛАБОЙ СХОДИМОСТИ ДЛЯ АССОЦИИРОВАННОЙ НОРМЫ[1]

А. Р. Алимов (Москва, РФ)
alexey.alimov@gmail.com

Мы распространяем классическую теорему Рейнуотера–Симонса о слабой сходимости последовательностей на случай сходимости относительно ассоциированной (по Брауну) нормы.

Рассмотрим следующий класс пространств, введенный Франчетти и Роверси [1]:

$$(Ex\text{-}w^*s) \qquad\qquad \operatorname{ext} S^* \;\; w^*\text{-сепарабельно.}$$

(Здесь, как обычно, $\operatorname{ext} S^*$ — множество крайних точек сопряженной сферы S^*.) При этом в определении класса $(Ex\text{-}w^*s)$ мы всегда предполагаем, что

$$F = (f_i)_{i\in I} \subset \operatorname{ext} S^* \quad w^*\text{-плотно в } \operatorname{ext} S^*, \quad \operatorname{card} I \le \aleph_0, \quad F = -F.$$

Из теоремы Крейна–Мильмана понятно, что любое пространство из класса $(Ex\text{-}w^*s)$ имеет w^*-сепарабельный единичный шар B^*. Последнее условие эквивалентно тому, что X изометрично изоморфно подпространству из ℓ^∞. Характеризация пространств класса $(Ex\text{-}w^*s)$ не известна.

Класс $(Ex\text{-}w^*s)$ содержит все сепарабельные банаховы пространства (в частности, все пространства $C(Q)$ на метризуемом компакте Q) и несепарабельное пространство ℓ^∞.

Пусть пространство $X \in (Ex\text{-}w^*s)$ $F = (f_i)_{i\in I}$ — семейство функционалов из $(Ex\text{-}w^*s)$, $(\alpha_i) \subset \mathbb{R}$, $\alpha_i > 0$, $i \in I$, и пусть $\sum \alpha_i < \infty$. Для $x \in X$ положим

$$|x| = \sum_{i\in I} \alpha_i |f_i(x)|.$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00554).