шары из R^n, $n > 1$, $B_k \subset B_0$, $\operatorname{int} B_k \cap intB_j = \emptyset$ для всех $k, j \in \mathbb{N}$, $k \neq j$. Компакт $X = B_0 \setminus \left(\bigcup_{k\in\mathbb{N}} \operatorname{int} B_k \right)$ называется *шаровым компактом.*

Обозначим $I_0 = \partial B_0$, $I_k = \partial B_k$, $k \in \mathbb{N}$.

Теорема. *Пусть X — бесконечносвязный шаровой компакт, Y — его конечно- или бесконечносвязный шаровой подкомпакт (для Y роль B_0 и B_k в Определении играют, соответственно, топологические шары D_0 и D_j, $j \in M \subset \mathbb{N}$). Если $f : X \to Y$— непрерывное отображение и для любого $k \in \mathbb{N}$ существует $j(k) \in M$ такое, что $f(I_k) \subset D_{j(k)}$, причем $B_k \cap D_{j(k)} = \emptyset$, то f имеет неподвижную точку в X.*

В плоском случае в формулировке теоремы шаровые компакты будут жордановыми компактами, т. е. в Определении B_k и B_0 — замыкания соответствующих жордановых областей.

Источники: [4], [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ding T.* Approaches to the qualitative theory of ordinary differential equations // Peking University Series in Mathematics 3. Hackensack, NJ : World Scientific, 2007.

2. *Paskoletti A., Zanolin F.* A topological approach to bend-twist maps with applications // Intern. J. Differ. Equ. 2011. Art.ID 612041. 20 p.

3. *Lefschetz S.* Intersections and transformations of complexes and manifolds // Trans. Amer. Math. Soc. 1926. Vol. 28. № 1. P. 1–49.

4.*Kirillov A., Starkov V.* Some extensions of the Poincare–Birkhoff theorem // J. of Fixed Point Theory and Applications. 2013. Vol. 13, № 2. P. 611—625.

5. *Kirillov A., Starkov V.* Fixed points of infinitely connected domain continuous mappings// Fixed Point Theory. 2014.

УДК 517.94

ОЦЕНКА СНИЗУ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ОПЕРАТОРА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ В $L^2(\mathbb{R}_+)$ С ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ $y'(0) = 0$[1]

А. И. Козко, А. Ю. Попов (Москва, РФ)

prozerpi@yahoo.co.uk

Исследуется нижняя граница дискретного спектра оператора $\mathbf{L}_q$ в пространстве $L^2(\mathbb{R}_+)$, задаваемого дифференциальным выражением

[1]Работа А. И. Козко выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 13-01-00022).

$-y'' + q(x)y$ и граничным условием $y'(0) = 0$. Предполагается, что $q \in L(\mathbb{R}_+)$. В этом случае спектр оператора $\mathbf{L}_q$ (обозначим его через σ_q) состоит из непрерывной части — луча $(0; +\infty)$ и дискретной части, которая либо пуста, либо является конечным множеством отрицательных чисел (собственных значений) [1, гл. 5, с. 129].

Ставится следующая задача. Дано положительное число V. Требуется найти

$$\inf\{\sigma_q \,:\, \|q\|_{L(\mathbb{R}_+)} \le V\}, \tag{1}$$

$$\inf\{\sigma_q \,:\, \|q_-\|_{L(\mathbb{R}_+)} \le V\}. \tag{2}$$

В. А. Марченко [2] доказал (это потребовалось ему в качестве вспомогательного утверждения), что величина (1) не меньше $-2V^2$. Нами экстремумы (1), (2) найдены точно.

Для операторов Штурма–Лиувилля в $L^2(0,1)$ с граничными условиями на концах отрезка $[0,1]$ аналогичные задачи активно изучались в работах многих математиков. Процитируем [3]–[6]. Большой литературы по этому вопросу имеется в [3].

Основным результатом работы является

Теорема 1. *При любом $V > 0$ справедливы равенства*

$$\inf\{\sigma_q \,:\, \|q\|_{L(\mathbb{R}_+)} \le V\} = -V^2,$$
$$\inf\{\sigma_q \,:\, \|q_-\|_{L(\mathbb{R}_+)} \le V\} = -V^2.$$

Из теоремы 1 можно сделать вывод, что собственные значения оператора $\mathbf{L}_q$ оцениваются снизу величиной $-\left(\int_0^{+\infty} q_-(x)\,dx\right)^2$.

В случае, когда потенциал q отрицателен и возрастает, нами получена более тонкая оценка снизу собственных чисел оператора $\mathbf{L}_q$.

Через $\mu(q)$ обозначим корень уравнения

$$\int_0^{+\infty} q_-(t)e^{-\mu t}\,dt - \mu = 0. \tag{3}$$

Корень существует и единственен, поскольку левая часть уравнения (3) положительна в точке $\mu = 0$, непрерывна и убывает на луче $0 \le \mu < +\infty$ и стремиться к $-\infty$ при $\mu \to +\infty$. Очевидно неравенство $\mu(q) < \int_0^{+\infty} q_-(t)\,dt$.

Теорема 2. *Если потенциал $q \in L(0,+\infty)$ отрицателен и возрастает на $(0,+\infty)$, то все собственные значения оператора $\mathbf{L}_q$ больше, чем $-\mu^2(q)$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Титчмарш Э. Ч.* Разложение по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка : в 2 т. Т. 1. М. : Изд-во иностр. лит., 1960.

2. *Марченко В. А.* Оценка остаточного члена в асимптотической формуле для спектральной функции оператора Штурма–Лиувилля // Теория функций, функцион. анализ и их прил. 1991. Вып. 56. С. 14–29.

3. *Егоров Ю. В., Кондратьев В. А.* Об оценках первого собственного значения в некоторых задачах Штурма–Лиувилля // УМН. 1996. Т. 51, № 3(309). С. 73—144.

4. *Винокуров В. А., Садовничий В. А.* О границах изменнения собственого значения при изменении потенциала // Докл. АН. 2003. Т. 392, № 5. С. 592–597.

5. *Ежак С. С.* Об оценках минимального собственого значения одной задачи Штурма–Лиувилля // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41. С. 1577–1578.

6. *Карулина Е. С.* Об оценках минимального собственного значения задачи Штурма–Лиувилля с интегральным условием на потенциал и краевыми условиями третьего типа // Научные ведомости Белгород. гос. ун-та. Сер. Математика. Физика. 2011. Т. 118, № 23, вып. 25. С. 60–75.

УДК 517.54

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АКЦЕССОРНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ИНТЕГРАЛЕ КРИСТОФФЕЛЯ–ШВАРЦА ДЛЯ СЧЕТНОУГОЛЬНИКА С ДВОЙНОЙ СИММЕТРИЕЙ

И. А. Колесников (Томск, РФ)
ia.kolesnikov@mail.ru

В задачах математической физики находят приложения конформные отображения полуплоскости на области с симметрией переноса.

Определение 1. *Счетноугольником с двойной симметрией* будем называть односвязную область Δ типа полуплоскости, с симметрией относительно прямой $\{w \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} w = 0\}$, симметрией относительно прямой $\{w \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} w = \pi\}$, и такую, что часть границы области Δ от точки w_0 до точки $w_0+2\pi$ состоит из конечного числа прямолинейных отрезков и лучей.

Определение 1 эквивалентно определению счетноугольника с двойной симметрией данному в [1].

Пусть Δ — счетноугольник с двойной симметрией. Конечную точку ih_1, где $h_1 = \max\{w \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} w = 0, w \in \partial\Delta\}$, будем считать вершиной счетноугольника Δ, обозначим ее B_1^0. Если бесконечно