СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голубов Б. И.* Определение скачка функции ограниченной p-вариа-ции по ее ряду Фурье // Мат. заметки. 1972. Т. 12(1). С. 19–28.

2. *Wiener N.* The quadratic variation of a function and its Fourier coeffi-cients // J. Math. Phys. 1924. V. 3. P. 72–94.

3. *Fejer L.* Über die Bestimmung des Sprunges der Funktion aus Fourier-reihe // J. Reine Angew. Math. 1912. Vol. 142, № 1. P. 165–188.

4. *Czillag P.* Über die Fourierkonstanten einer Funktion von Beschränkter Schwankung // Mat. Phys. Lapok. 1918. Vol. 27. P. 301–308.

5. *Зигмунд А.* Тригонометрические ряды : в 2 т. Т. 1. М. : Мир, 1965. 540 с.

6. *Avdispahiĉ M.* On the determination of the jump of a function by its Fourier series // Acta Math. Hung. 1986. Vol. 48, № 3–4. P. 267–271.

7. *Kvernadze G.* Determination of the jumps of a bounded function by its Fourier series // J. Approx. Theory. 1998. Vol. 92, № 2. P. 167–190.

8. *Waterman D.* On convergence of Fourier series of functions of generalized bounded variation // Studia Math. 1972. Vol. 44, № 2. P. 107–117.

9. *Schramm M.* Functions of Φ-bounded variation and Riemann-Stiltjes integration // Trans. Amer. Math. Soc. 1985. Vol. 287, № 1. P. 49–63.

УДК 517.5

ПОЛНОТА СИСТЕМ ПРОИЗВОДНЫХ ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ И ГИПЕРЦИКЛИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ[1]

В. Э. Ким (Уфа, РФ)
kim@matem.anrb.ru

Пусть $G \subset \mathbb{C}$ — выпуклая область, $H(G)$ — пространство функций голоморфных в области G. В данном сообщении мы доказываем следующий результат.

Теорема 1. *Пусть $T : H(G) \to H(G)$ — линейный непрерывный оператор, такой что $\ker T \neq \{0\}$ и выполняется коммутационное соотношение $[T, D] = \hat{a}$, где D — оператор дифференцирования, $a \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ — произвольная константа, $\hat{a}$ – оператор умножения на константу a. Пусть $f \in \ker T$, $f \not\equiv 0$. Тогда система производных $\{f^{(n)}, n = 0, 1, \cdots\}$ полна в пространстве $H(G)$.*

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00572).

Отметим, что вопросы полноты систем производных голоморфных функций изучались многими математиками (см., например, [1]–[3]).

В качестве приложения теоремы 1 мы доказываем теорему 2, имеющую отношение к теории гиперциклических операторов. Линейный непрерывный оператор Φ на топологическом векторном пространстве X называется гиперциклическим, если найдется такой элемент $x \in X$, что его орбита $\{\Phi^n x,\ n = 0, 1, \cdots\}$ плотна в X. Более подробные сведения о гиперциклических операторах можно найти, например, в обзорной статье [4] и книге [5].

Теорема 2. *Пусть оператор T удовлетворяет условиям Теоремы 1. Тогда T — гиперциклический оператор.*

Замечание 1. В случае $G = \mathbb{C}$ аналоги теорем 1 и 2 были получены ранее автором в [6].

Замечание 2. В теоремах 1 и 2 рассматривается константа $a \neq 0$. Отметим, что линейный непрерывный оператор T на $H(\mathbb{C})$, отличный от оператора умножения на константу и удовлетворяющий коммутационному соотношению $[T, D] = 0$, является гиперциклическим согласно известной теореме Годфруа–Шапиро [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Громов В. П.* О полноте систем производных аналитической функции // Изв. РАН. Сер. матем. 1961. Т. 25, № 4. С. 543–556.

2. *Казьмин Ю. А.* О полноте одной системы аналитических функций. I, II // Вестн. МГУ. 1960. № 5. С. 3–13. № 6. С. 11–19.

3. *Попов А. Ю.* О полноте редких подпоследовательностей ... // Изв. РАН. Сер. матем. 2004. Т. 68, № 5. С. 189–212.

4. *Grosse-Erdmann K.-G.* Universal families and hypercyclic operators // Bull. Amer. Math. Soc. 1999. Vol. 36, № 3. P. 345–381.

5. *Bayart F., Matheron E.* Dynamics of linear operators. Cambridge Univ. Press, 2009.

6. *Kim V. E.* Commutation relations and hypercyclic operators // Arch. Math. (Basel). 2012. Vol. 99, № 3. C. 247–253.

7. *Godefroy G., Shapiro J. H.* Operators with dense, invariant, cyclic vector manifolds // J. Funct. Anal. 1991. Vol. 98, № 2. P. 229–2691.