

С. А. Крейс (Саратов)
KreisSA@info.sgu.ru
ФРЕЙМЫ И ГРУППЫ ОПЕРАТОРОВ¹

В работе рассматриваются свойства групп операторов, связанные с фреймами в банаховых пространствах.

Определение. Пусть X — банахово пространство. Семейство операторов $\{T_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ называется *периодической однопараметрической группой линейных ограниченных операторов* в X , если выполняются условия:

- 1) $T_{t+s} = T_t T_s$ и $T_0 = I_X$;
- 2) $T_t x \rightarrow x$ при $t \rightarrow 0$ для всех $x \in X$;
- 3) $\|T_t x\| \equiv \|x\|$ для всех $t \in \mathbb{R}$ и $x \in X$;
- 4) $T_{t+2\pi} = T_t$, $t \in \mathbb{R}$.

Мы рассматриваем следующую задачу. Дана система ненулевых элементов $\{x_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ банахова пространства X . Требуется построить периодическую однопараметрическую группу линейных ограниченных операторов в X такую, что $Ax_k = ikx_k$, $k \in \mathbb{Z}$, где A — производящий оператор группы. Если $\{x_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ является безусловным базисом пространства X , то искомое построение возможно (см. [1]).

В настоящей работе нами исследуется вопрос о существовании периодической группы операторов в ситуации когда данная система $x_{k \in \mathbb{Z}}$ образует кросс-фрейм (см. [2]).

Теорема. Пусть задан кросс-фрейм $\{x_n\}, \{y_n\}$ в банаховом пространстве X , не являющийся базисом в X . Пусть $\lambda = \{\lambda_n\}$ — последовательность вещественных чисел. Тогда не существует такой 2π -периодической одно-параметрической сильно непрерывной равномерно ограниченной группы операторов $\{T_t\}_{t \in \mathbb{R}}$, что $T_t x_n = e^{i\lambda_n t} x_n$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецова Т. А. Ограниченная группа операторов и теория приближений в комплексных областях // Вычислительные методы и программирование : межвуз. сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981. С. 53–62.
2. Крейс С. А. Альтернативные дуальные фреймы в банаховых пространствах // Математика. Механика : сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2009. Вып. 11. С. 36–38.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 10-01-00097-а) и гранта Президента РФ для молодых российских ученых (проект МД-300.2011.1)