3. *Edmunds D. E., Krbec M.* Two limiting cases of Sobolev Imbeddings // Houcton J. Math. 1995. Vol. 21. P. 119–128.

Г. Г. Кошелева (Москва)
gkosheleva@mail.ru

СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ РЯДА ФУРЬЕ В КАЖДОЙ ТОЧКЕ

Одним из самых важных вопросов гармонического анализа является выяснение скорости сходимости ряда Фурье разлагаемой функции. Эту скорость изучают в различных метриках, в частности, в метрике $C[-\pi, \pi]$. Рассмотрим, например, классы $\mathrm{Lip}\,\alpha$ при $\alpha \in (0, 1)$. Как известно, скорость сходимости ряда Фурье такой функции в метрике $C[-\pi, \pi]$ не может быть быстрее, чем $n^{-\alpha}$. Если коэффициенты Фурье при этом монотонны, то «плохой» точкой является 0 (с учетом периодичности), а в остальных точках ряд Фурье сходится быстрее. Нетрудно построить пример лакунарного ряда, скорость сходимости которого одинакова во всех точках отрезка. Здесь мы укажем простой пример функции класса $\mathrm{Lip}\,\alpha$, имеющей одинаковую скорость сходимости в каждой точке, и такой, что модули ее коэффициентов Фурье монотонно невозрастают.

Пусть $T = [-\pi, \pi]$, $t \in T$ и $x = e^{it}$. Через $\{P_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$ обозначим последовательностей полиномов Рудина – Шапиро ([1, 2]).

Теорема. *Пусть $\alpha \in (0, 1)$ и функция*

$$f(t) = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} 2^{-k(\alpha+\frac{1}{2})} P_k(e^{it}) e^{i2^k t}.$$

Тогда $f(t) \in \mathrm{Lip}\,\alpha$, модули ее коэффициентов Фурье монотонно невозрастают и функция

$$\varphi(t) = \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{|f(t) - S_n(f; t)|}{n^{-\alpha}} \in (0, \infty)$$

при всех $t \in T$.

Работа выполнена в МГППУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shapiro H. S.* Extremal problems for polynomials and power series // Thesis for S. M. Degree, Massachusetts Institute of Technology, 1951.

2. *Rudin W.* Some theorems on Fourier coefficients // Proc. Amer. Math. Soc. 1959. Vol. 10. P. 855-–859.