где функции A_1 и A_2 непрерывны вместе с частными производными до второго порядка включительно в треугольниках $0 \le x \le 1$, $0 \le t \le 1-x$ и $0 \le x \le 1$, $1-x \le t \le 1$ соответственно, причем

$$A_1(x,1-x) - A_2(x,1-x) \equiv 1.$$

С использованием общей теории интегральных операторов с ядрами, разрывными на ломаных [1], для операторов вида (1) получена следующая теорема равносходимости.

Теорема. *Пусть оператор A обратим. Тогда при выполнении условия*

$$A_1(0,t) \pm iA_2(1,t) \notin R_{A^*} \tag{2}$$

(R_{A^*} — область значений интегрального оператора, ядро которого сопряжено ядру оператора A)
для любой функции $f(x) \in L[0,1]$ и любого $\delta \in (0,1/2)$ справедливо соотношение

$$\lim_{r\to\infty} \max_{\delta \le x \le 1-\delta} |S_r(f,x) - \sigma_r(f,x)| = 0,$$

где $S_r(f,x)$ — частичная сумма ряда Фурье функции f по собственным и присоединенным функциям оператора A для тех характеристических чисел, модуль которых меньше r; $\sigma_r(f,x))$ — частичная сумма тригонометрического ряда Фурье по системе $\{e^{i2\pi kx}\}_{k=-\infty}^{\infty}$ для тех k, для которых $|2k\pi| < r$.

Замечание. Отметим следующий частный случай: если существуют числа c_1 и c_2 такие, что $c_1A_1(0,t) + c_2A_2(1,t) \equiv 0$, то условие (2) можно заменить условием $c_1^2 + c_2^2 \ne 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А.П.* Интегральные операторы с ядрами, разрывными на ломаных // Мат. сб. 2006. Т. 197, № 11. С. 115–142.

О. А. Королева (Саратов)
korolevaoart@yandex.ru

О СХОДИМОСТИ СРЕДНИХ РИССА ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Рассмотрим интегральный оператор: $y = Af = \int\limits_0^1 A\,(x,t)\ f(t)\,dt$. Обозначим: $A_1(x,t) = A(x,t)$, если $\{0 \le t \le 1/2 - x,\ 0 \le x \le 1/2\}$, $A_2(x,t) = A(x,t)$, если $\{1/2 + x \le t \le 1,\ 0 \le x \le 1/2\}$, $A_3(x,t) = A(x,t)$, если $\{0 \le t \le -1/2 + x,\ 1/2 \le x \le 1\}$, $A_4(x,t) = A(x,t)$, если $\{3/2 - x \le t \le 1,\ 1/2 \le x \le 1\}$, $A_5(x,t) = A(x,t)$, если $\{1/2 - x \le \le t \le 1/2 + x,\ 0 \le x \le 1/2\}$ и $\{-1/2 + x \le t \le 3/2 - x,\ 1/2 \le x \le 1\}$.

Предположим, что $A_i(x,t), \quad i = \overline{1,5}$ непрерывно-дифференцируемые в своих областях, причем $A_5(x, \frac{1}{2} - x - 0) - A_1(x, \frac{1}{2} - x + 0) = a$, $A_5(x, \frac{1}{2} + x + 0) - A_2(x, \frac{1}{2} + x - 0) = b$, $A_5(x, -\frac{1}{2} + x + 0) - A_3(x, -\frac{1}{2} + x - 0) = c$, $A_5(x, \frac{3}{2} - x - 0) - A_4(x, \frac{3}{2} - x + 0) = d$, где a, b, c, d — постоянные. Частный случай такого оператора впервые рассматривался в [1].

В качестве обобщенных средних Рисса будем брать интегралы

$$J_r(f,x) = -\frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|\lambda|=r} g(\lambda, r) R_\lambda f d\lambda,$$

где $R_\lambda f$ — резольвента Фредгольма оператора A, а $g(\lambda, r)$ удовлетворяет условиям а), б), г) из [2], и условию, аналогичному условию в). Основной результат:

Теорема. *Соотношение*

$$\lim_{r\to\infty} \|f(x) + J_r(f,x)\|_{C[0,1]} = 0$$

имеет место тогда и только тогда, когда: а) $f(x) \in C[0,1]$,
б) $\left(f(x), f\left(\frac{1}{2} + x\right), f\left(\frac{1}{2} - x\right), f\left(1 - x\right)\right)^T$ *удовлетворяет условию:*

$$\tilde{M}_0\, u(0) + \tilde{M}_1\, u\left(\frac{1}{2}\right) + \int\limits_0^{\frac{1}{2}} \tilde{\Omega}(t)\, u(t)\, dt = 0$$

где $\tilde{M}_0$, $\tilde{M}_1$ — некоторые постоянные матрицы, $\tilde{\Omega}(x)$ — некоторая матрица с непрерывными компонентами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А. П.* Интегральные операторы с ядрами, разрывными на ломаных линиях // Мат. сб. 2006. Т. 197, № 11. С. 115–142.

2. *Бурлуцкая М. Ш., Хромов А. П.* О сходимости средних Рисса разложений по собственным функциям функционально-дифференциального оператора на графе-цикле // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2007. Т. 7 Сер. Математика. Механика. Информатика. Вып. 1. С. 3–8.