А. Копжасарова (Шымкент),
А. Л. Лукашов (Стамбул, Саратов),
А.М. Сарсенби (Шымкент)
LukashovAL@info.sgu.ru

БАЗИСНОСТЬ РИССА СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Рассмотрим следующую несамосопряженную возмущенную спектральную задачу

$$u'(-x) + \alpha u'(x) = \lambda u(x), \quad -1 < x < 1, \qquad (1)$$

$$u(-1) = \gamma u(1), \qquad (2)$$

где λ — спектральный параметр, α, γ комплексные числа.

Теорема *Если $\alpha^2 \neq 1$, $\gamma \neq \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 1}$, то система собственных функций задачи* (1), (2) *образует базис Рисса в* $L_2(-1, 1)$.

Заметим, что в случае $\alpha = 0$ вопросы самосопряженности, вольтерровости и базисности собственных функций (невозмущенной) спектральной задачи (1), (2) были решены в [1].

Аналогичный результат справедлив и для других видов возмущений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Садыбеков М. А., Сарсенби А. М.* Решение основных спектральных вопросов всех краевых задач для одного дифференциального уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом // Узбек. мат. журн. 2007. Вып. 3. С.88–94.

В. В. Корнев (Саратов)
KornevVV@info.sgu.ru

О СХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЙ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С РАЗРЫВНЫМ ЯДРОМ[1]

Рассмотрим интегральный оператор

$$Af = \int_0^{1-x} A_1(x,t) f(t)\, dt + \int_{1-x}^{1} A_2(x,t) f(t)\, dt, \qquad (1)$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).

где функции A_1 и A_2 непрерывны вместе с частными производными до второго порядка включительно в треугольниках $0 \le x \le 1$, $0 \le t \le 1-x$ и $0 \le x \le 1$, $1-x \le t \le 1$ соответственно, причем

$$A_1(x, 1-x) - A_2(x, 1-x) \equiv 1.$$

С использованием общей теории интегральных операторов с ядрами, разрывными на ломаных [1], для операторов вида (1) получена следующая теорема равносходимости.

Теорема. *Пусть оператор A обратим. Тогда при выполнении условия*

$$A_1(0,t) \pm iA_2(1,t) \notin R_{A^*} \tag{2}$$

(R_{A^*} — область значений интегрального оператора, ядро которого сопряжено ядру оператора A)
для любой функции $f(x) \in L[0,1]$ и любого $\delta \in (0, 1/2)$ справедливо соотношение

$$\lim_{r\to\infty} \max_{\delta \le x \le 1-\delta} |S_r(f,x) - \sigma_r(f,x)| = 0,$$

где $S_r(f,x)$ — частичная сумма ряда Фурье функции f по собственным и присоединенным функциям оператора A для тех характеристических чисел, модуль которых меньше r; $\sigma_r(f,x))$ — частичная сумма тригонометрического ряда Фурье по системе $\{e^{i2\pi kx}\}_{k=-\infty}^{\infty}$ для тех k, для которых $|2k\pi| < r$.

Замечание. Отметим следующий частный случай: если существуют числа c_1 и c_2 такие, что $c_1A_1(0,t) + c_2A_2(1,t) \equiv 0$, то условие (2) можно заменить условием $c_1^2 + c_2^2 \ne 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хромов А.П.* Интегральные операторы с ядрами, разрывными на ломаных // Мат. сб. 2006. Т. 197, № 11. С. 115–142.

О. А. Королева (Саратов)
korolevaoart@yandex.ru

О СХОДИМОСТИ СРЕДНИХ РИССА ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Рассмотрим интегральный оператор: $y = Af = \int\limits_0^1 A(x,t)\ f(t)\,dt$. Обозначим: $A_1(x,t) = A(x,t)$, если $\{0 \le t \le 1/2 - x,\ 0 \le x \le 1/2\}$, $A_2(x,t) = A(x,t)$, если $\{1/2 + x \le t \le 1,\ 0 \le x \le 1/2\}$, $A_3(x,t) = A(x,t)$, если $\{0 \le t \le -1/2 + x,\ 1/2 \le x \le 1\}$, $A_4(x,t) = A(x,t)$,