В. С. Колесников (Иваново)
vswheell@mail.ru

О СХОДИМОСТИ В МЕТРИКЕ L ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ ПОЛИНОМОВ

Пусть $f \in C_{2\pi}$, $T = \{x_{k,n}\}$, матрица узлов $x_{k,n} = \dfrac{2k\pi}{2n+1}$, $-n \le k \le n$, $n = 1, 2, \ldots$.

Последовательность a_k называется квазимонотонной, если для некоторого $\alpha \ge 0$ числа $\frac{a_k}{k^\alpha}$ монотонно убывают. При $\alpha = 0$ получаем монотонные последовательности.

Пусть

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos{(kx)}, \tag{1}$$

Если ряд (1) есть ряд Фурье функции $f(x)$, то обозначим

$$T_n(f;x) = \frac{a_0^n}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k^n \cos{(kx)},$$

— тригонометрические интерполяционные полиномы функции $f(x)$ по равноотстоящим узлам $x_{k,n}$.

Теорема 1. *Если $a_n \downarrow 0$ и a_n выпукла или хотя бы квазивыпукла, то полиномы $T_n(f;x)$ сходятся к функции $f(x)$ в метрике L.*

Теорема 2. *Если $a_n \downarrow 0$, $a_n = o\left(\dfrac{1}{\ln n}\right)$, ряд (1) есть ряд Фурье функции $f(x)$, то полиномы $T_n(f;x)$ сходятся к функции $f(x)$ в метрике L.*

Теорема 3. *Если последовательность a_n квазимонотонна, $a_n = o\left(\dfrac{1}{\ln^2 n}\right)$, и ряд (1) есть ряд Фурье функции $f(x)$, то полиномы $T_n(f;x)$ сходятся к функции $f(x)$ в метрике L.*

Получены также результаты для рядов Фурье по синусам.

Н. Е. Комиссарова (Саратов)
nataliyakomissarov@yandex.ru

О СХОДИМОСТИ РЯДОВ ФУРЬЕ – ХААРА В ПРОСТРАНСТВАХ L_p НА КОМПАКТНЫХ НУЛЬМЕРНЫХ ГРУППАХ[1]

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00097-а).

Пусть $(G, \dot{+})$ — коммутативная компактная группа, топология в которой задана системой вложенных подгрупп

$$G = G_0 \supset G_1 \supset \dots \supset G_n \supset G_{n+1} \supset \dots \tag{1}$$

таких, что $\bigcap\limits_{n=0}^{\infty} G_n = \{0\}, (G_n/G_{n+1})^\sharp = p_n$, где p_n — простые числа. Обозначим $m_0 = 1$, $m_{n+1} = m_n p_n$.

В [1] были определены функции Хаара H_{jm_n+k} ($j = \overline{1, p_n - 1}$, $k = \overline{0, m_n - 1}$) равенствами

$$H_0 \equiv 1, H_{jm_n+k}\left(x\right) = \sqrt{m_n} r_n^j \left(x \dot{-} g\right) \mathbf{1}_{G_n \dot{+} g}\left(x\right),$$

где $g \in G$ и $k \in \mathbb{N}_0$ связаны соотношениями

$$g = a_0 g_0 \dot{+} a_1 g_1 \dot{+} \dots \dot{+} a_{n-1} g_{n-1} \Leftrightarrow k = a_0 m_0 + a_1 m_1 + \dots + a_n m_n$$

$\left(a_i = \overline{0, p_i - 1}\right)$, $\mathbf{1}_{G_n \dot{+} g}(x)$ - характеристическая функция множества $G_n \dot{+} g$. Функции H_0, H_{jm_n+k} образуют ортонормированную систему функций на G.

Если $f \in L^p(G)$, выражение

$$\omega_n(f, p) = \sup_{x \in G_n} \left(\int\limits_G \left| f(t) - f(t \dot{+} x) \right|^p d\mu(t) \right)^{\frac{1}{p}}$$

назовём интегральным модулем непрерывности функции f в пространстве L^p.

Теорема. *Справедливо неравенство*

$$\| f - S_N \|_p \leq \left(1 + (p_n - 1) p_n^{\frac{1}{p}} \right) \omega_n(f, p), 1 < p < \infty.$$

Следствие 1. *Если p_n ограничены в совокупности, то система Хаара — базис в пространстве $L^p(G)$, $1 < p < \infty$.*

Следствие 2. *Если p_n неограничены и $\omega_n(f, p) = \bar{\bar{o}} \left(\frac{1}{1 + (p_n - 1) p_n^{\frac{1}{p}}} \right)$, то ряд Фурье – Хаара функции $f \in L^p(G)$, $1 < p < \infty$, сходится равномерно на G.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукомский С. Ф.* О рядах на компактной нульмерной группе // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2009. Т. 9. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 1. С. 14–19.

2. *Кашин Б. С., Саакян А. А.* Ортогональные ряды. М.: Изд-во АФЦ, 1999. 560 с.