ности, исследованиям таких задач для уравнений гиперболического типа посвящены многочисленные работы В. А. Ильина, Е. А. Моисеева и их учеников. Рассматривалось граничное управление для волнового [1] и телеграфного уравнений [2]. В [3] было получено решение задачи граничного управления для системы волновых уравнений. В настоящей работе рассмотрена задача об успокоении для уравнения, которое возникает при описании малых колебаний движущегося гибкого стержня [4].

Пусть в прямоугольнике $Q = [0, l] \times [0, T]$ задано уравнение в частных производных гиперболического типа

$$u_{tt} + 2bu_{xt} + cu_{xx} = 0,$$

где $b$, $c$— некоторые постоянные, $b^2 - c > 0$, и выполняются условия

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

$$u(x, T) = 0, \quad u_t(x, T) = 0, \quad 0 \leq x \leq l.$$

В работе для данной задачи о полном успокоении построены в явном виде управления $\mu(t) = u(0, t)$ и $\nu(t) = u(l, t)$ при $0 \leq t \leq T$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильин В. А.* Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения. 2000. Т. 36, № 11. С. 1513–1528.

2. *Ильин В. А., Моисеев Е. И.* Граничное управление на двух концах процессом, описываемым телеграфным уравнением // Докл. АН. 2004. Т. 394, № 2. С. 154–158.

3. *Андреев А. А., Лексина С. В.* Задача граничного управления для системы волновых уравнений // Вестник СамГТУ. Сер. Физико-математические науки. 2008. № 1(16). С. 5–10.

4. *Светлицкий В. А.* Механика гибких стержней и нитей. М.: Машиностроение, 1978.

**И. А. Козлова (Калуга)**
**Irena1983.83@mail.ru**

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИИ БОЛЬЦАНО МНОГОЧЛЕНАМИ БЕРНШТЕЙНА

В работе [1] рассматривались многочлены Бернштейна $B_n(x)$ для функции Больцано $f(x)$. В настоящей работе дается оценка погрешности приближения функции Больцано многочленами Бернштейна.

Используем тождества:

$$B_n(1;x)=\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k (1-x)^{n-k}=1. \tag{1}$$

$$B_n(t;x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{k}{n}C_n^k x^k(1-x)^{n-k}=x, \quad B_n(t^2;x)=x^2+\frac{x-x^2}{n}.$$

Из этих тождеств следует, что

$$\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{k}{n}-x\right)^2 C_n^k x^k(1-x)^k=\frac{x-x^2}{n}. \tag{2}$$

Умножая (1) на $f(x)$ и вычитая $B_n(x)$, получим

$$f(x)-B_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\left[f(x)-f\left(\frac{k}{n}\right)\right]C_n^k x^k(1-x)^{n-k}=\sum{}'+\sum{}'',$$

где в $\sum'$ суммирование распространяется на те значения $k$, для которых $\left|\frac{k}{n}-x\right|\leqslant\frac{1}{\sqrt[4]{n}}$, а суммирование $\sum''$—на остальные значения $k$. Так как $|f(x)|\leqslant 1$ и $x-x^2\leqslant 1/4$ на $[0;1]$, то в силу соотношения (2)

$$\left|\sum{}''\right|\leqslant 2\sum{}'' C_n^k x^k(1-x)^{n-k}<2\sqrt{n}\frac{x-x^2}{n}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{n}},$$

Используя (1) и то, что $\omega\left(f;\frac{1}{\sqrt[4]{n}}\right)=\omega(f;\delta)$, $f(x)\in \mathrm{Lip}_4\frac{1}{2}$, получаем

$$\left|\sum{}'\right|\leqslant\sum_{|k/n-x|\leqslant 1/\sqrt[4]{n}}\left|f(x)-f\left(\frac{k}{n}\right)\right|C_n^k x^k(1-x)^{n-k}\leqslant 4\left(\frac{1}{\sqrt[4]{n}}\right)^{1/2}=\frac{4}{\sqrt[8]{n}}.$$

Таким образом,

$$|f(x)-B_n(x)|<\frac{4}{\sqrt[8]{n}}+\frac{1}{2\sqrt{n}}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Козлова И. А.* Построение многочленов Бернштейна для функции Больцано// Современные методы теории функций и их смежные проблемы : тез. докл. Воронеж. зимней мат. шк. Воронеж, 2011. С. 172.