Е. С. Климова, С. Я. Новиков (Самара)
nvks@ssu.samara.ru

ТЕОРЕМА КАДЕЦА ОБ 1/4 И ФРЕЙМЫ

Пусть $\Lambda = \{\lambda_k\}_{k\in\mathbf{Z}}$ — последовательность вещественных чисел. М. И. Кадец [1] доказал: если $\sup_{k\in\mathbf{Z}}|\lambda_k - k| < 1/4$, то $\{e^{i\lambda_k x}\}$ — базис Рисса в $L^2(-\pi,\pi)$. Точность константы 1/4 обусловлена примером Левинсона [2], в котором

$$\lambda_k = \begin{cases} k - \frac{1}{4}, \text{ если } k > 0, \\ k + \frac{1}{4}, \text{ если } k < 0, \\ 0, \text{ если } k = 0, \end{cases}$$

и последовательность $\{e^{i\lambda_k x}\}$ полна в $L^2(-\pi,\pi)$, но не является базисом Рисса. Вопрос о том, является ли последовательность примера Левинсона фреймом, оставался открытым.

Доказана теорема, из которой следует, что ответ на этот вопрос отрицателен.

Теорема. *Пусть $\{\lambda_k\}$ — последовательность вещественных чисел такая, что $sup \mid \lambda_k - k \mid = \frac{1}{4}$. Тогда либо $\{e^{i\lambda_k x}\}_{k\in\mathbb{Z}}$ — базис Рисса для $L^2(-\pi,\pi)$, либо $\{e^{i\lambda_k x}\}$ не является фреймом в $L^2(-\pi,\pi)$.*

Объединяя теорему с результатами K. Seip [3], имеем: комплексные экспоненты с показателями примера Левинсона образуют фрейм в пространстве $L^2(-\gamma,\gamma)$ для $\gamma < \pi$, и неполную базисную последовательность Рисса в $L^2(-\gamma,\gamma)$ для $\gamma > \pi$. Для $\gamma = \pi$ имеем полную последовательность, которая не является фреймом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кадец М. И.* Точное значение постоянной Палея-Винера.// Доклады Академии наук СССР. 1964. Т. 155(6). С. 1253–1254

2. *Levinson N.* On non-harmonic Fourier series // Annals of Math. 1936. Vol. 37, № 4. P. 919–936.

3. *Seip K.* On the connection between exponential bases and certain related sequencrs in $L^2(-\pi,\pi)$ // J. Funct.Anal. 1995. Vol. 130. P. 131–160.

Е. А. Козлова (Самара)
leni2006@mail.ru

ЗАДАЧА О ПОЛНОМ УСПОКОЕНИИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, СОДЕРЖАЩЕГО СМЕШАННУЮ ПРОИЗВОДНУЮ

Одним из наиболее интересных направлений в теории уравнений с частными производными является изучение задач управления. В част-