Е. С. Климова, С. Я. Новиков (Самара)
nvks@ssu.samara.ru

ТЕОРЕМА КАДЕЦА ОБ 1/4 И ФРЕЙМЫ

Пусть $\Lambda = \{\lambda_k\}_{k\in\mathbf{Z}}$ — последовательность вещественных чисел. М. И. Кадец [1] доказал: если $\sup_{k\in\mathbf{Z}}|\lambda_k - k| < 1/4$, то $\{e^{i\lambda_k x}\}$ — базис Рисса в $L^2(-\pi,\pi)$. Точность константы 1/4 обусловлена примером Левинсона [2], в котором

$$\lambda_k = \begin{cases} k-\frac{1}{4}, \text{ если } k>0, \\ k+\frac{1}{4}, \text{ если } k<0, \\ 0, \text{ если } k=0, \end{cases}$$

и последовательность $\{e^{i\lambda_k x}\}$ полна в $L^2(-\pi,\pi)$, но не является базисом Рисса. Вопрос о том, является ли последовательность примера Левинсона фреймом, оставался открытым.

Доказана теорема, из которой следует, что ответ на этот вопрос отрицателен.

Теорема. *Пусть $\{\lambda_k\}$ — последовательность вещественных чисел такая, что $sup \mid \lambda_k - k \mid = \frac{1}{4}$. Тогда либо $\{e^{i\lambda_k x}\}_{k\in\mathbb{Z}}$ — базис Рисса для $L^2(-\pi,\pi)$, либо $\{e^{i\lambda_k x}\}$ не является фреймом в $L^2(-\pi,\pi)$.*

Объединяя теорему с результатами K. Seip [3], имеем: комплексные экспоненты с показателями примера Левинсона образуют фрейм в пространстве $L^2(-\gamma,\gamma)$ для $\gamma<\pi$, и неполную базисную последовательность Рисса в $L^2(-\gamma,\gamma)$ для $\gamma>\pi$. Для $\gamma=\pi$ имеем полную последовательность, которая не является фреймом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кадец М. И.* Точное значение постоянной Палея-Винера.// Доклады Академии наук СССР. 1964. Т. 155(6). С. 1253–1254

2. *Levinson N.* On non-harmonic Fourier series // Annals of Math. 1936. Vol. 37, № 4. P. 919–936.

3. *Seip K.* On the connection between exponential bases and certain related sequencrs in $L^2(-\pi,\pi)$ // J. Funct.Anal. 1995. Vol. 130. P. 131–160.

Е. А. Козлова (Самара)
leni2006@mail.ru

ЗАДАЧА О ПОЛНОМ УСПОКОЕНИИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, СОДЕРЖАЩЕГО СМЕШАННУЮ ПРОИЗВОДНУЮ

Одним из наиболее интересных направлений в теории уравнений с частными производными является изучение задач управления. В частности, исследованиям таких задач для уравнений гиперболического типа посвящены многочисленные работы В. А. Ильина, Е. А. Моисеева и их учеников. Рассматривалось граничное управление для волнового [1] и телеграфного уравнений [2]. В [3] было получено решение задачи граничного управления для системы волновых уравнений. В настоящей работе рассмотрена задача об успокоении для уравнения, которое возникает при описании малых колебаний движущегося гибкого стержня [4].

Пусть в прямоугольнике $Q = [0, l] \times [0, T]$ задано уравнение в частных производных гиперболического типа

$$u_{tt} + 2bu_{xt} + cu_{xx} = 0,$$

где b, c— некоторые постоянные, $b^2 - c > 0$, и выполняются условия

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l,$$

$$u(x, T) = 0, \quad u_t(x, T) = 0, \quad 0 \leq x \leq l.$$

В работе для данной задачи о полном успокоении построены в явном виде управления $\mu(t) = u(0, t)$ и $\nu(t) = u(l, t)$ при $0 \leq t \leq T$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильин В. А.* Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения. 2000. Т. 36, № 11. С. 1513–1528.

2. *Ильин В. А., Моисеев Е. И.* Граничное управление на двух концах процессом, описываемым телеграфным уравнением // Докл. АН. 2004. Т. 394, № 2. С. 154–158.

3. *Андреев А. А., Лексина С. В.* Задача граничного управления для системы волновых уравнений // Вестник СамГТУ. Сер. Физико-математические науки. 2008. № 1(16). С. 5–10.

4. *Светлицкий В. А.* Механика гибких стержней и нитей. М.: Машиностроение, 1978.

И. А. Козлова (Калуга)
Irena1983.83@mail.ru

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИИ БОЛЬЦАНО МНОГОЧЛЕНАМИ БЕРНШТЕЙНА

В работе [1] рассматривались многочлены Бернштейна $B_n(x)$ для функции Больцано $f(x)$. В настоящей работе дается оценка погрешности приближения функции Больцано многочленами Бернштейна.