

В системе (2)  $x, y, u_k (k = 1 \div n)$  являются функциями переменных  $\xi, \eta, t$ . Решение системы (2) представляется в виде многочленов:

$$U_k = \sum_{i=0}^{\alpha_k} u_{ki}(\xi, t)\eta^i, \quad x = \sum_{k=0}^{\gamma} x_k(\xi, t)\eta^k, \quad y = \sum_{k=0}^{\omega} y_k(\xi, t)\eta^k,$$

где  $\alpha_k, \gamma, \omega \in N$  (где  $N$  — множество натуральных чисел).

Для квазилинейных уравнений первого порядка, коэффициенты в которых являются многочленами относительно зависимых  $u_k$  и независимых  $x, y$  переменных, предложен способ определения параметров  $\alpha_k, \gamma, \omega \in N$ , для которых система дифференциальных уравнений для  $x_k(\xi, t), y_k(\xi, t), u_{ki}(\xi, t)$  является определенной или недоопределенной.

На основе предлагаемого параметрического метода построены решения полиномиального вида, проведена их классификация и указаны приложения для некоторых систем уравнений газовой динамики. В частности, получены решения простых волн.

**М. Ю. Калмыков, С. П. Сидоров (Саратов)**  
**kalmykov\_maksim@mail.ru, sidorovsp@info.sgu.ru**  
**МОМЕНТНАЯ ЗАДАЧА**  
**ДЛЯ ДИСКРЕТНОЙ НЕПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ МЕРЫ**  
**НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ<sup>1</sup>**

Пусть  $\{u_0, \dots, u_k\}$  является системой Чебышева на  $[0, 1]$ . Функция  $f$ , определенная на  $[0, 1]$ , называется выпуклой по отношению к системе  $\{u_0, \dots, u_k\}$  (мы будем записывать  $f \in C(u_0, \dots, u_k)$ ), если

$$\begin{vmatrix} u_0(t_0) & u_0(t_1) & \dots & u_0(t_{k+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_k(t_0) & u_k(t_1) & \dots & u_k(t_{k+1}) \\ f(t_0) & f(t_1) & \dots & f(t_{k+1}) \end{vmatrix} \geq 0$$

для всех точек  $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_{k+1} < 1$ .

Пусть  $k \in N \cup \{0\}$ ,  $\sigma = (\sigma_0, \dots, \sigma_k) \in R^{k+1}$ ,  $\sigma_i \in \{-1, 0, 1\}$ ,  $\sigma_0 \neq 0$ ,  $\sigma_k \neq 0$ . Обозначим  $W_{l+1} := \{f \in C[0, 1] : f \in C(u_0, \dots, u_l)\}$ ,  $l = 0, \dots, k-1$ ,  $W_0 := \{f \in C[0, 1] : f \geq 0\}$ . Обозначим конус  $W_{0,k}(\sigma) = \bigcap_{l=0}^k \sigma_l W_l$ . Пусть  $0 \leq x_1 < x_2 < \dots < x_n \leq 1$ . Для  $g \in C[0, 1]$  обозначим  $Ig = (g(x_1), \dots, g(x_n))$ . Обозначим  $V_{0,k}(\sigma) := \{If \in R^n : f \in W_{0,k}(\sigma)\}$ . Обозначим через  $V_{0,k}^*(\sigma) := \{\mu \in R^n : (If)^T \mu \geq 0, \forall If \in V_{0,k}(\sigma)\}$  двойственный конус. Пусть  $\{f_i\}_0^p$

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).

является чебышевской системой на  $[0, 1]$  и может быть отличной от системы  $\{u_i\}$ . Пусть  $M_{p+1,k}(\sigma) := \{c = (c_0, \dots, c_p) \in R^{p+1} : (If_i)^T \mu = c_i, i = 0, \dots, p, \forall \mu \in V_{0,k}^*(\sigma)\}$ . Введем  $c^0 = (c_0^0, c_1^0, \dots, c_p^0) \in M_{p+1,k}(\sigma)$ , мы определяем  $K_{0,k}(c^0) = \{\mu \in V_{0,k}^*(\sigma) : (If_i)^T \mu = c_i^0, i = 0, 1, \dots, p\}$ . Обозначим  $P_+ = \{g \in \{f_0, \dots, f_p\} : I(g - f) \in V_{0,k}(\sigma)\}$ ,  $P_- = \{g \in \{f_0, \dots, f_p\} : I(f - g) \in V_{0,k}(\sigma)\}$

**Теорема 1.** Пусть  $c^0$  является внутренней точкой  $M_{p+1,k}(\sigma)$  и пусть  $f \in C[0, 1]$  будет такой, что  $P_+$  и  $P_-$  непустые множества, тогда

$$\sup_{\mu \in K_{0,k}(c^0)} (If)^T \mu = \inf_{g \in P_-} g(c^0),$$

$$\inf_{\mu \in K_{0,k}(c^0)} (If)^T \mu = \sup_{g \in P_+} g(c^0).$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shapiro A. On duality theory of conic linear problems // Semi-infinite programming: recent advances (M. A. Goberna and M. A. Lopez, eds.). Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 135–165.

2. Карлин С. Стадден В. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике. М.: Наука, 1976.

**Н. И. Карпович (Минск)**

karpovichnatalya@bsu.by

#### АСИМПТОТИКА КОНСТАНТ ЛЕБЕГА

#### $p$ -АДИЧЕСКОГО СОЛЕНОИДА

Пусть  $p$  — фиксированное простое число,  $\mathbb{Q}_p$  — поле  $p$ -адических чисел,  $\mathbb{Z}_p$  — кольцо целых  $p$ -адических чисел,  $B = \{(n, n) : n \in \mathbb{Z}\}$  — подгруппа локально компактной абелевой группы  $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_p$ . Факторгруппу  $\Sigma_p = (\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_p)/B$  называют  $p$ -адическим соленоидом (детали и основные свойства см. в [1]).

Рассмотрим гомоморфизм

$$\varphi : (x, u) \mapsto (\{x\}, u - [x])$$

из  $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_p$  в  $[0, 1) \times \mathbb{Z}_p$  (здесь  $\{x\}$  — дробная часть,  $[x]$  — целая часть  $x \in \mathbb{R}$ ). Тогда  $\ker \varphi = B$  и по теореме о гомоморфизмах

$$[0, 1) \times \mathbb{Z}_p = \text{Im } \varphi \cong (\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_p)/\ker \varphi = \Sigma_p.$$

Обозначим через  $\{\cdot\}_p$  дробную часть  $p$ -адического числа. Тогда характеры группы  $(\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_p)/B$  определяются равенствами

$$\chi_\xi(x, u) = \chi_\infty(\xi x) \chi_p(-\xi u), \quad \xi \in \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p.$$