Если эти условия выполнены, то решение уравнения (1) *единственно и почти всюду на* $[0,1]$ *представимо в виде* $y(x) = D_p f(x)$.

Данные исследования продолжают исследования, начатые в [1]. Задачи вида (2) носят название задач Сонина (см. [2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Джрбашян М. М.* Интегральные преобразования и представления функций в комплексной плоскости. М.: Наука, 1966. 672 с.

2. *Сонин Н. Я.* Обобщение одной формулы Абеля // Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах. М.: ГИТТЛ, 1954. С. 149.

Ю. А. Казакова (Ульяновск)
kazakovaua@mail.ru

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Рассматривается система дифференциальных уравнений, в которой искомые функции u_k зависят от координат x, y и времени t:

$$\begin{gathered} F_k(x, y, t, u_1, \ldots, u_n, u_{1x}, \ldots, u_{nx}, u_{1y}, \ldots, u_{ny}, u_{1t}, \ldots, u_{nt}) = 0, \\ k = 1 \div n, \end{gathered} \tag{1}$$

где нижние индексы x, y, t обозначают частные производные. Решение системы представляется в параметрической форме

$$u_k = U_k(\xi, \eta, t), \quad k = 1 \div n, \quad x = x(\xi, \eta, t), \quad y = y(\xi, \eta, t)$$

Формулы перехода к новым переменным имеют вид

$$u_{kx} = \frac{U_{k\xi} y_\eta - U_{k\eta} y_\xi}{\Delta}, \quad u_{ky} = \frac{U_{k\eta} x_\xi - U_{k\xi} x_\eta}{\Delta},$$

$$u_{kt} = U_{kt} + U_{k\xi} \frac{y_t x_\eta - y_\eta x_t}{\Delta} + U_{k\eta} \frac{y_\xi x_t - x_\xi y_t}{\Delta},$$

где $\Delta = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \neq 0$, нижние индексы ξ, η, t обозначают частные производные. Система уравнений (1) преобразуется к виду

$$F_k(x, y, t, x_\xi, x_\eta, x_t, y_\xi, y_\eta, y_t, U_1, \ldots, U_n, U_{1\xi}, \ldots, U_{n\xi},$$

$$U_{1\eta}, \ldots, U_{n\eta}, U_{1t}, \ldots, U_{nt}) = 0 \tag{2}$$

В системе (2) $x, y, u_k (k = 1 \div n)$ являются функциями переменных ξ, η, t . Решение системы (2) представляется в виде многочленов:

$$U_k = \sum_{i=0}^{\alpha_k} u_{ki}(\xi, t)\eta^i, \quad x = \sum_{k=0}^{\gamma} x_k(\xi, t)\eta^k, \quad y = \sum_{k=0}^{\omega} y_k(\xi, t)\eta^k,$$

где α_k, γ, $\omega \in N$ (где N — множество натуральных чисел).

Для квазилинейных уравнений первого порядка, коэффициенты в которых являются многочленами относительно зависимых u_k и независимых x, y переменных, предложен способ определения параметров α_k,γ,ω $\in N$, для которых система дифференциальных уравнений для $x_k(\xi, t)$, $y_k(\xi, t)$, $u_{ki}(\xi, t)$ является определенной или недоопределенной.

На основе предлагаемого параметрического метода построены решения полиномиального вида, проведена их классификация и указаны приложения для некоторых систем уравнений газовой динамики. В частности, получены решения простых волн.

М. Ю. Калмыков, С. П. Сидоров (Саратов)
kalmykov_maksim@mail.ru, sidorovsp@info.sgu.ru

МОМЕНТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИСКРЕТНОЙ НЕПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ МЕРЫ НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ[1]

Пусть $\{u_0, \dots, u_k\}$ является системой Чебышева на $[0, 1]$. Функция f, определенная на $[0, 1]$, называется выпуклой по отношению к системе $\{u_0, \dots, u_k\}$ (мы будем записывать $f \in C(u_0, \dots, u_k)$), если

$$\begin{vmatrix} u_0(t_0) & u_0(t_1) & \dots & u_0(t_{k+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_k(t_0) & u_k(t_1) & \dots & u_k(t_{k+1}) \\ f(t_0) & f(t_1) & \dots & f(t_{k+1}) \end{vmatrix} \geq 0$$

для всех точек $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_{k+1} < 1$.

Пусть $k \in N \cup \{0\}$, $\sigma = (\sigma_0, \dots, \sigma_k) \in R^{k+1}$, $\sigma_i \in \{-1, 0, 1\}$, $\sigma_0 \neq$ $\neq 0$, $\sigma_k \neq 0$. Обозначим $W_{l+1} := \{f \in C[0, 1] : \ f \in C(u_0, \dots, u_l)\}$, $l = 0, \dots, k-1$, $W_0 := \{f \in C[0, 1] \ : \ f \geq 0\}$. Обозначим конус $W_{0,k}(\sigma) = \cap_{l=0}^{k} \sigma_l W_l$. Пусть $0 \leqslant x_1 < x_2 < \dots < x_n \leqslant 1$. Для $g \in C[0, 1]$ обозначим $Ig = (g(x_1), \dots, g(x_n))$. Обозначим $V_{0,k}(\sigma) :=$ $= \{If \in R^n : \ f \in W_{0,k}(\sigma)\}$. Обозначим через $V^*_{0,k}(\sigma) := \{\mu \in$ $\in R^n : (If)^T \mu \geq 0, \ \forall If \in V_{0,k}(\sigma)\}$ двойственный конус. Пусть $\{f_i\}_0^p$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00270) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-4383.2010.1).