СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зигмунд А.* Тригонометрические ряды. М.: Мир, 1965. 658 с.

2. *Качмаж С., Штейнгауз Г.* Теория ортогональных рядов. М.: ГИФМЛ, 1958. 508 с.

С. Н. Кабанов, О. Е. Кузьмина (Саратов)
kabanoff@hotmail.com

ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ

Рассмотрим уравнение вида

$$C_p y(x) := K_p K_{p-1} \dots K_1 y(x) = f(x), \quad x \in [0,1], \tag{1}$$

где $K_l g(x) = \int\limits_0^x k_l(x-t)g(t)\,dt$, $l = \overline{1,p}$, $p \geq 1$, целое; $k_l(x)$, $f(x) \in L[0,1]$ — заданные функции.

Пусть функции $k_l(x)$ таковы, что для них существуют $k_l^* \in L[0,1]$ такие, что

$$\int\limits_0^x k_l(x-t)k^*(t)\,dt \equiv 1, \quad x \in [0,1], \quad l = \overline{1,p}. \tag{2}$$

Имеют место

Лемма. *Оператор вида* $D_p = DK_1^* DK_2^* \dots DK_p^*$, *где* $DK_l^* g(x) = \frac{d}{dx} K_l^* g(x)$, $K_l^* g(x) = \int\limits_0^x k_l^*(x-t)g(t)\,dt$, *является обратным для оператора* C_p *в следующем смысле*

$$D_p C_p y(x) \overset{п.\,в.}{=} y(x), \quad x \in [0,1],$$

$$C_p D_p y(x) \overset{п.\,в.}{=} y(x) - \omega_p(0)k_p(x) - \omega_{p-1}(0)k_p(x) * k_{p-1}(x) - \dots -$$
$$-\omega_1(x)k_p(x) * \dots * k_1(x),$$

где $\omega_p(x) = K_p^* y(x)$, $\omega_{p-1}(x) = K_{p-1}^* DK_p^* y(x), \dots, \omega_1 = K_1^* DK_2^* \dots DK_p^* y(x)$. *Знак* $*$ *обозначает свертку.*

Теорема. *Для того, чтобы интегральное уравнение* (1) *имело решение* $y(x) \in L[0,1]$ *необходимо и достаточно выполнение следующих условий:*

1) функции $\omega_1(x), \dots, \omega_p(x)$ *—- абсолютно непрерывны на* $[0,1]$*;*

2) $\omega_1(0) = \omega_2(0) = \dots = \omega_p(0) = 0$.

Если эти условия выполнены, то решение уравнения (1) *единственно и почти всюду на* $[0,1]$ *представимо в виде* $y(x) = D_p f(x)$.

Данные исследования продолжают исследования, начатые в [1]. Задачи вида (2) носят название задач Сонина (см. [2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Джрбашян М. М.* Интегральные преобразования и представления функций в комплексной плоскости. М.: Наука, 1966. 672 с.

2. *Сонин Н. Я.* Обобщение одной формулы Абеля // Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах. М.: ГИТТЛ, 1954. С. 149.

Ю. А. Казакова (Ульяновск)
kazakovaua@mail.ru

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Рассматривается система дифференциальных уравнений, в которой искомые функции u_k зависят от координат x, y и времени t:

$$F_k(x, y, t, u_1, \ldots, u_n, u_{1x}, \ldots, u_{nx}, u_{1y}, \ldots, u_{ny}, u_{1t}, \ldots, u_{nt}) = 0, \quad k = 1 \div n, \tag{1}$$

где нижние индексы x, y, t обозначают частные производные. Решение системы представляется в параметрической форме

$$u_k = U_k(\xi, \eta, t), \quad k = 1 \div n, \quad x = x(\xi, \eta, t), \quad y = y(\xi, \eta, t)$$

Формулы перехода к новым переменным имеют вид

$$u_{kx} = \frac{U_{k\xi} y_\eta - U_{k\eta} y_\xi}{\Delta}, \quad u_{ky} = \frac{U_{k\eta} x_\xi - U_{k\xi} x_\eta}{\Delta},$$

$$u_{kt} = U_{kt} + U_{k\xi} \frac{y_t x_\eta - y_\eta x_t}{\Delta} + U_{k\eta} \frac{y_\xi x_t - x_\xi y_t}{\Delta},$$

где $\Delta = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \neq 0$, нижние индексы ξ, η, t обозначают частные производные. Система уравнений (1) преобразуется к виду

$$F_k(x, y, t, x_\xi, x_\eta, x_t, y_\xi, y_\eta, y_t, U_1, \ldots, U_n, U_{1\xi}, \ldots, U_{n\xi},$$

$$U_{1\eta}, \ldots, U_{n\eta}, U_{1t}, \ldots, U_{nt}) = 0 \tag{2}$$