М. Ю. Игнатьев (Саратов)
IgnatievMU@info.sgu.ru

О РЕШЕНИЯХ НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ИЕРАРХИИ КДФ[1]

Пусть $\varphi(\rho)$ — многочлен вида $\varphi(\rho) = 4^s\rho(\rho^2 - c_1)\dots(\rho^2 - c_s)$, $0 > c_1 > \dots > c_s$. Рассмотрим общее уравнение КдФ, соответствующее многочлену $\varphi(\rho)$ [1]:

$$q_t = F_\varphi(q, q_x, \dots). \tag{1}$$

Далее, определим функции $\beta_n(x; q)$ по рекуррентным формулам:

$$\beta_1 = q, \quad \beta_{n+1} = -\beta_n' - \sum_{\nu=1}^{n-1} \beta_\nu \beta_{n-\nu}.$$

Тогда значения $\beta_n(0; q)$ можно рассматривать как функционалы от q, которые мы обозначим $B_n(q)$. Рассмотрим для уравнения (1) краевую задачу с неоднородными условиями вида

$$B_n(q) = a_n, \quad n = \overline{1, 2s-1}, \tag{2}$$

где a_n — заданные вещественные числа.

В работе предлагается основанная на идеях метода обратной спектральной задачи конструктивная процедура построения широкого класса решений задачи (1), (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Левитан Б. М.* Обратные задачи Штурма – Лиувилля. М.: Наука, 1984. 160 с.

Т. В. Иофина (Саратов)
iofinat@mail.ru

ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ ПРЕОБРАЗОВАННЫМИ РЯДАМИ ФУРЬЕ ПО НОРМЕ ГЁЛЬДЕРА[2]

Пусть $\{\chi_j\}_{j=0}^\infty$ – система Виленкина, построенная по $\mathbf{P} = \{p_n\}_{n=1}^\infty \subset \mathbb{N}$ (см. [1, $ 1.5]). Для $f \in L[0,1)$ пусть $\hat{f}(k) = \int_0^1 f(x)\overline{\chi_k(x)}\,dx$, $k \in \mathbb{Z}_+$, $S_n(f)(x) = \sum\limits_{k=0}^{n-1} \hat{f}(k)\chi_k(x)$, $n \in \mathbb{N}$.

---

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и ННС (проекты 10-01-00099 и 10-01-92001-ННС-а).

[2]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-01-00097-а) и гранта президента РФ (проект НШ-4383.2010.1).

Рассмотрим $\omega \in \Omega$, т.е. $\omega(\delta)$ непрерывна и возрастает на [0,1), $\omega(0) = 0$. Тогда $f \in H_p^\omega[0,1)$, если $f \in L_p[0,1)$ при $1 \le p < \infty$ или $f \in C^*[0,1)$ (пространство функций, непрерывных относительно **P**-ичного сдвига) при $p = \infty$ и $\sup_{0<h<\delta} \|f(x \ominus h) - f(x)\|_{L_p} \le C\omega(\delta)$; $\|f\|_{p,\omega} = \|f\|_{L_p} + \sup_{0<h<\delta} \|f(x \ominus h) - f(x)\|_{L_p}/\omega(h)$. Будем писать $\omega \in B$, если $\omega \in \Omega$ и $\int_0^\delta t^{-1}\omega(t)\,dt = O(\omega(\delta))$; $\omega \in B_1$, если $\omega \in \Omega$ и $\delta\int_\delta^1 t^{-2}\omega(t)\,dt = O(\omega(\delta))$.

Пусть $A = \{a_{nk}\}_{n,k=0}^\infty \subset \mathbb{R}$, такая что $\sup_{n\in\mathbb{Z}_+} \sum\limits_{k=0}^\infty |a_{nk}| < \infty$ и $\sum\limits_{k=0}^\infty a_{nk} = 1$ для $n \in \mathbb{N}$. Пусть $T_n(f) = \sum\limits_{k=0}^\infty a_{nk}S_{k+1}(f)$ и существует возрастающая последовательность $\{\mu_n\} \in \mathbb{N}$, для которой

$$\sum_{k=\mu_n}^\infty (k+1)|a_{nk}| = O(\mu_n).$$

Теорема. *Пусть матрица A удовлетворяет условиям выше, $\omega, v \in \Omega$. Если $\omega \in B \cap B_1$ и $\omega^\gamma(t)/v(t) \le C$ на $(0,1)$ при некотором $\gamma \in (0,1)$, то для $f \in H_p^\omega$, $1 \le p \le \infty$ справедливо соотношение*

$$\|f - T_n(f)\|_{p,v} = O(\omega^{1-\gamma}(\lambda_n^{-1})[1 + ln^\gamma(\mu_n/\lambda_n) + \psi(n)\lambda_n]),$$

где $\{\lambda_n\} \uparrow$ и $\lambda_n \le \mu_n$ при всех $n \in \mathbb{N}$, $\psi(n) = \sum\limits_{k=0}^\infty |a_{nk} - a_{n,k+1}|$. Если, кроме того, выполняется неравенство

$$\sum_{k=i}^\infty |a_{ni} - a_{n,i+1}| < Ca_{nk}, \quad A_k = \sum_{i=0}^{k-1} |a_{n,i}|$$

для любых $k \in \mathbb{N}$, то справедлива оценка

$$\|f - T_n(f)\|_{p,v} = O\left(\omega^{1-\gamma}(\mu_n^{-1}) \left(\sum_{k=1}^{\mu_n} \frac{A_k(n)}{k}\right)^\gamma \left(\sum_{k=1}^{\mu_n} \frac{A_k(n)}{k}\omega(1/k)\right)^{1-\gamma}\right).$$

В тригонометрическом случае схожие результаты получены в работе [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голубов Б. И., Ефимов А. В., Скворцов В. А.* Ряды и преобразования Уолша. Теория и применения. М.: Наука, 1987.

2. *Das G., Ghosh T., Ray B. K.* Degree of Approximation of Functions by Their Fourier Series in the Generalized Holder Metric // Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci.) 1996. Vol. 106, № 2. P. 139–153.