Н. В. Егошина (Саратов)
saviour92@mail.ru

АБСОЛЮТНАЯ СХОДИМОСТЬ РЯДОВ, СВЯЗАННЫХ С РЯДАМИ ФУРЬЕ – ВИЛЕНКИНА

Пусть $\mathbf{P} = \{p_j\}_{j=1}^{\infty} \subset \mathbb{N}$, такая что $2 \le p_j \le N$, $m_n = p_1 \dots p_n$, $n \in \mathbb{N}$. По $\mathbf{P}$ определяется ортонормированная система $\{\chi_k(x)\}_{k=0}^{\infty}$ и обобщенная разность $\ominus$ на $[0,1)$ (см. [1]). Пусть $\|\cdot\|_p$ — норма в $L^p[0,1)$, а $\omega_n(f)_p = \sup\limits_{0<h<1/m_n} \|f(\cdot \ominus h) - f(\cdot)\|_p$ — модуль непрерывности в $L^p[0,1)$, $1 \le p < \infty$, $\omega_n(f)_\infty = \sup\{|f(x) - f(y)| : x, y \in [k/m_n, (k+1)/m_n), k \in \mathbb{Z} \cap [0, m_n)\}$.

Определим коэффициенты и частичную сумму Фурье $\hat{f}(n) = \int_0^1 f(x)\overline{\chi_n(x)}dx$, $n \in \mathbb{Z}_+$, $S_n(f) = \sum\limits_{k=0}^{n-1} \hat{f}(k)$, $n \in \mathbb{N}$.

Теорема 1. *Пусть $f \in L^1[0,1)$ такова, что 1) $\hat{f}(n) = O(n^{-\alpha})$, $\alpha > 0$; 2) $\int_0^1 |t^{-1}(f(x \ominus t) - f(x))| \ln 2/t\, dt < \infty$. Тогда ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (S_n(f)(x) - f(x))/n$ сходится абсолютно.*

Теорема 2. *Пусть $f \in B[0,1)$, $\hat{f}(k) \ge 0$ для всех $k \in \mathbb{Z}_+$, $\gamma \in \mathbb{R}$ и ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} m_n^{\gamma} \omega_n(f)_\infty$ сходится. Тогда*

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{\gamma} \hat{f}(k) < \infty.$$

Теорема 3. *Пусть $1 \le p < \infty$, $\{\omega_n\}_{n=0}^{\infty} \downarrow 0$, причем $\limsup\limits_{n\to\infty} p_{n+1}(\omega_{n+1}/\omega_n)^p > 1$, $f \in L^p[0,1)$, $\hat{f}(k) \ge 0$ для всех $k \in \mathbb{Z}_+$ и $\omega_n(f)_p \le C\omega_n$, $n \in \mathbb{Z}_+$. Если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} m_n^{\gamma+1/p} \omega_n$ сходится, то*

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{\gamma} \hat{f}(k) < \infty.$$

Тригонометрические аналоги теорем 1 и 2 см. в [2] и [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голубов Б. И. Ефимов А. В. Скворцов В. А.* Ряды и преобразования Уолша. М.: Наука, 1987.

2. *Goyal O. P.* On the absolute convergence of a series associated with a Fourier series // Mat. vesnik. 1965. Vol.2(17). P. 85–88.

3. *Goyal O. P.* On the absolute convergence of Fourier series // Mat. vesnik. 1965. Vol.2(17). P. 88–91.