упомянутые выше свойства (и многие другие) будут сохранены при всех $k > 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burkill J. C.* The Cesàro-Perron scale of integration // Proc. London Math. Soc. 1935. Vol. 39, № 2. P. 541–552.

2. *Cross G.* The Expression of Trigonometrical Series in Fourier Form // Can. J. Math. 1960. Vol. 12. P. 694–698.

3. *Сакс С.* Теория интеграла. М.: ИЛ, 1949.

4. *Sargent W. L. C.* On the Cesàro derivates of a function // Proc. London Math. Soc. 1935. Vol. 40, № 3,4. P. 235–254.

5. *Скворцов В. А.* Некоторые свойства CP-интеграла // Мат. сб. 1963. Т. 47, № 5. С. 304–324.

А. В. Деревенцов (Москва)
dereventsov@gmail.com

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ЖАДНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Рассмотрим действительное гильбертово пространство H со скалярным произведением $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Множество $\mathcal{D} \subset H$, будем называть словарем, если норма всех элементов $\mathcal{D}$ равна 1 и $\overline{\operatorname{span}\mathcal{D}} = H$.

Для заданного словаря $\mathcal{D}$ и элемента $f \in H$ ортогональный жадный алгоритм определяется следующим образом (см., например, [1]).

$$f_0^{OGA,\mathcal{D}} = f \in H, \quad G_0^{OGA}(f,\mathcal{D}) = 0,$$
$$g_{m+1} = \arg\max_{g\in\mathcal{D}} |\langle f_m^{OGA,\mathcal{D}}, g\rangle|,$$
$$G_{m+1}^{OGA}(f,\mathcal{D}) = \mathrm{Proj}_{g_1,\ldots,g_{m+1}} f_0^{OGA,\mathcal{D}},$$
$$f_{m+1}^{OGA,\mathcal{D}} = f_0^{OGA,\mathcal{D}} - G_{m+1}^{OGA}(f,\mathcal{D}).$$

Известно, что ортогональный жадный алгоритм сходится для всех словарей $\mathcal{D}$ и элементов $f \in H$ (см., например, [2]). Также известна оценка на скорость сходимости ортогонального жадного алгоритма на классе $\mathcal{A}_1(\mathcal{D})$ (см., например, [1]). Однако общие результаты о скорости сходимости ортогонального жадного алгоритма для множества всех элементов пространства H отсутствуют, известно лишь, что в случае ортогональных словарей квадраты норм остатков выпуклы вниз. Оказывается, что в случае произвольных словарей это не так. Более того, имеет место следующая теорема.

Теорема 1. *Для любой убывающей положительной последовательности* $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ *существуют гильбертово пространство* H, *словарь* $\mathcal{D}$ *и элемент* $f \in H$ *такие, что* $\|f_k^{OGA,\mathcal{D}}\| = a_k$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$.

В доказательстве этой теоремы по заданной положительной убывающей последовательности $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ конструктивно строятся словарь $\mathcal{D}$ и элемент f такие, что норма $f_n^{OGA,\mathcal{D}}$ равна a_n.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *DeVore R. A., Temlyakov V. N.* Some remarks on Greedy Algorithms // Adv. Comput. Math. 1996. Vol. 5. P. 173–187.

2. *Dubinin V. V.* Greedy Algorithms and Applications. // Ph. D. Thesis Univ. South Carolina. 1997.

А. Б. Дикмен (Стамбул),
А. Л. Лукашов (Стамбул, Саратов)
LukashovAL@info.sgu.ru

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ОПЕРАТОРОВ ВИДЕНСКОГО С ВЕСОМ

Пусть x_{ni} - фиксированные полюса, $x_{ni} = 1 + \rho_{ni}$, $\rho_{ni} > 0$,

$$h_{ni}(x) = \frac{\rho_{ni} x}{(1 + \rho_{ni} - x)}, \quad \phi_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n} h_{ni}(x),$$

$$g_n(x, y) = \prod_{i=1}^{n} (h_{ni}(x) y + (1 - h_{ni}(x))) = \sum_{k=0}^{n} u_{nk}(x) y^k.$$

В. С. Виденским в ряде работ (см., например, [1]) рассматривались операторы

$$U_n(f, x) = \sum_{k=0}^{n} f(\tau_{nk}) u_{nk}(x),$$

где τ_{nk} определяются из соотношения $\phi_n(\tau_{nk}) = \frac{k}{n}$, $(k = 0, 1, \ldots, n)$. Эти операторы не являются ограниченными в весовых пространствах

$$C_w = \left\{ f \in C((0,1)) : \lim_{x \to 1} (wf)(x) = \lim_{x \to 0} (wf)(x) = 0 \right\},$$

$w(x) = x^{\alpha}(1-x)^{\beta}$, $\alpha, \beta \geq 0$, $\alpha + \beta > 0$. Для аппроксимации в таких пространствах вводятся, по аналогии с [2], операторы $V_n^*(f, x)$

$$V_n^*(f, x) = \sum_{k=1}^{n-1} f(\tau_{nk}) u_{nk}(x) + u_{no}(x) [2f(\tau_{n1}) - f(\tau_{n2})] +$$

$$+ u_{nn}(x) [2f(\tau_{n\,n-1}) - f(\tau_{n\,n-2})].$$