$(1 \le k \le n+1)$ в случае произвольного веса [1]; а также при $h' = -1$, $h'' \in (-1,1)$ или $h'' = 1,\ h' \in (-1,1)$ в случае единичного веса $\upsilon(t) \equiv 1$ [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дейкалова М. В.* Несколько экстремальных аппроксимационных задач для характеристической функции сферического слоя // Тр. Ин-та Мат. Мех. УрО РАН. 2011. Т. 17, № 3. С. 122–135.

2. *Дейкалова М.В.* Интегральное приближение характеристической функции сферической шапочки // Тр. Ин-та Мат. Мех. 2010. Т. 16, № 4. С. 144–155.

А. В. Дергачев (Москва)

artem@dxdy.ru

ЧЕЗАРОВСКИЕ И ОБОБЩЕННЫЕ ЧЕЗАРОВСКИЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ[1]

Свойства чезаровских C_k-производных

$$C_kDF(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{k}{h^k}\int\limits_0^h (x+h-t)^{k-1}F(x+t)\,dt - F(x)}{h/(k+1)}$$

(где $k \in \mathbb{N}$), введенных в [1] и позволяющих дифференцировать более широкий класс функций, включающий в том числе почленно проинтегрированные суммы тригонометрических рядов, всюду суммируемых по Чезаро вместе с сопряженными [2], оказываются существенно различными при $k = 1$ и $k > 1$.

Так, C_2-производная (и, следовательно, все последующие) может вступать в противоречие с аппроксимативной производной (см. [3]) почти всюду на отрезке, даже если речь идет о дифференцировании непрерывных функций; в работе [4] показано, что такого не может быть для C_1-производной. Любопытно также, что C_2-производная при этом может быть равна $+\infty$ почти всюду.

Также показывается, что функция, нижняя C_2-производная которой больше $-\infty$ всюду на отрезке, не обязана принадлежать классу VBG, хотя это легко доказывается для C_1-производной [5].

В то же время можно модифицировать определение чезаровской производной так, что класс дифференцируемых функций не изменится, но

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00321) и программы «Ведущие научные школы» (проект НШ-979.2012.1).

упомянутые выше свойства (и многие другие) будут сохранены при всех $k > 1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burkill J. C.* The Cesàro-Perron scale of integration // Proc. London Math. Soc. 1935. Vol. 39, № 2. P. 541–552.

2. *Cross G.* The Expression of Trigonometrical Series in Fourier Form // Can. J. Math. 1960. Vol. 12. P. 694–698.

3. *Сакс С.* Теория интеграла. М.: ИЛ, 1949.

4. *Sargent W. L. C.* On the Cesàro derivates of a function // Proc. London Math. Soc. 1935. Vol. 40, № 3,4. P. 235–254.

5. *Скворцов В. А.* Некоторые свойства CP-интеграла // Мат. сб. 1963. Т. 47, № 5. С. 304–324.

А. В. Деревенцов (Москва)
dereventsov@gmail.com

О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ЖАДНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Рассмотрим действительное гильбертово пространство H со скалярным произведением $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Множество $\mathcal{D} \subset H$, будем называть словарем, если норма всех элементов $\mathcal{D}$ равна 1 и $\overline{\operatorname{span}\mathcal{D}} = H$.

Для заданного словаря $\mathcal{D}$ и элемента $f \in H$ ортогональный жадный алгоритм определяется следующим образом (см., например, [1]).

$$f_0^{OGA,\mathcal{D}} = f \in H, \quad G_0^{OGA}(f,\mathcal{D}) = 0,$$
$$g_{m+1} = \arg\max_{g\in\mathcal{D}} |\langle f_m^{OGA,\mathcal{D}}, g\rangle|,$$
$$G_{m+1}^{OGA}(f,\mathcal{D}) = \operatorname{Proj}_{g_1,\ldots,g_{m+1}} f_0^{OGA,\mathcal{D}},$$
$$f_{m+1}^{OGA,\mathcal{D}} = f_0^{OGA,\mathcal{D}} - G_{m+1}^{OGA}(f,\mathcal{D}).$$

Известно, что ортогональный жадный алгоритм сходится для всех словарей $\mathcal{D}$ и элементов $f \in H$ (см., например, [2]). Также известна оценка на скорость сходимости ортогонального жадного алгоритма на классе $\mathcal{A}_1(\mathcal{D})$ (см., например, [1]). Однако общие результаты о скорости сходимости ортогонального жадного алгоритма для множества всех элементов пространства H отсутствуют, известно лишь, что в случае ортогональных словарей квадраты норм остатков выпуклы вниз. Оказывается, что в случае произвольных словарей это не так. Более того, имеет место следующая теорема.

Теорема 1. *Для любой убывающей положительной последовательности $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ существуют гильбертово пространство H, словарь $\mathcal{D}$ и элемент $f \in H$ такие, что $\|f_k^{OGA,\mathcal{D}}\| = a_k$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$.*