Обратно, если x_{n+1} является корнем уравнения (1), то он является особым узлом в следующих случаях:

1. $Q_n(x_{n+1})Q'_n(x_{n+1}) \neq 0$*;*

2. $Q_n(x_{n+1}) \neq 0,\ V'(x_{n+1}) = Q'_n(x_{n+1}) = 0$*;*

3. $Q'_n(x_{n+1}) \neq 0,\ V(x_{n+1}) = Q_n(x_{n+1}) = 0$*;*

4. $V(x_{n+1}) = 0, \quad Q_n(x_{n+1}) = 0, \quad V'(x_{n+1}) = 0, \quad Q'_n(x_{n+1}) = 0.$

В случаях, не указанных в 1–4, корень x_{n+1}, вообще говоря, не является особым узлом.

М. В. Дейкалова (Екатеринбург)
Marina.Deikalova@usu.ru

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ИНТЕРВАЛА АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ МНОГОЧЛЕНАМИ[1]

Пусть $\mathcal{P}_n$ — множество алгебраических многочленов степени не выше n одного вещественного переменного с вещественными коэффициентами. С помощью пары чисел $\eta = (h', h'')$, $-1 \le h' < h'' \le 1$, определим интервал $\mathbb{I}(\eta) = \{t \in (-1,1)\colon h' < t < h''\}$.

Пусть υ — функция, суммируемая, неотрицательная, почти всюду отличная от нуля на $(-1,1)$, которую будем называть весом. Обозначим через $L_1^\upsilon(-1,1)$ пространство измеримых на $(-1,1)$ функций f, для которых произведение $f\upsilon$ суммируемо на $(-1,1)$. Пусть ρ_{n+1} — алгебраический многочлен порядка $n+1$ со старшим коэффициентом, равным 1, наименее уклоняющийся от нуля в пространстве $L_1^\phi(-1,1)$ функций, суммируемых на интервале $(-1,1)$ с весом υ. Все $n+1$ нулей τ_k, $1 \le k \le n+1$, многочлена ρ_{n+1} простые и лежат на $(-1,1)$; занумеруем их в порядке убывания; положим $\tau_0 = 1$, $\tau_{n+2} = -1$. Введем обозначение пар $\eta_k = (\tau_{k+1}, \tau_k)$, $0 \le k \le n+1$.

Рассмотрим задачу о наилучшем приближении

$$E_n^\upsilon(\zeta_\eta) = \inf\{\|\zeta_\eta - g_n\|_{L_1^\upsilon(-1,1)}\colon g_n \in \mathcal{P}_n\} \tag{1}$$

характеристической функции ζ_η интервала $\mathbb{I}(\eta)$ множеством $\mathcal{P}_n$ в пространстве $L_1^\upsilon(-1,1)$.

В докладе будет приведено решение задачи (1), т. е. выписано значение $E_n^\upsilon(\zeta_\eta)$ и указаны экстремальные многочлены в следующих случаях: $\tau_{k+1} \le h' < h'' \le \tau_k$ $(0 \le k \le n+1)$; $h' = -1$, $h'' = \tau_k$ или $h' = \tau_k$, $h'' = 1$

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 11-01-00462) и Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания вузам на проведение фундаментальных и прикладных исследований (проект 1.1544.2011).

$(1 \le k \le n+1)$ в случае произвольного веса [1]; а также при $h' = -1$, $h'' \in (-1,1)$ или $h'' = 1,\ h' \in (-1,1)$ в случае единичного веса $\upsilon(t) \equiv 1$ [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дейкалова М. В.* Несколько экстремальных аппроксимационных задач для характеристической функции сферического слоя // Тр. Ин-та Мат. Мех. УрО РАН. 2011. Т. 17, № 3. С. 122–135.

2. *Дейкалова М.В.* Интегральное приближение характеристической функции сферической шапочки // Тр. Ин-та Мат. Мех. 2010. Т. 16, № 4. С. 144–155.

А. В. Дергачев (Москва)

artem@dxdy.ru

ЧЕЗАРОВСКИЕ И ОБОБЩЕННЫЕ ЧЕЗАРОВСКИЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ[1]

Свойства чезаровских C_k-производных

$$C_k DF(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\dfrac{k}{h^k}\int\limits_0^h (x+h-t)^{k-1} F(x+t)\,dt - F(x)}{h/(k+1)}$$

(где $k \in \mathbb{N}$), введенных в [1] и позволяющих дифференцировать более широкий класс функций, включающий в том числе почленно проинтегрированные суммы тригонометрических рядов, всюду суммируемых по Чезаро вместе с сопряженными [2], оказываются существенно различными при $k = 1$ и $k > 1$.

Так, C_2-производная (и, следовательно, все последующие) может вступать в противоречие с аппроксимативной производной (см. [3]) почти всюду на отрезке, даже если речь идет о дифференцировании непрерывных функций; в работе [4] показано, что такого не может быть для C_1-производной. Любопытно также, что C_2-производная при этом может быть равна $+\infty$ почти всюду.

Также показывается, что функция, нижняя C_2-производная которой больше $-\infty$ всюду на отрезке, не обязана принадлежать классу VBG, хотя это легко доказывается для C_1-производной [5].

В то же время можно модифицировать определение чезаровской производной так, что класс дифференцируемых функций не изменится, но

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00321) и программы «Ведущие научные школы» (проект НШ-979.2012.1).