лишь на множестве абсцисс точек пересечения графиков $gR_n \cap gR^*_{n+1}$. Получен также алгоритм для вычисления особых узлов как решения определенных алгебраических уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кондакова Е. Н.* Особые случаи интерполяции посредством наипростейших дробей // Междунар. конф. по дифференциальным уравнениям и динамическим системам. Суздаль, 2010. С. 105–106.

2. *Кондакова Е. Н.* Об интерполяции наипростейшими дробями // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. 2009. Т. 9. Сер. Математика. Механика. Информатика, вып. 2. С. 30–37.

В. И. Данченко, Е. Н. Кондакова (Владимир)
danch@vpti.vladimir.ru, kebox@mail.ru

КРИТЕРИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОСОБЫХ УЗЛОВ В ЗАДАЧЕ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НАИПРОСТЕЙШИМИ ДРОБЯМИ[1]

Мы используем определения и обозначения из нашей заметки «Об особых узлах интерполяции наипростейшими дробями», представленной в этом же сборнике тезисов. Пусть $T_n = \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^n$ — таблица интерполяции, для которой существует и единственна н.д. $R_n(x) = Q'_n(x)/Q_n(x)$ обобщенной интерполяции.

Теорема 1. *В дополненной таблице $T_{n+1} = \{(x_k, y_k)\}_{k=1}^{n+1}$ узел x_{n+1} является особым для одного из решений R_{n+1} обобщенной задачи интерполяции, если и только если совместна система из $n+2$ линейных уравнений (относительно $q_0, \ldots, q_n$)*

$$\begin{pmatrix} y_1 & y_1x_1 - 1 & \ldots & y_1x_1^n - nx_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ y_n & y_nx_n - 1 & \ldots & y_nx_n^n - nx_n^{n-1} \\ 1 & x_{n+1} & \ldots & x_{n+1}^n \\ & 1 & \ldots & nx_{n+1}^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ \cdot \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (n+1)x_1^n - y_1x_1^{n+1} \\ \vdots \\ (n+1)x_n^n - y_nx_n^{n+1} \\ -x_{n+1}^{n+1} \\ -(n+1)x_{n+1}^n \end{pmatrix}$$

В терминах введенной в другой нашей заметке функции $R^*_{n+1} = V'/V$ этот критерий можно записать в виде следующей теоремы.

Теорема 2. *Все особые узлы x_{n+1} являются корнями алгебраического уравнения*

$$Q'_n(x_{n+1})V(x_{n+1}) - V'(x_{n+1})Q_n(x_{n+1}) = 0. \qquad (1)$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП РНПВШ (рег. номер 2.1.1/12115) и РФФИ (проекты 11-01-00952-а, 11-01-97517-р_центр_а).

Обратно, если x_{n+1} является корнем уравнения (1), то он является особым узлом в следующих случаях:

1. $Q_n(x_{n+1})Q'_n(x_{n+1}) \neq 0$*;*

2. $Q_n(x_{n+1}) \neq 0,\ V'(x_{n+1}) = Q'_n(x_{n+1}) = 0$*;*

3. $Q'_n(x_{n+1}) \neq 0,\ V(x_{n+1}) = Q_n(x_{n+1}) = 0$*;*

4. $V(x_{n+1}) = 0, \quad Q_n(x_{n+1}) = 0, \quad V'(x_{n+1}) = 0, \quad Q'_n(x_{n+1}) = 0.$

В случаях, не указанных в 1–4, корень x_{n+1}, вообще говоря, не является особым узлом.

М. В. Дейкалова (Екатеринбург)
Marina.Deikalova@usu.ru

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ИНТЕРВАЛА АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ МНОГОЧЛЕНАМИ[1]

Пусть $\mathcal{P}_n$ — множество алгебраических многочленов степени не выше n одного вещественного переменного с вещественными коэффициентами. С помощью пары чисел $\eta = (h', h'')$, $-1 \leq h' < h'' \leq 1$, определим интервал $\mathbb{I}(\eta) = \{t \in (-1,1)\colon h' < t < h''\}$.

Пусть υ — функция, суммируемая, неотрицательная, почти всюду отличная от нуля на $(-1,1)$, которую будем называть весом. Обозначим через $L_1^{\upsilon}(-1,1)$ пространство измеримых на $(-1,1)$ функций f, для которых произведение $f\upsilon$ суммируемо на $(-1,1)$. Пусть ρ_{n+1} — алгебраический многочлен порядка $n+1$ со старшим коэффициентом, равным 1, наименее уклоняющийся от нуля в пространстве $L_1^{\phi}(-1,1)$ функций, суммируемых на интервале $(-1,1)$ с весом υ. Все $n+1$ нулей τ_k, $1 \leq k \leq n+1$, многочлена ρ_{n+1} простые и лежат на $(-1,1)$; занумеруем их в порядке убывания; положим $\tau_0 = 1$, $\tau_{n+2} = -1$. Введем обозначение пар $\eta_k = (\tau_{k+1}, \tau_k)$, $0 \leq k \leq n+1$.

Рассмотрим задачу о наилучшем приближении

$$E_n^{\upsilon}(\zeta_\eta) = \inf\{\|\zeta_\eta - g_n\|_{L_1^{\upsilon}(-1,1)}\colon g_n \in \mathcal{P}_n\} \tag{1}$$

характеристической функции ζ_η интервала $\mathbb{I}(\eta)$ множеством $\mathcal{P}_n$ в пространстве $L_1^{\upsilon}(-1,1)$.

В докладе будет приведено решение задачи (1), т. е. выписано значение $E_n^{\upsilon}(\zeta_\eta)$ и указаны экстремальные многочлены в следующих случаях: $\tau_{k+1} \leq h' < h'' \leq \tau_k$ $(0 \leq k \leq n+1)$; $h' = -1$, $h'' = \tau_k$ или $h' = \tau_k$, $h'' = 1$

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 11-01-00462) и Министерства образования и науки РФ в рамках государственного задания вузам на проведение фундаментальных и прикладных исследований (проект 1.1544.2011).